



Нелинейная динамика гиротронов под воздействием внешнего сигнала

Н.М. Рыскин^{1,2}, Ю.В. Новожилова³

¹Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН

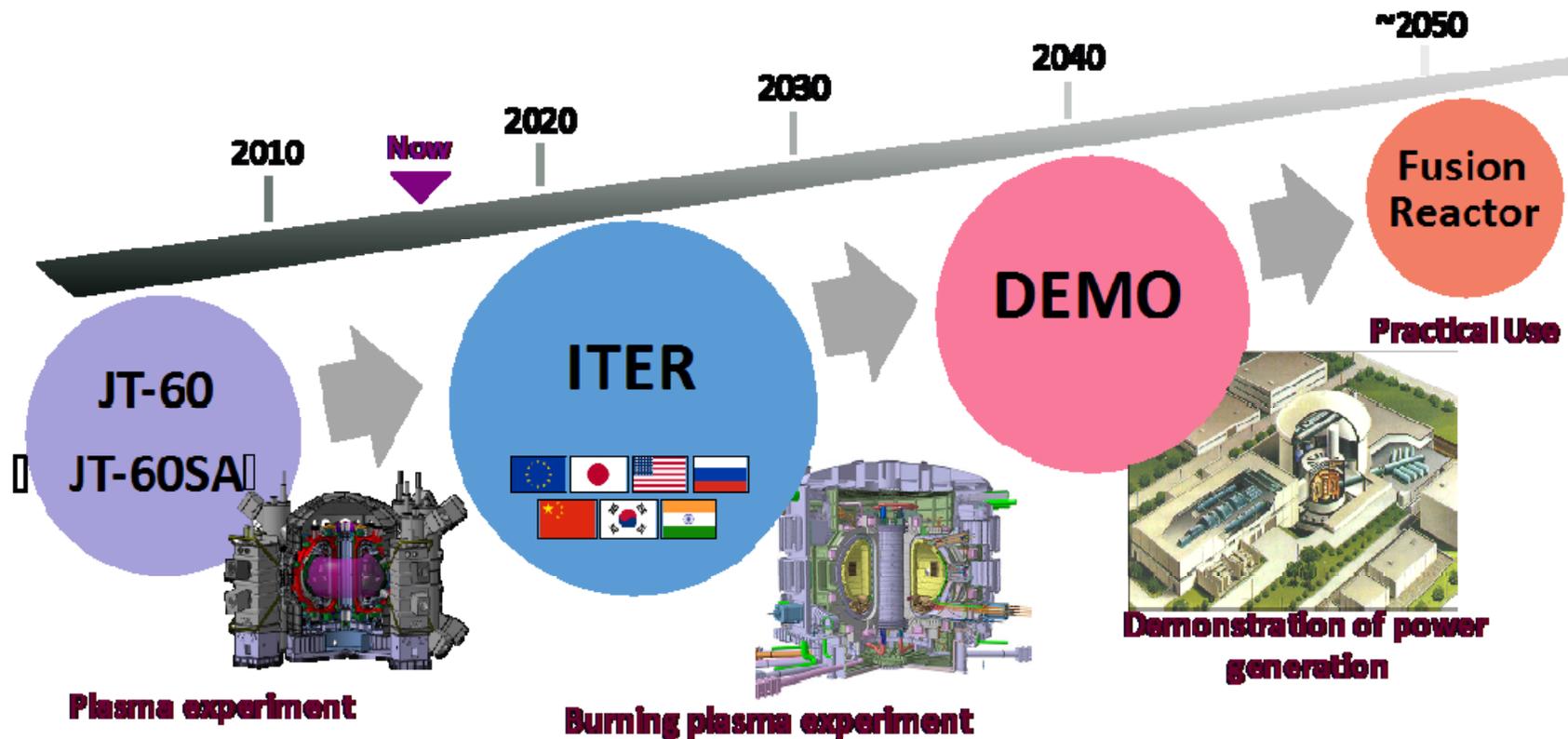
²Саратовский национальный исследовательский государственный университет

³Институт прикладной физики РАН



XIX Научная школа «Нелинейные волны 2020».
Нижний Новгород, 29 февраля - 6 марта 2020 г.

Нагрев плазмы в установках УТС



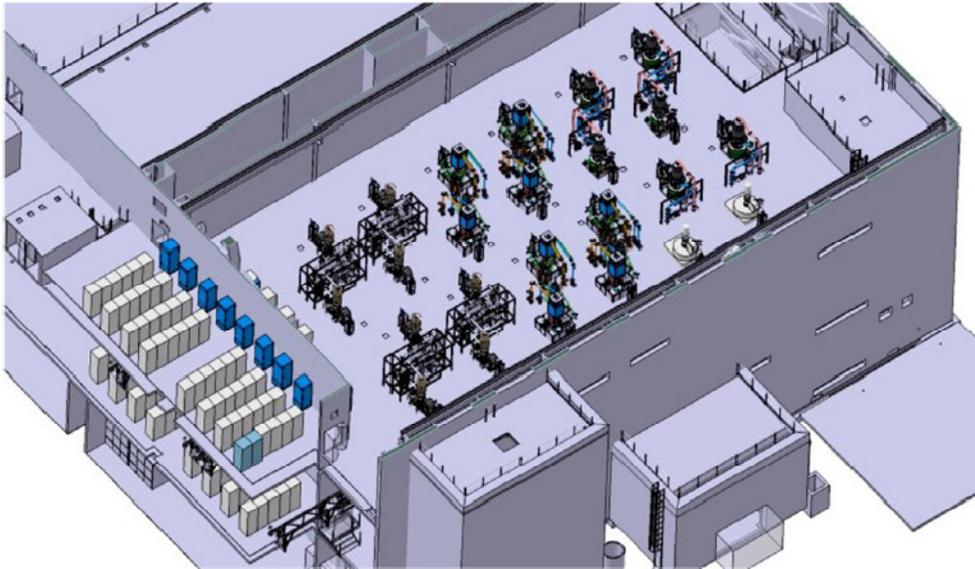
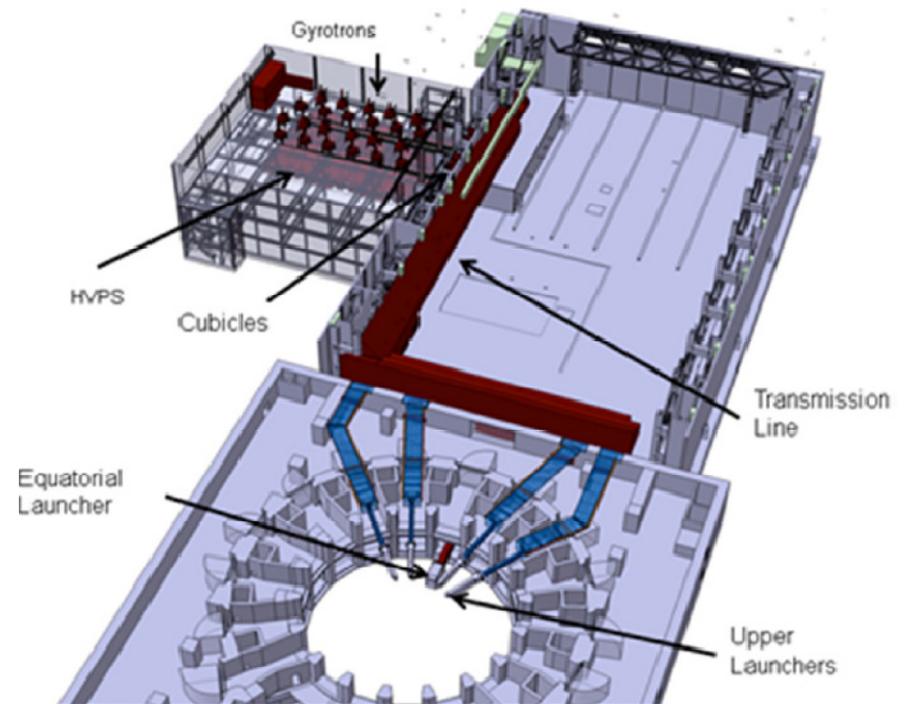


Figure 8. View of level L3 of the ITER RF building where the 24 gyrotrons are placed.



Microwave rocket launcher

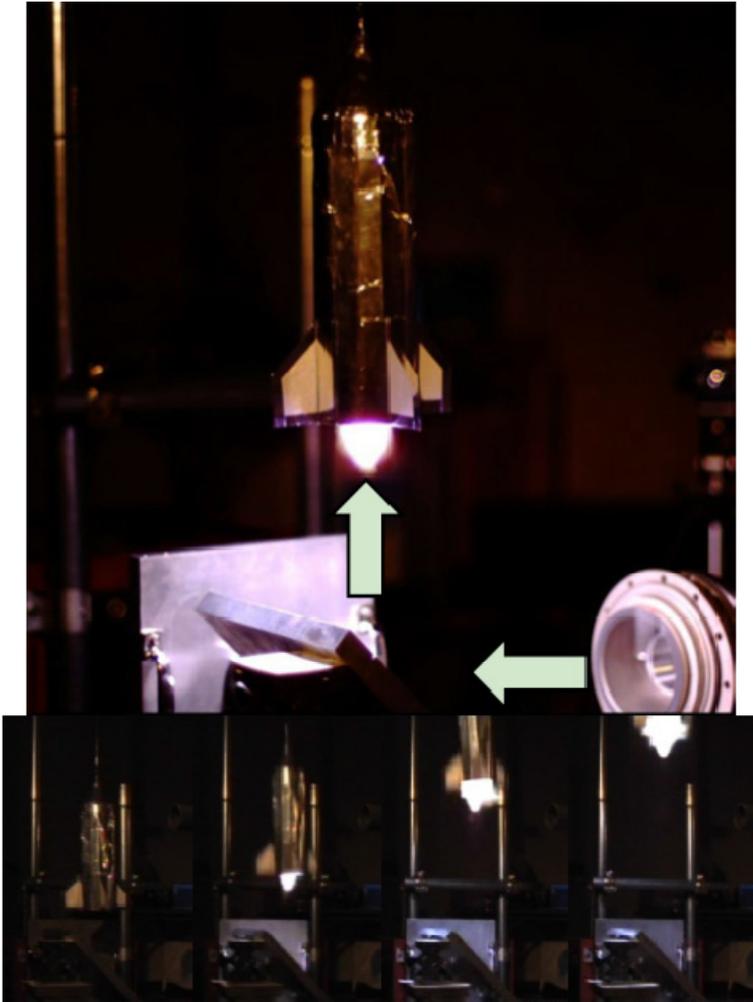
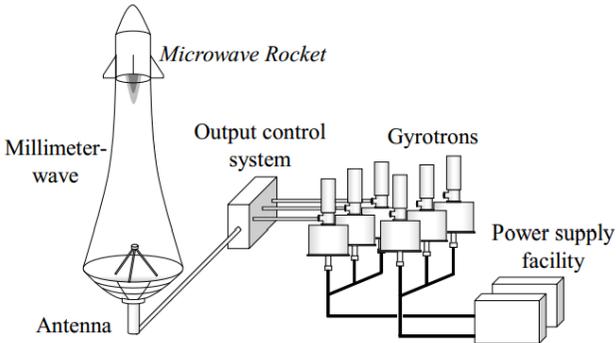
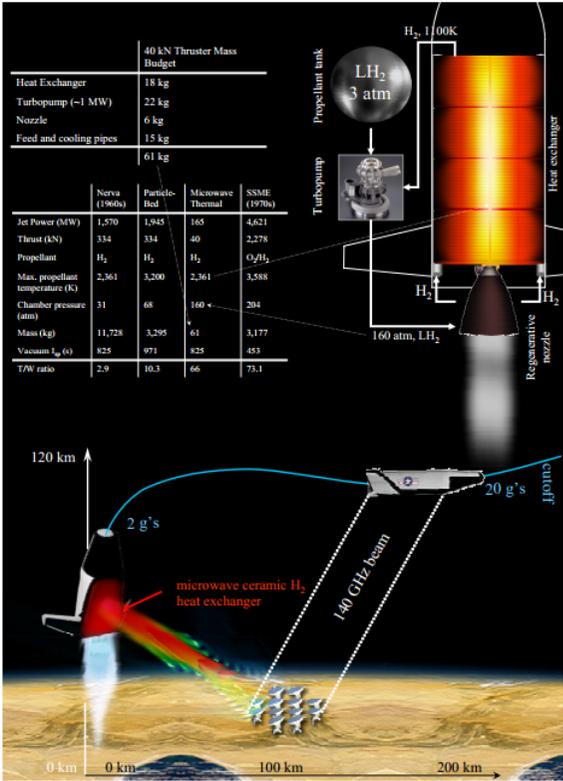
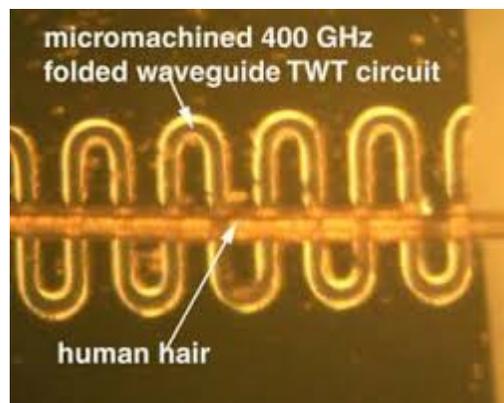
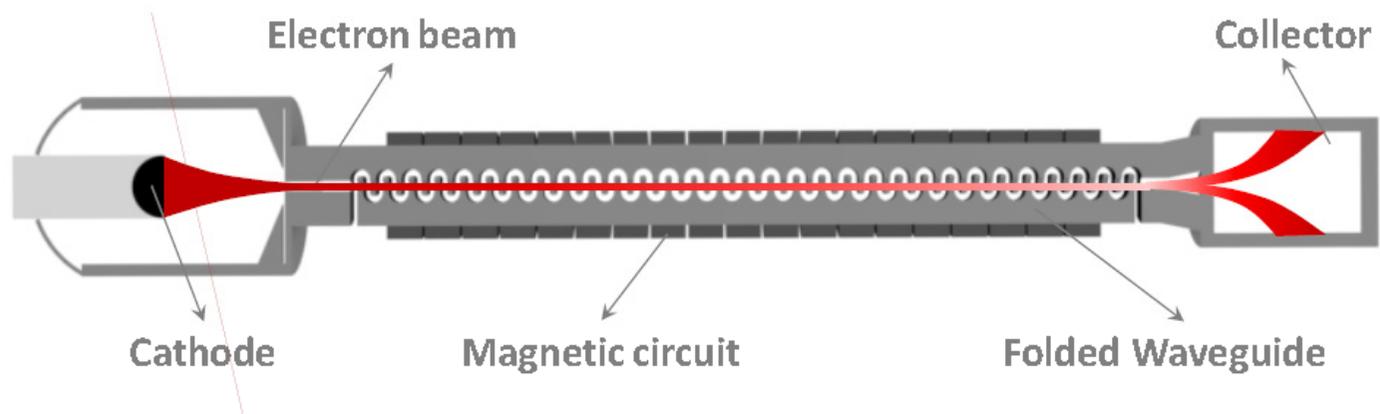


Fig. 2 The 109 g model rocket launch in a multi-pulse operation.

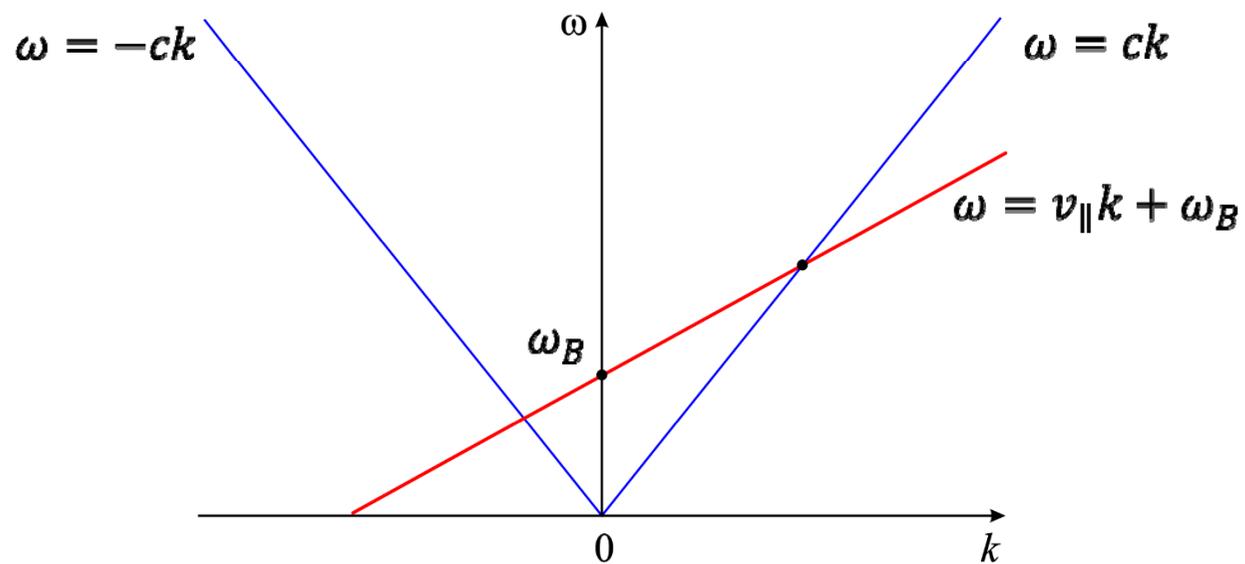
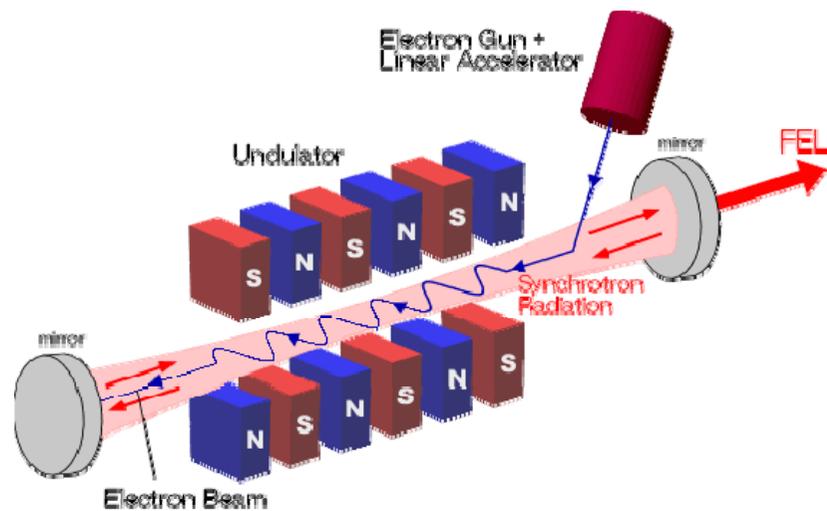
Взаимодействие с замедленными волнами

Лампа бегущей волны (ЛБВ)



Взаимодействие с быстрыми (незамедленными) волнами

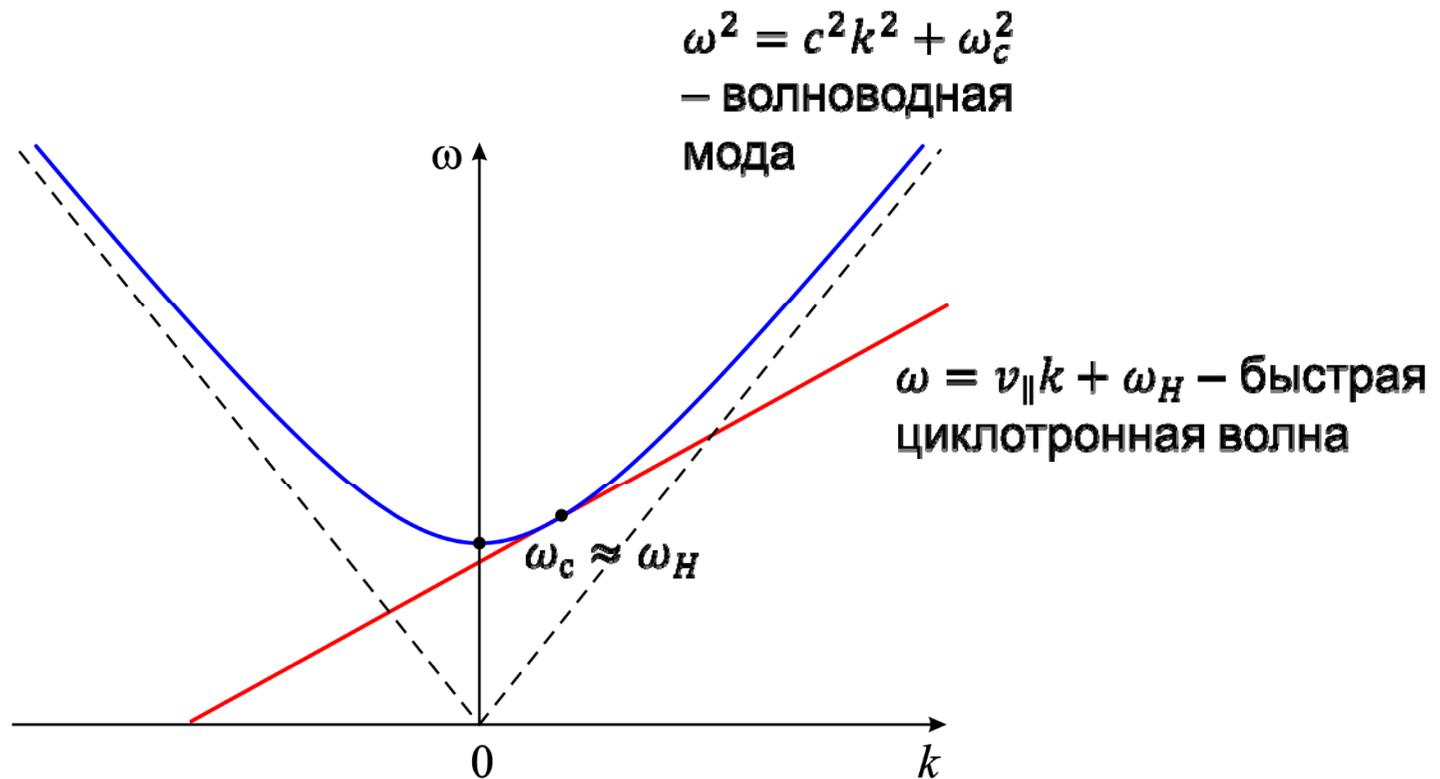
Лазер на свободных электронах



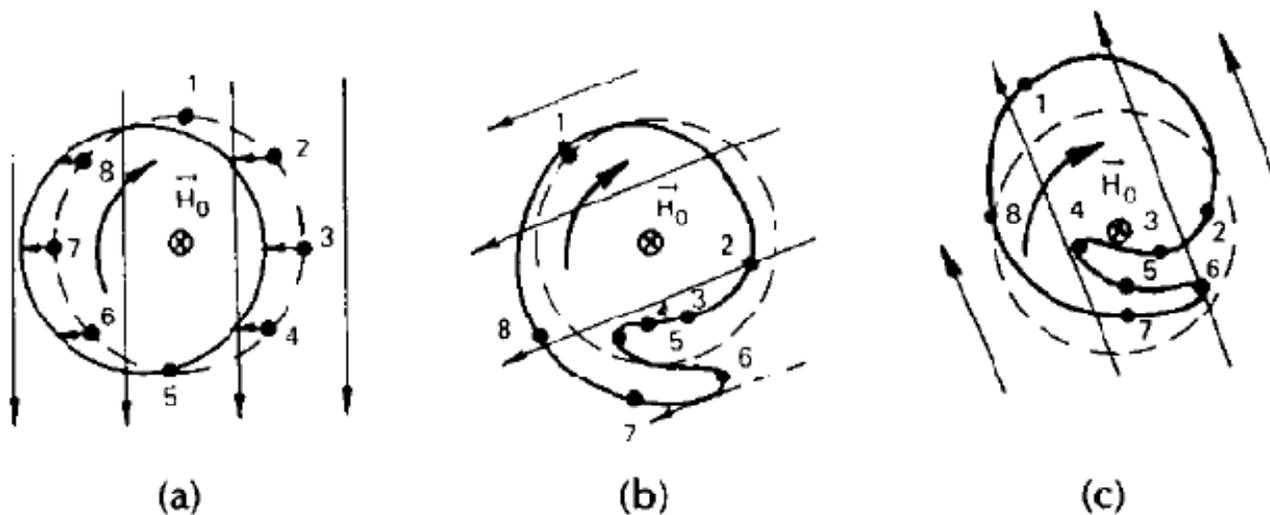
Взаимодействие с быстрыми (незамедленными) волнами

Гирорезонансные приборы

$\omega_H = eB_0/m$ – циклотронная частота (гирочастота)



Группировка электронов в гиротроне

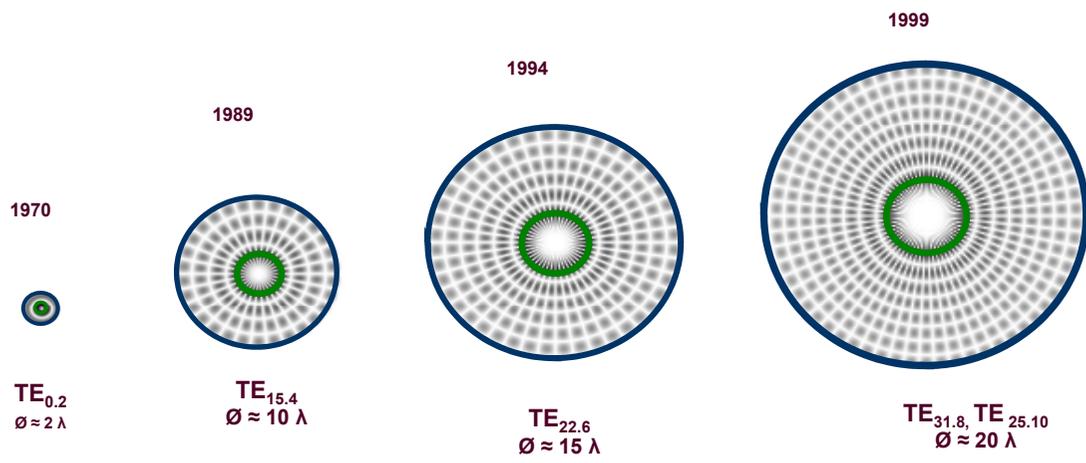
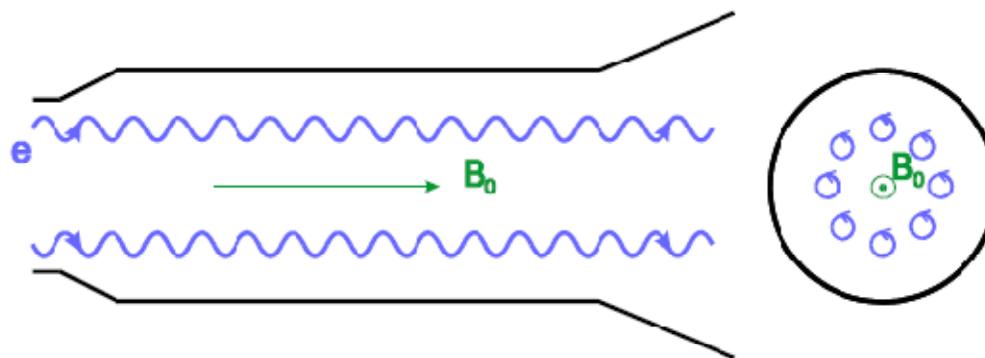


$\omega_H = \frac{eB_0}{m_0\gamma}$ – циклотронная частота зависит от энергии!

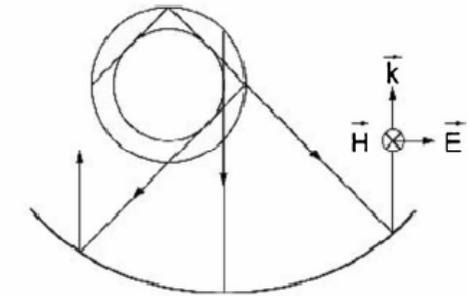
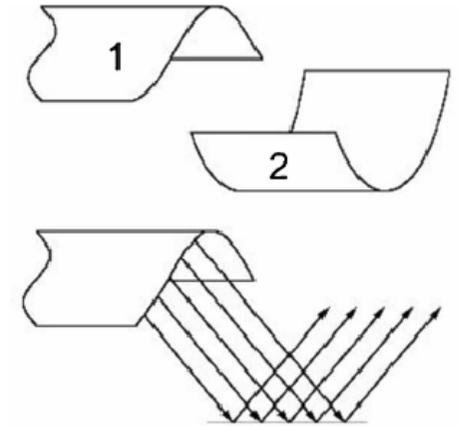
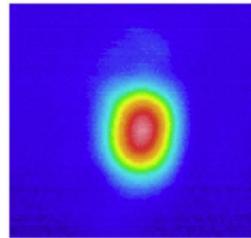
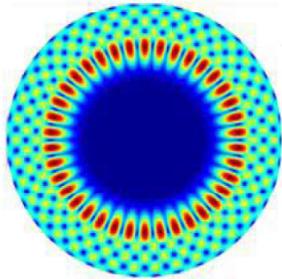
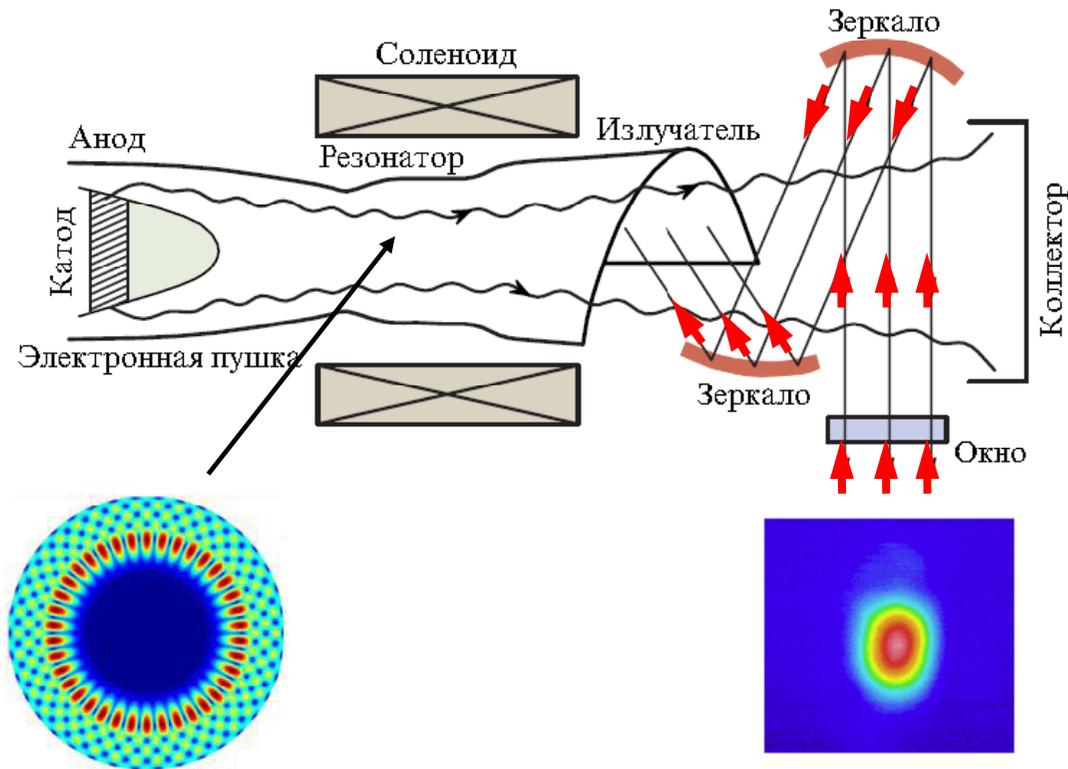
Электроны – неизохронные осцилляторы

$R = \frac{v_{\perp}}{\omega_H}$ – радиус циклотронной орбиты

Устройство гиротрона



Гиротрон с радиальным выводом энергии

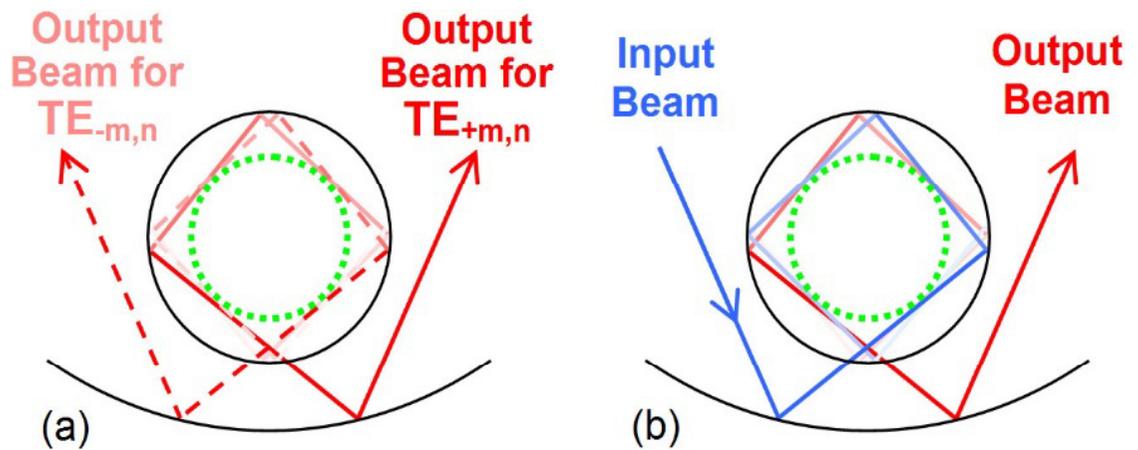
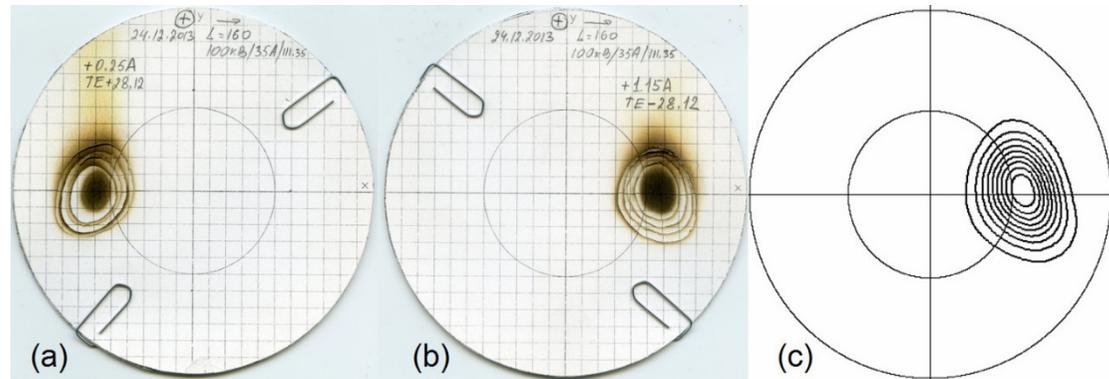
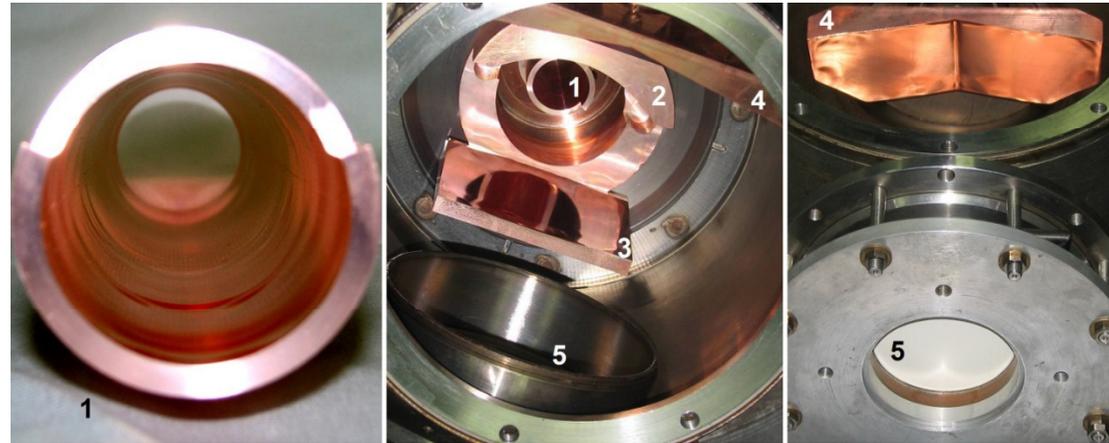


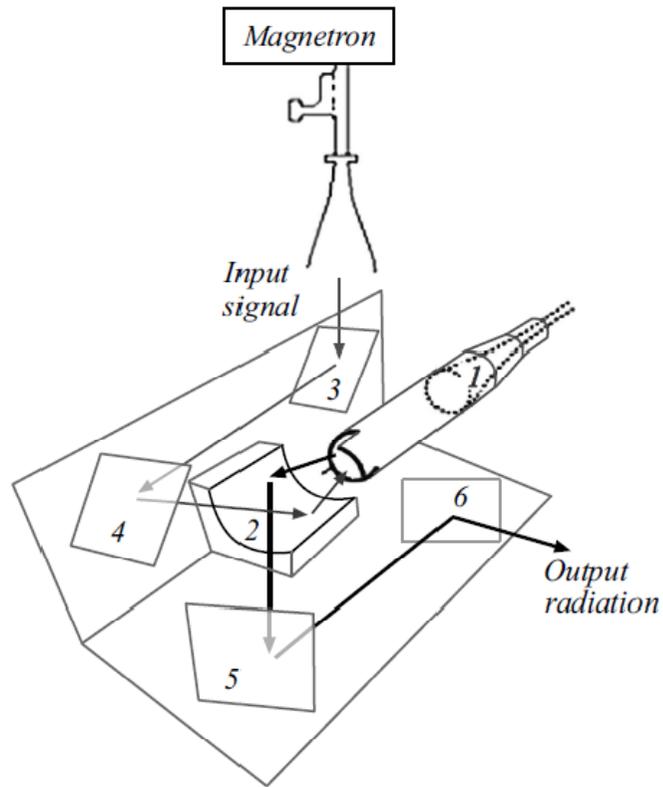
- 1 – козырек
- 2 – параболическое зеркало

Схема гиротрона со встроенным квазиоптическим преобразователем и радиальным выводом энергии

Новый тип квазиоптического преобразователя мод, разделяющий моды прямого и встречного вращения, позволяет осуществить ввод внешнего сигнала

A.V. Chirkov, G.G. Denisov, and A.N. Kuftin. *Perspective gyrotron with mode converter for co- and counter-rotation operating modes* // Appl. Phys. Lett. **106**, 263501 (2015)



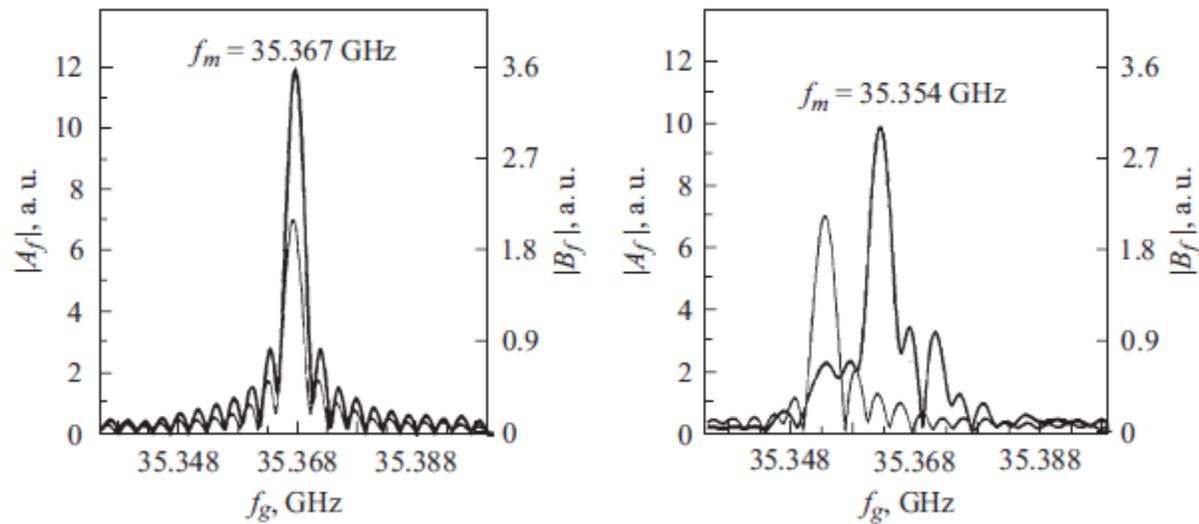


Бакунин В.Л. и др. Письма в ЖТФ **44**(11), 38 (2018)

Рис. 1. Схема ввода-вывода излучения в гиротрон.

- 1 — резонатор гиротрона,
- 2 — квазипараболическое зеркало,
- 3, 4 — входные зеркала,
- 5, 6 — выходные зеркала.

Рис. 2. Амплитуды спектров излучения магнетрона (тонкие кривые) и гиротрона (жирные кривые) в условных единицах для режима захвата (слева) и режима биений (справа).



Теория гиротрона с фиксированной структурой поля

Поле представляется в виде $E(z, t) = A(t)f_s(z)e^{i\omega_0 t}$

Уравнения движения ($p = (p_x + ip_y)/p_{\perp 0}$)

$$\frac{dp}{d\zeta} + i(\Delta_H + |p|^2 - 1)p = iA(\tau)f_s(\zeta)$$

Граничные условия

$$p(\zeta = 0) = e^{i\varphi_0}, \quad \varphi_0 \in [0; 2\pi)$$

$\zeta = (\beta_{\perp}^2/2\beta_{\parallel}) \omega_0 z/c$ – нормированная координата,

$\tau = \omega_0 t/2Q$ – нормированное время

$\Delta_H = \frac{2}{\beta_{\perp}^2} \left(1 - \frac{\omega_H}{\omega_0}\right)$ – расстройка циклотронного резонанса

Уравнение возбуждения

$$\frac{dA}{d\tau} + A = iI_s \int_0^{\mu} J(\zeta, \tau) f_s^*(\zeta) d\zeta = I_s \Phi \cdot A$$

$J = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p d\varphi_0$ – гармоника ВЧ тока

I_s – безразмерный параметр тока, μ – безразмерная длина резонатора

Электронная восприимчивость

$$\Phi = \frac{i}{A} \int_0^{\mu} J(\zeta, \tau) f_s^*(\zeta) d\zeta$$

Квазилинейная теория

Комплексную функцию электронной восприимчивости Φ можно представить в виде степенного ряда

$$\Phi \approx \alpha - \beta|A|^2 - \gamma|A|^4 - \dots$$

$$\alpha = \alpha' + i\alpha'', \beta = \beta' + i\beta'', \gamma = \gamma' + i\gamma''$$

Генератор с мягким самовозбуждением (уравнение Ландау–Стюарта)

$$\frac{dA}{dt} = (\sigma - (1 + ib)|A|^2)A + Fe^{i\Omega t}$$

$\sigma = \alpha' I_s - 1$ – параметр возбуждения

$b = \beta''/\beta'$ – параметр реактивной нелинейности

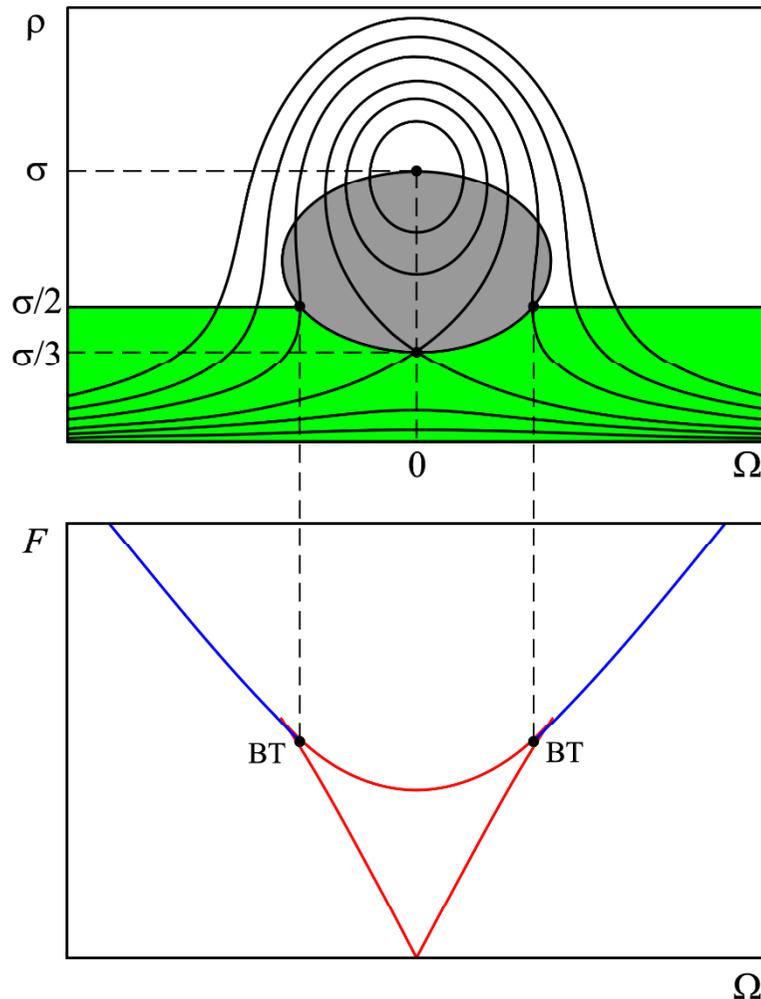
Заменяем $A \rightarrow Ae^{i\Omega t}$ и разделим на два вещественных уравнения, $A = ae^{i\varphi}$

$$\dot{a} = (\sigma - a^2)a + F\cos\varphi$$

$$\dot{\varphi} + \Omega = ba^2 - \frac{F}{a}\sin\varphi$$

Неподвижные точки $a = a_0, \varphi = \varphi_0$ отвечают режиму синхронизации

Резонансные кривые и языки синхронизации



Резонансные кривые и язык синхронизации при $b = 0$

Уравнение резонансных кривых ($\rho = a_0^2$)

$$[(\sigma - \rho)^2 + (\Omega - b\rho)^2]\rho = F^2$$

$$F_c = 2(\sigma/3)^{3/2}$$

Анализ устойчивости: $A = A_0 + \tilde{a}(t)$, $\tilde{a} \sim e^{pt}$

Характеристическое уравнение

$$p^2 - 2(\sigma - 2\rho)p + (\sigma - 2\rho)^2 + (\Omega - 2b\rho)^2 - (1 + b^2)\rho^2 = 0$$

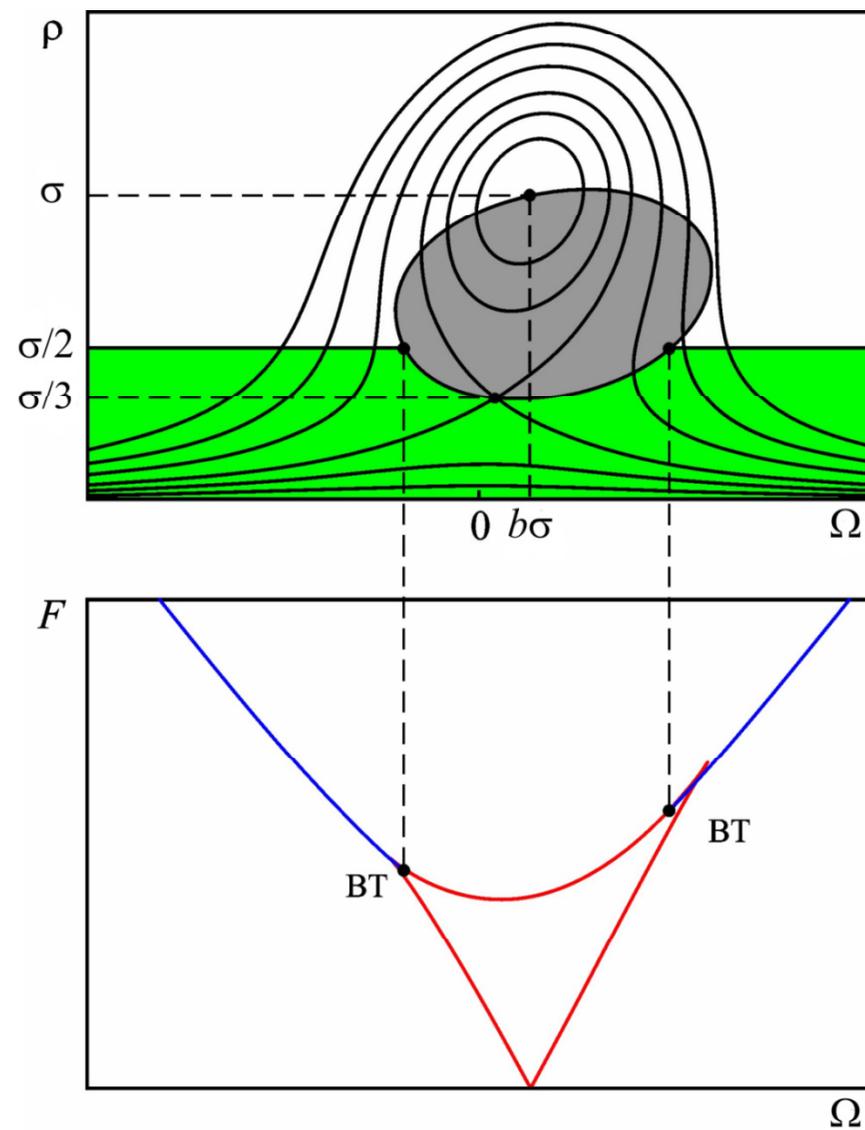
Седлоузловая бифуркация:

$$(\Omega - 2b\rho)^2 < (1 + b^2)\rho^2 - (\sigma - 2\rho)^2$$

Бифуркация Андронова-Хопфа:

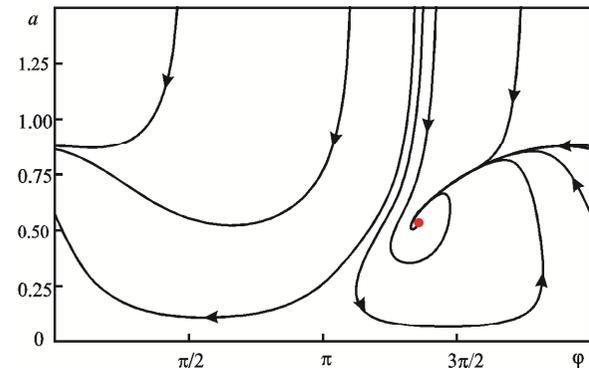
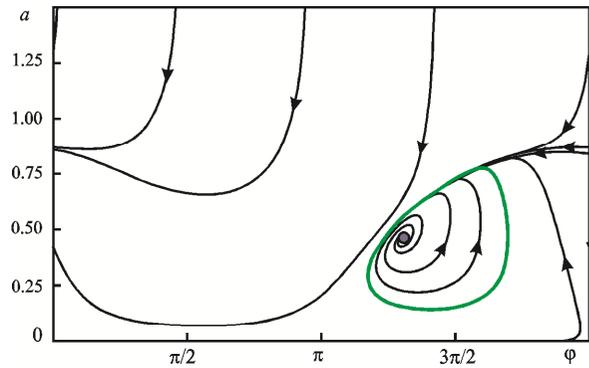
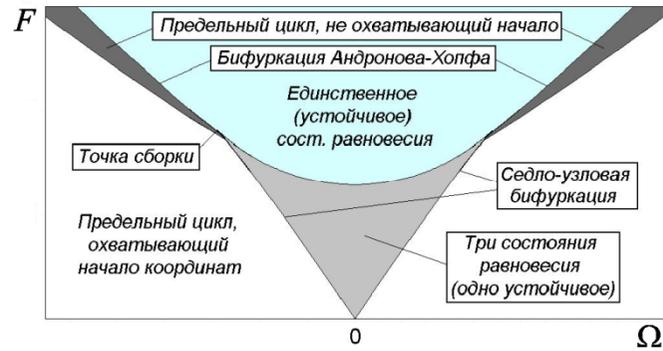
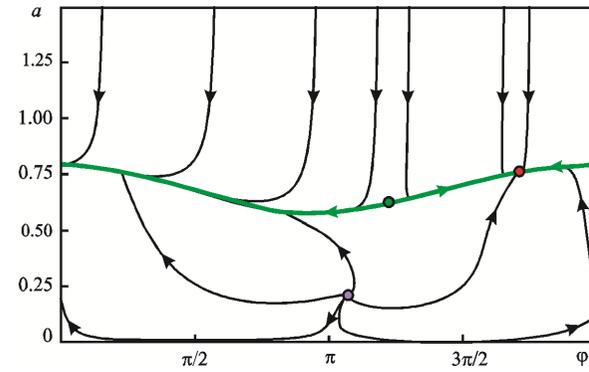
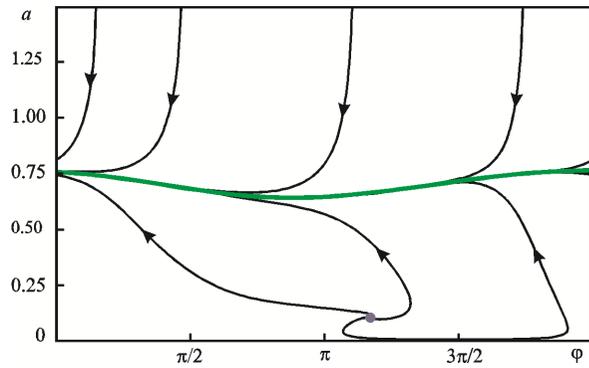
$$\rho < \sigma/2$$

Резонансные кривые и языки синхронизации

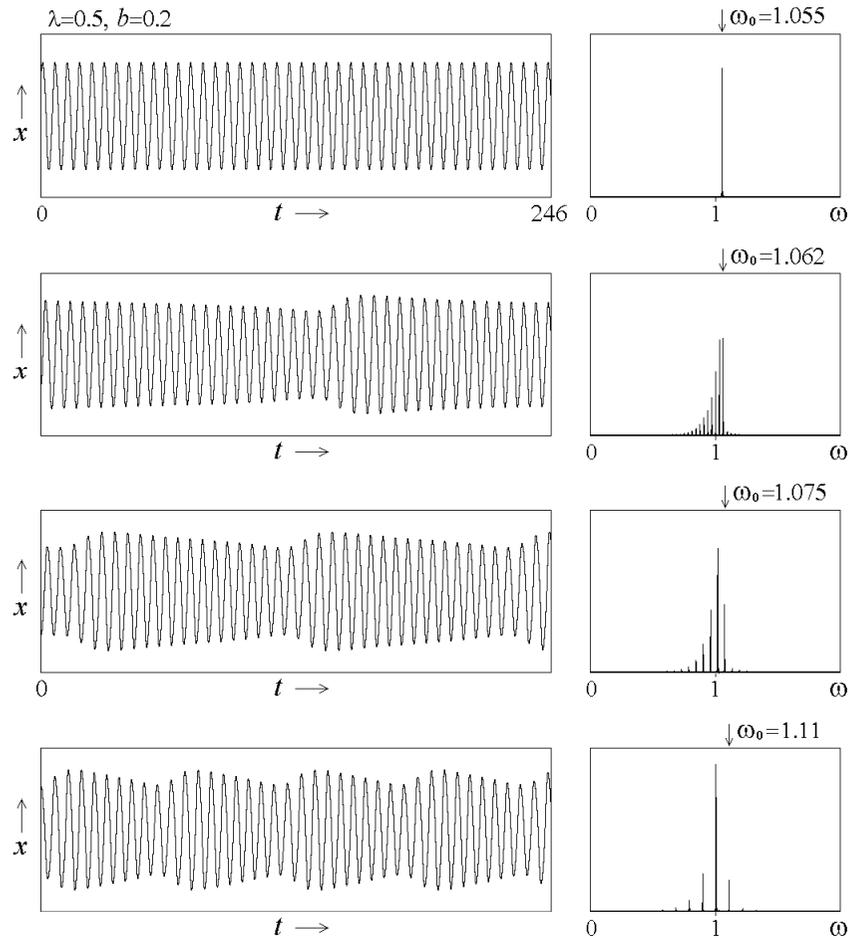


То же при $b = 0.1$

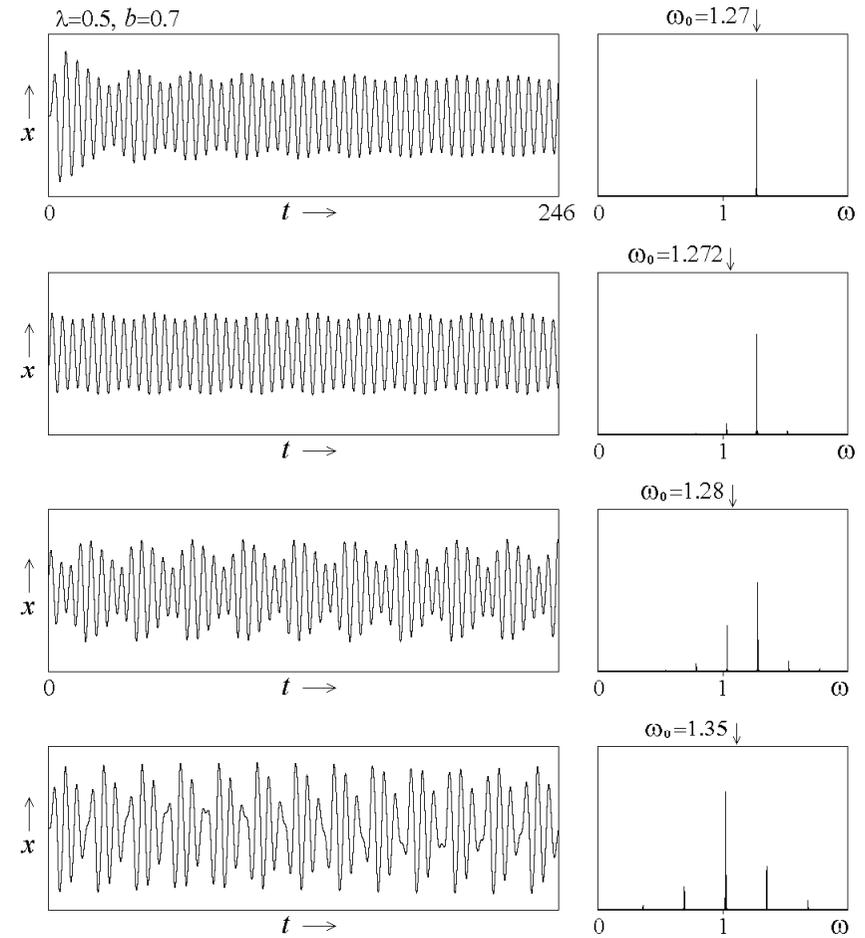
Два механизма синхронизации



Два механизма синхронизации



Захват. Седлоузловая бифуркация



Подавление. Бифуркация
Андропова – Хопфа

Синхронизация слабым сигналом. Уравнение Адлера

$$\dot{a} = (\sigma - a^2)a + F \cos \varphi \quad F \ll 1, \quad a \approx \sqrt{\sigma}$$

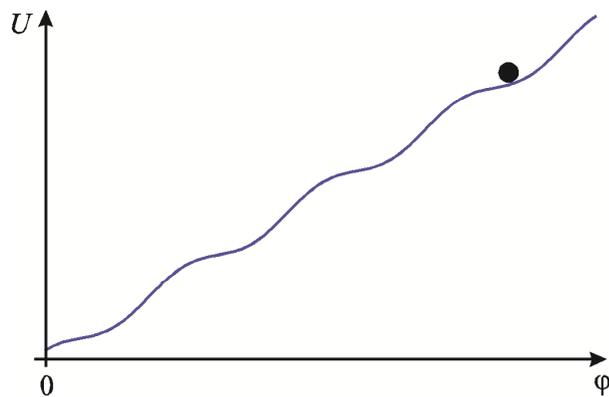
$$\dot{\varphi} + \Omega = ba^2 - \frac{F}{a} \sin \varphi$$

Уравнение Адлера: R. Adler. A study of locking phenomena in oscillators // *Proc. IRE* **34**, 283 (1946).

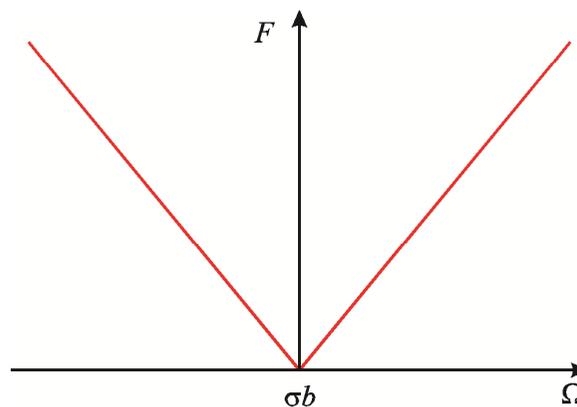
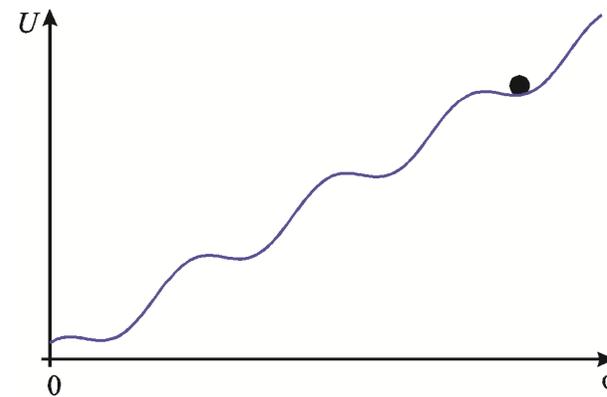
Р.В. Хохлов. К теории захватывания при малой амплитуде внешней силы // *ДАН* **97**, 411 (1956)

$$\dot{\varphi} = -\frac{dU}{d\varphi}, \quad U = (\Omega - b\sigma)\varphi + \frac{F}{\sqrt{\sigma}} \cos \varphi$$

$$\Omega - b\sigma > F/\sqrt{\sigma}$$



$$\Omega - b\sigma < F/\sqrt{\sigma}$$



Синхронизация генератора с жестким возбуждением

Yakunina K.A., Kuznetsov A.P., Ryskin N.M.
 Phys. Plasmas **22**, 113107 (2015).

$$\dot{a} = (\sigma + a^2 - a^4)a + f \cos \varphi,$$

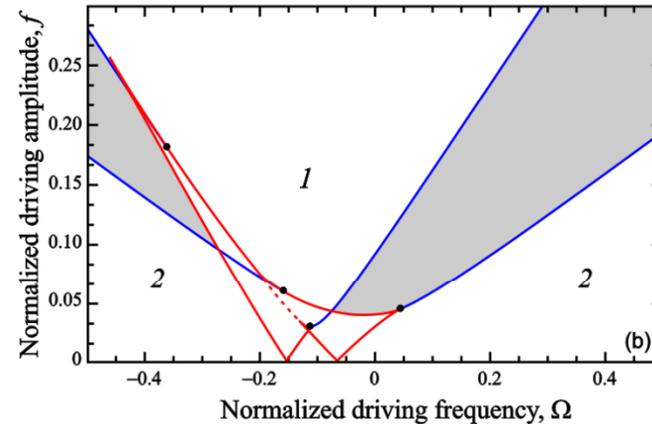
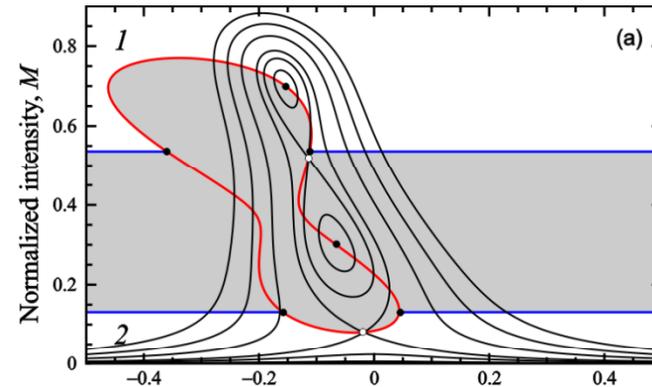
$$\dot{\varphi} = -\Omega + ba^2 - \frac{f}{a} \sin \varphi.$$

$-1/4 < \sigma < 0$ — жесткое возбуждение

$\sigma > 0$ — мягкое возбуждение

Уравнение резонансных кривых ($\rho = a_0^2$)

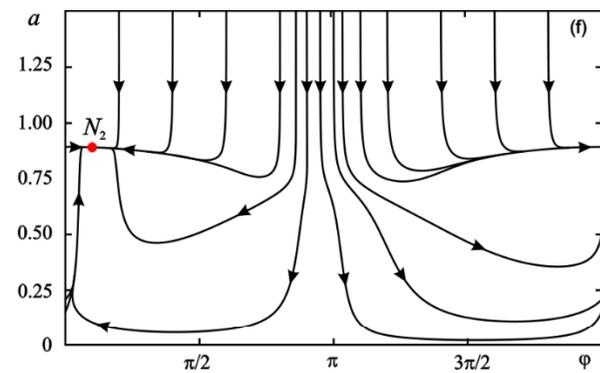
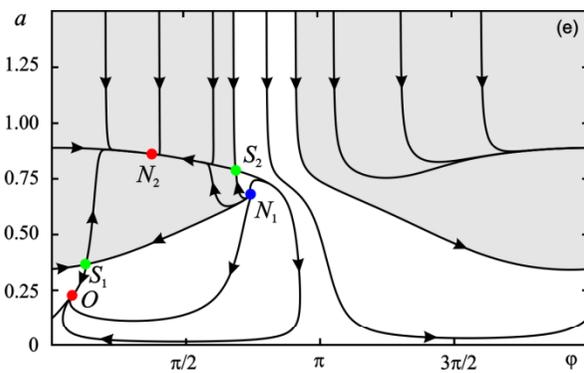
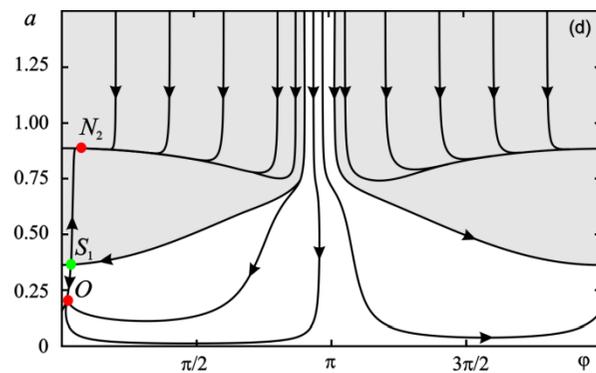
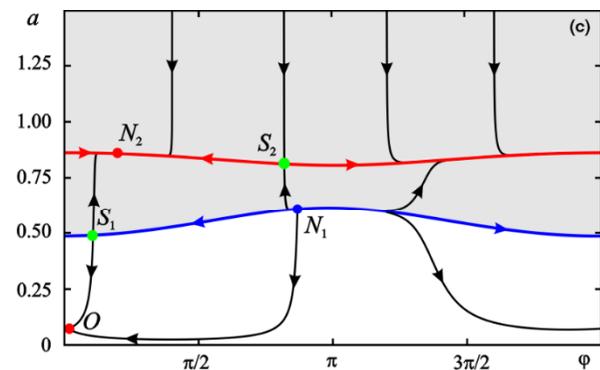
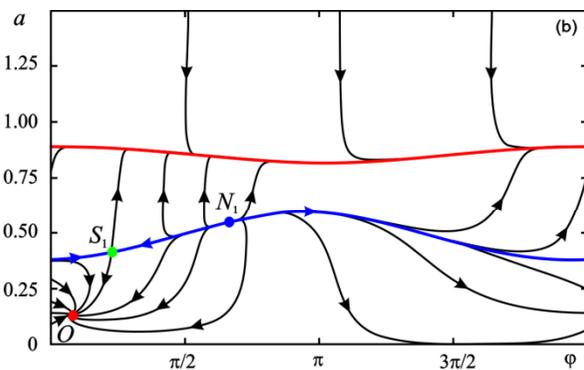
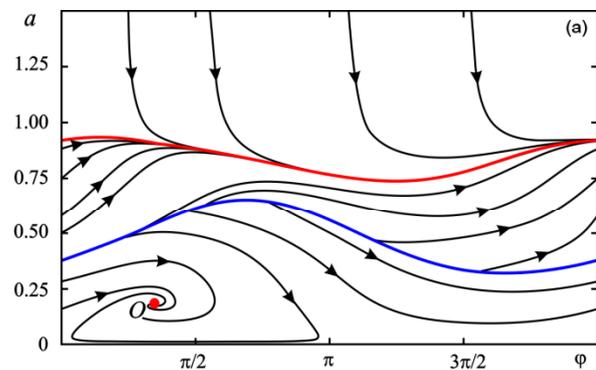
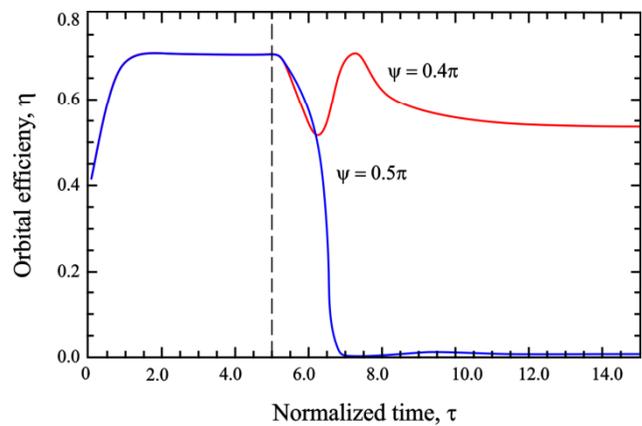
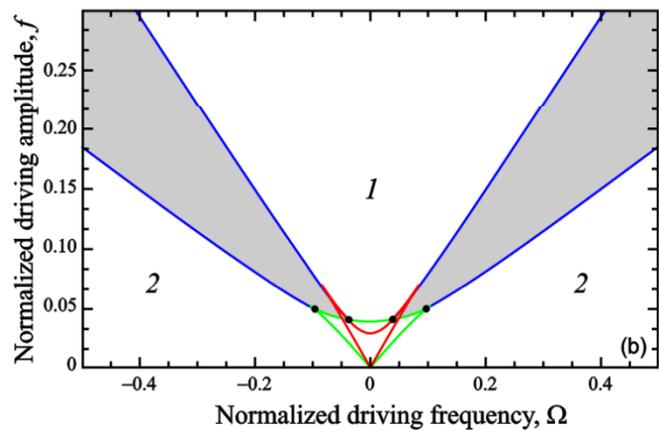
$$[(\Omega - b\rho)^2 + (\sigma + \rho - \rho^2)^2]\rho = f^2$$



$\sigma = -0.21, b = 0, -0.1$ и -0.22

1 — область синхронизации

2 — область вынужденных колебаний с малой амплитудой



Гиротрон с гауссовой структурой ВЧ поля

Уравнения движения

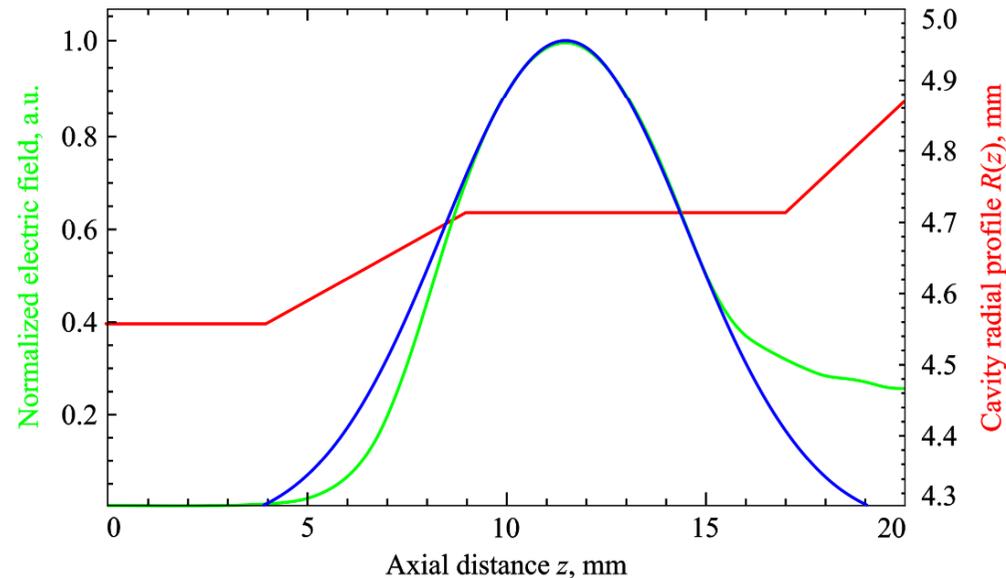
$$\frac{dp}{d\zeta} + i(\Delta_H + |p|^2 - 1)p = iA(\tau)f_s(\zeta)$$
$$p(\zeta = 0) = e^{i\varphi_0}, \quad \varphi_0 \in [0; 2\pi)$$

Уравнение возбуждения

$$\frac{dA}{d\tau} + A = iI_s \int_0^{\zeta_k} \left(\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} p d\varphi_0 \right) f_s^*(\zeta) d\zeta$$

$$f_s(\zeta) = \exp[-3(2\zeta/\zeta_k - 1)^2]$$

$$\mu = \zeta_k/\sqrt{3}$$



Модифицированная квазилинейная модель

Адилова А.Б., Рыскин Н.М. (2018).

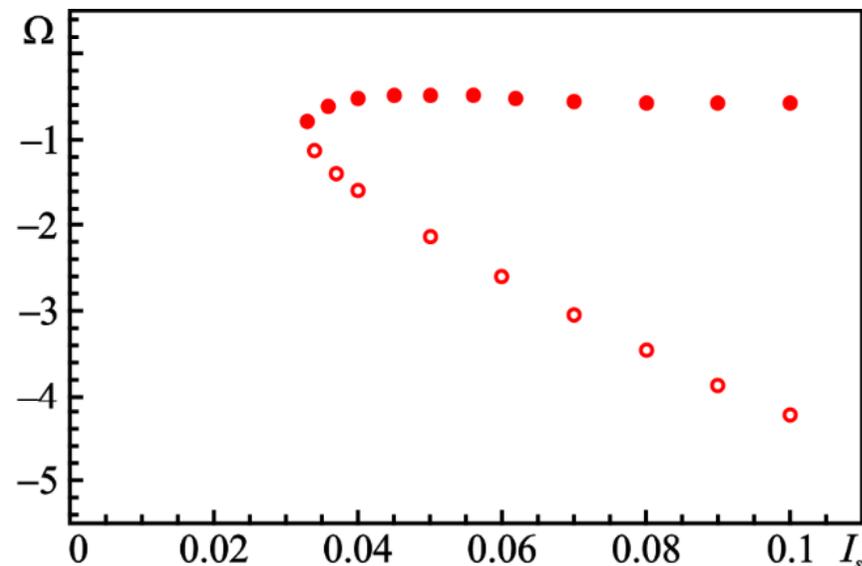
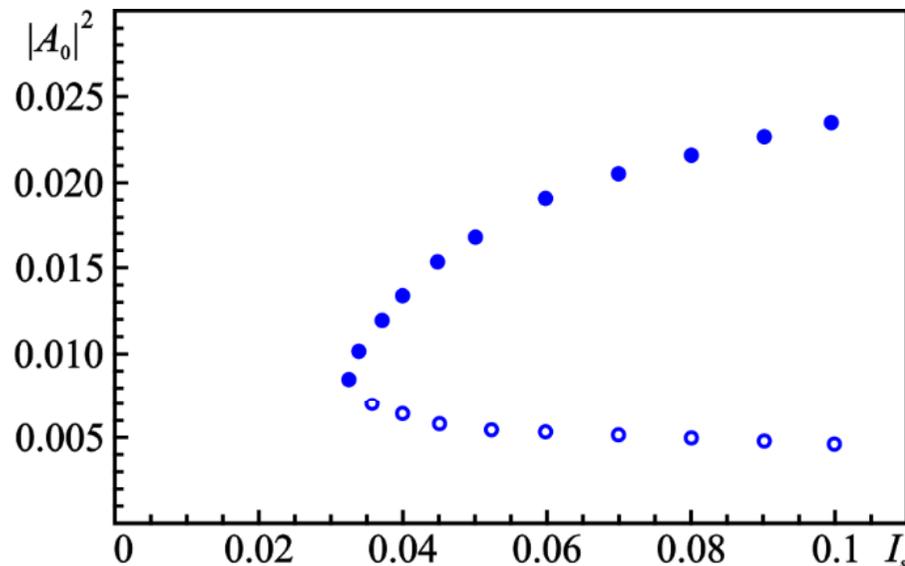
$$\frac{dA}{d\tau} + A = I_s \Phi \cdot A$$

$\Phi = \Phi' + i\Phi'' = \frac{i}{A} \int_0^{\zeta_k} J(\zeta, \tau) f_s^*(\zeta) d\zeta$ — электронная восприимчивость

Режим стационарной генерации: $A = A_0 e^{i\Omega\tau}$

Амплитудное и фазовое условия генерации:

$$1 = I_s \Phi', \quad \Omega = I_s \Phi''$$



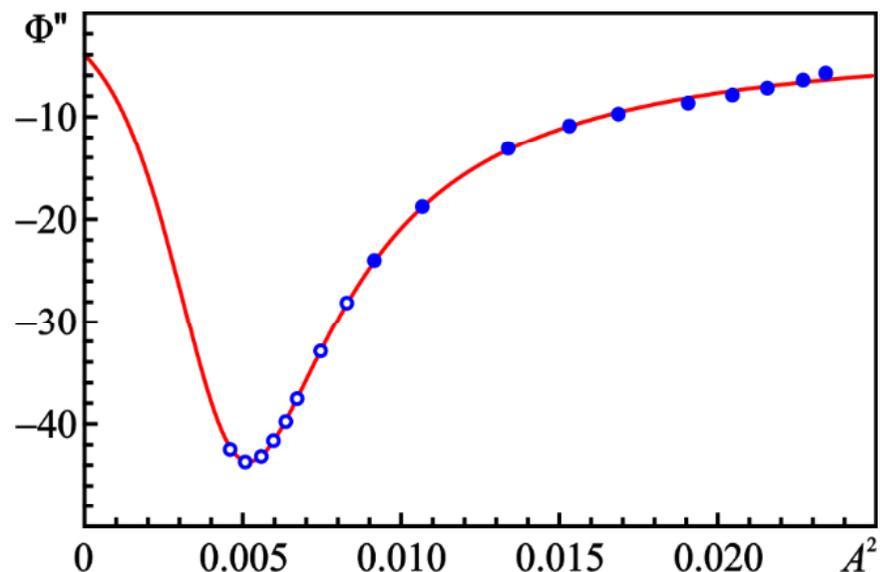
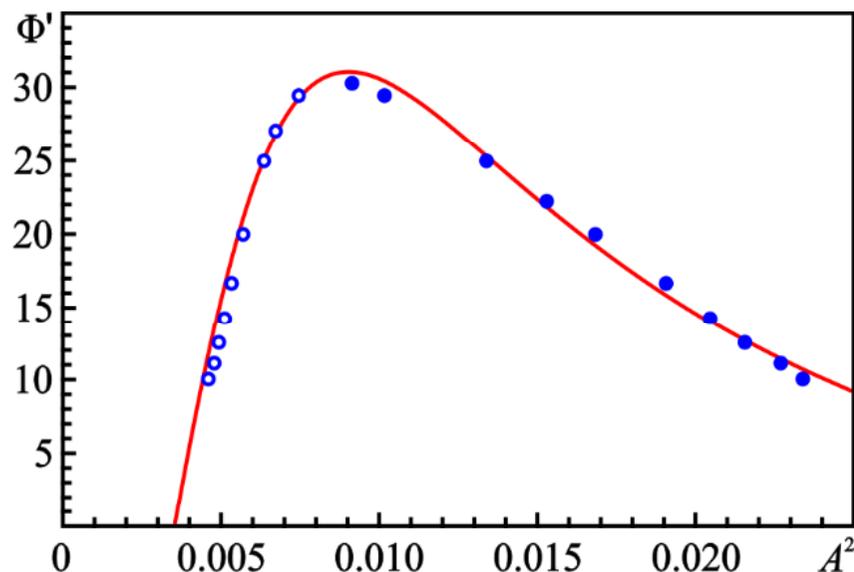
Зависимости амплитуды и частоты генерации от параметра тока I_s при $\mu = 15$, $\Delta_H = 0.5$

Темные кружки — устойчивые состояния, светлые — неустойчивые.

Модифицированная квазилинейная модель

Выразим активную и реактивную восприимчивость как функции амплитуды

$$\Phi'(|A|^2) = 1/I_s(|A|^2)$$
$$\Phi''(|A|^2) = \Omega(|A|^2)/I_s(|A|^2)$$



$$\Phi'(|A|^2) = \frac{\alpha' + \beta'|A|^2 + \gamma'|A|^4}{\delta' + \sigma'|A|^2 + \varepsilon'|A|^4}$$
$$\Phi''(|A|^2) = \frac{\alpha'' + \beta''|A|^2 + \gamma''|A|^4}{\delta'' + \sigma''|A|^2 + \varepsilon''|A|^4}$$

Модифицированная квазилинейная модель

$$\frac{dA}{dt} + A = I_s \Phi(|A|^2)A + 2f e^{i\Omega t}$$

$$\frac{P_{in}}{P_{osc}} \approx \frac{f^2}{|A_0|^2}$$

Уравнение резонансных кривых:

$$\left[(1 - I_s \Phi'(|A_0|^2))^2 + (\Omega - I_s \Phi''(|A_0|^2))^2 \right] |A_0|^2 = 4f^2$$

Бифуркация Андронова – Хопфа:

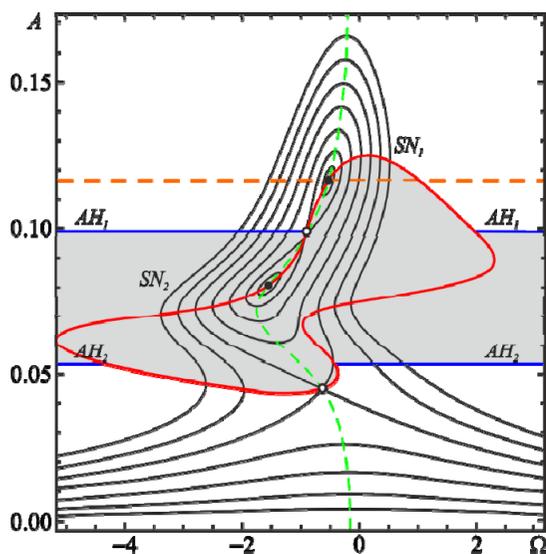
$$I_s \Phi' + I_s \frac{\partial \Phi'}{\partial |A_0|^2} |A_0|^2 > 1$$

Седлоузловая бифуркация:

$$\begin{aligned} & \left(1 - I_s \Phi' - I_s \frac{\partial \Phi'}{\partial |A_0|^2} |A_0|^2 \right)^2 + \left(\Omega - I_s \Phi'' - I_s \frac{\partial \Phi''}{\partial |A_0|^2} |A_0|^2 \right)^2 < \\ & < I_s^2 \left[\left(\frac{\partial \Phi'}{\partial |A_0|^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi''}{\partial |A_0|^2} \right)^2 \right] |A_0|^4 \end{aligned}$$

Ергаков В.С., Моисеев М.А., Хижняк В.И. Радиотехника и электроника **23**, 2591–2599 (1978).

Модифицированная квазилинейная модель

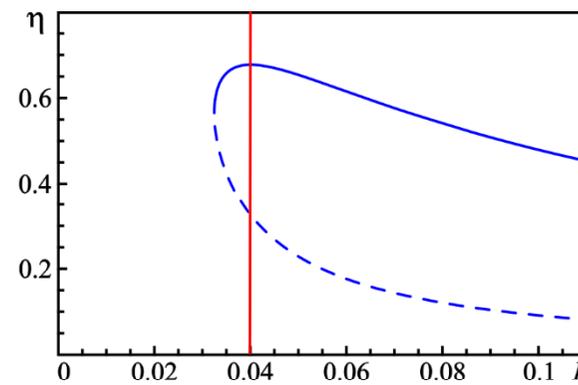


$$I_s = 0.04$$

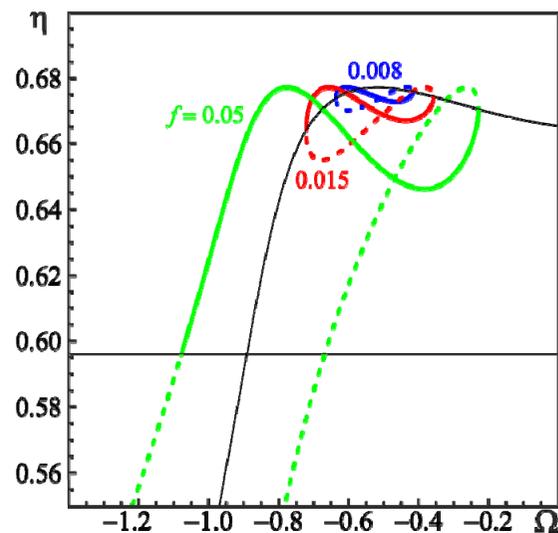
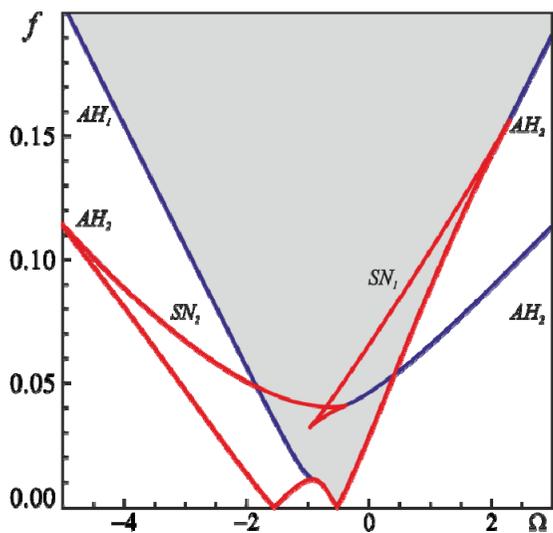
$$\mu = 15$$

$$\Delta_H = 0.5$$

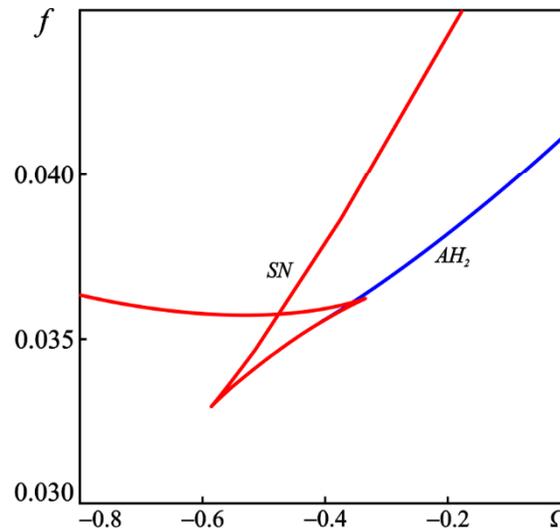
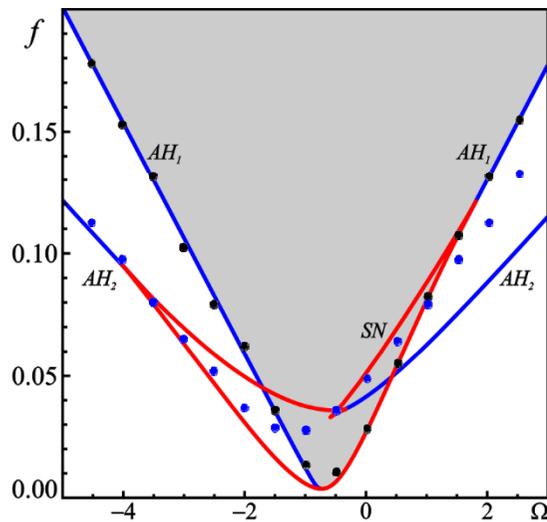
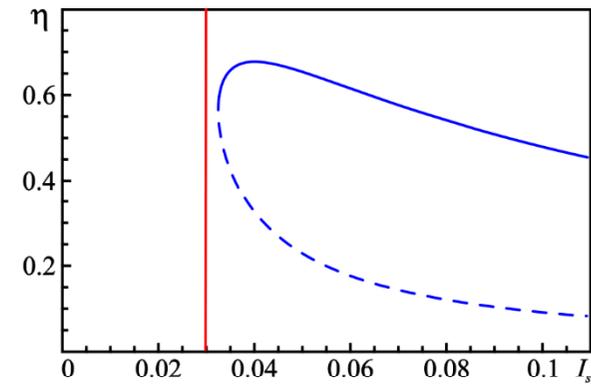
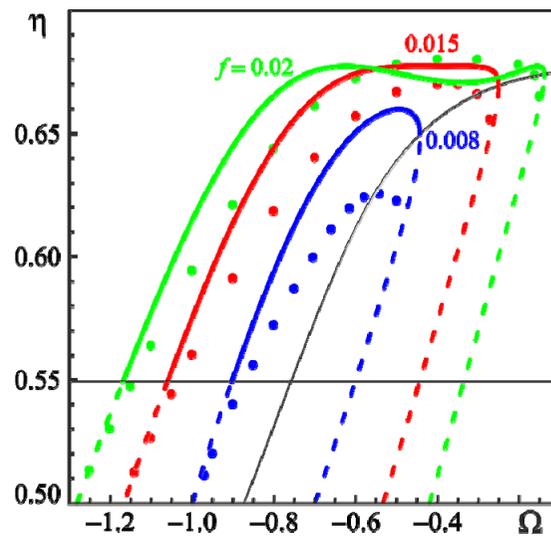
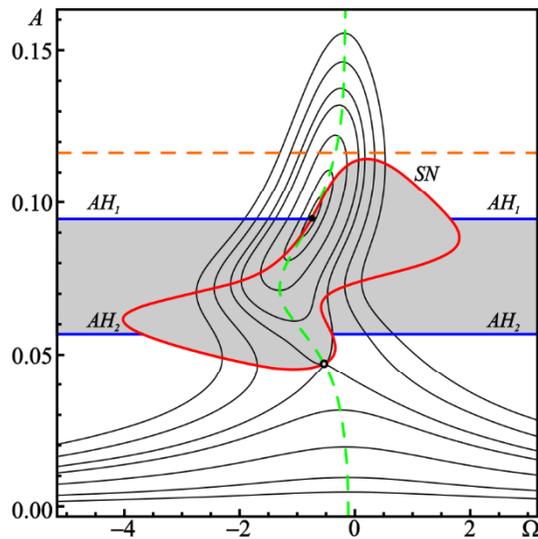
Зеленый пунктир –
«скелетная кривая»
 $\Omega = I_s \Phi''(|A|^2)$
Оранжевый пунктир –
линия максимального
КПД



$$\eta = 2\Phi' \cdot |A|^2$$

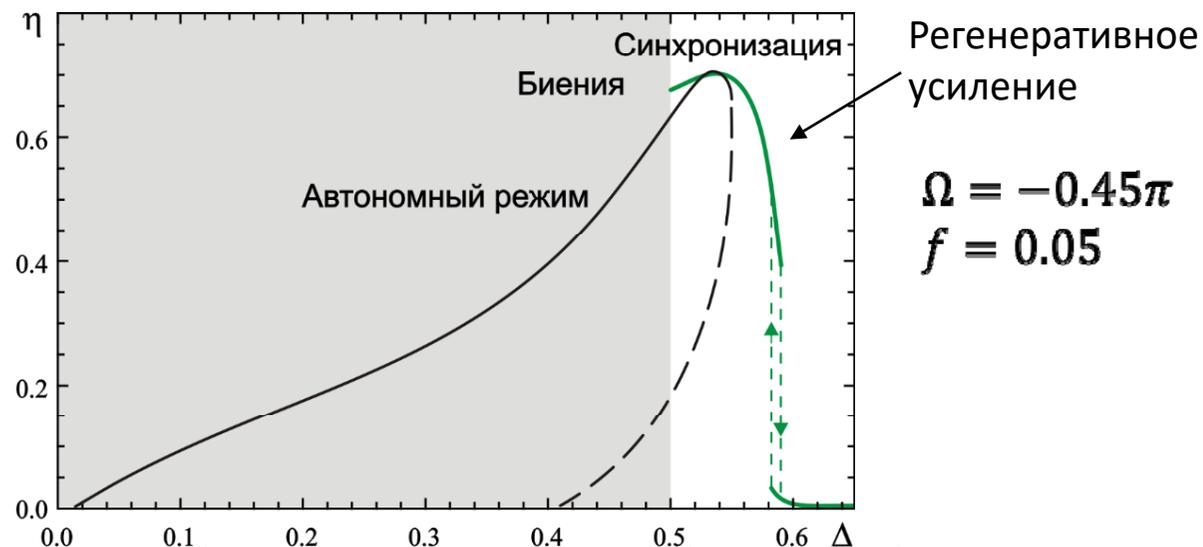


Модифицированная квазилинейная модель

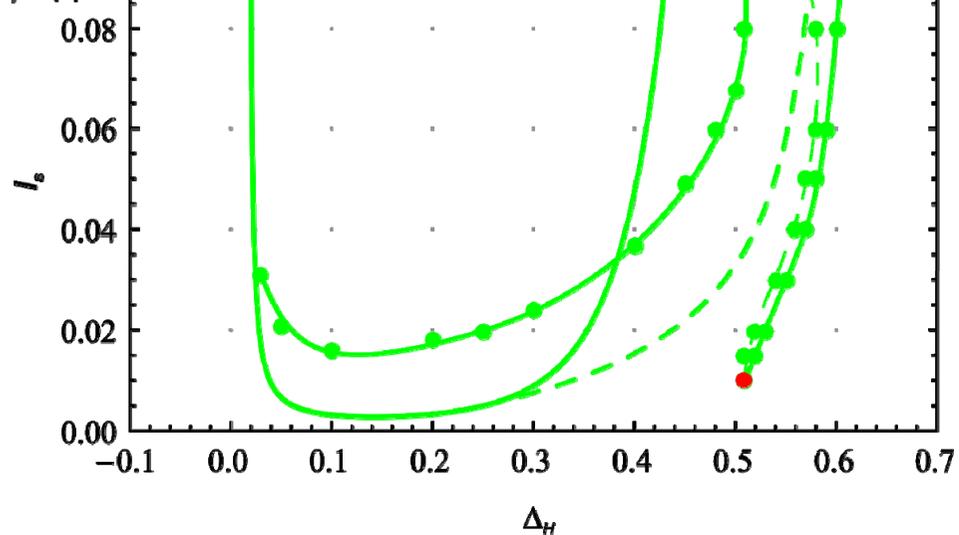


$I_s = 0.03$
 $\mu = 15$
 $\Delta_H = 0.5$

Синхронизация одномодовой модели гиротрона



Зависимость КПД от расстройки в гиротроне с гауссовой структурой ВЧ поля. Максимальный КПД $\eta \approx 70\%$ достигается при $\mu = 15$, $I_s = 0.06$, $\Delta_H = 0.53$, в области жесткого возбуждения.



Теория многомодового гиротрона с эквидистантным спектром мод

Эквидистантный спектр $TE_{m,n}$ мод, отличающихся азимутальным индексом $m_s, s = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Уравнения движения

$$\frac{dp}{d\zeta} + i(\Delta_H + |p|^2 - 1)p = i \sum_s A_s f_s(\zeta) e^{i\psi_s},$$
$$p(\psi, \varphi_0, \zeta = 0) = e^{i\varphi_0}, \quad \varphi_0 \in [0; 2\pi).$$

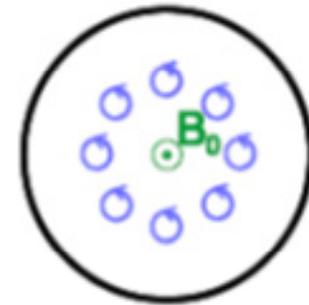
$$f_s(\zeta) = f_{s0}(\zeta) \exp(i\Delta_s \zeta), \quad \Delta_s = \frac{2}{\beta_{\perp}^2} \frac{\omega_s - \omega_0}{\omega_0} \approx s\Delta_{s0}$$

$$\psi_s = (m_0 - m_s)\psi = s\psi$$

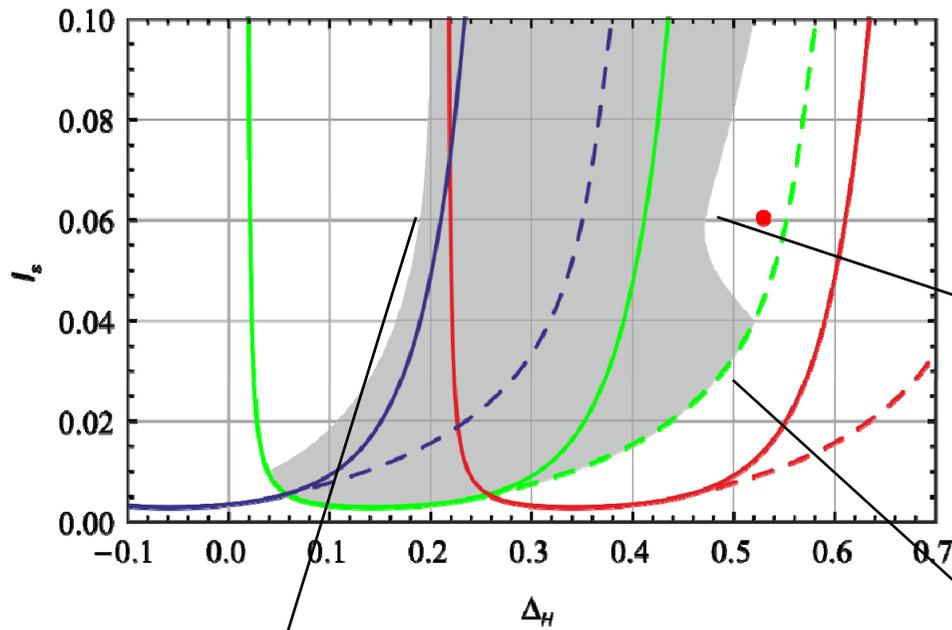
Уравнения возбуждения

$$\frac{dA_s}{d\tau} + A_s = iI_s \int_0^{\mu} J_s(\zeta, \tau) f_s^*(\zeta) d\zeta$$

$$J_s = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \left(\int_0^{2\pi} p d\varphi_0 \right) e^{-i\psi_s} d\psi - \text{азимутальные гармоники ВЧ тока}$$



Влияние конкуренции мод

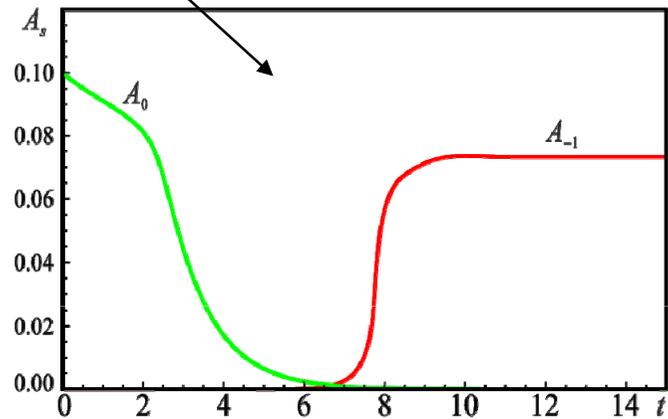
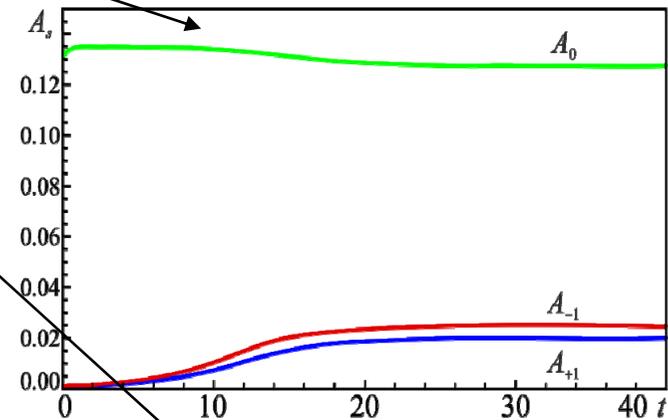
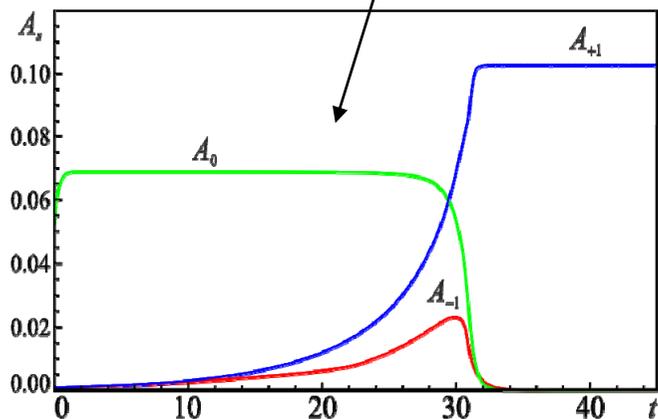


$\Delta_{s0} = 0.2$
 Примерно соответствует
 параметрам гиротрона с
 рабочей модой $TE_{28,12}$

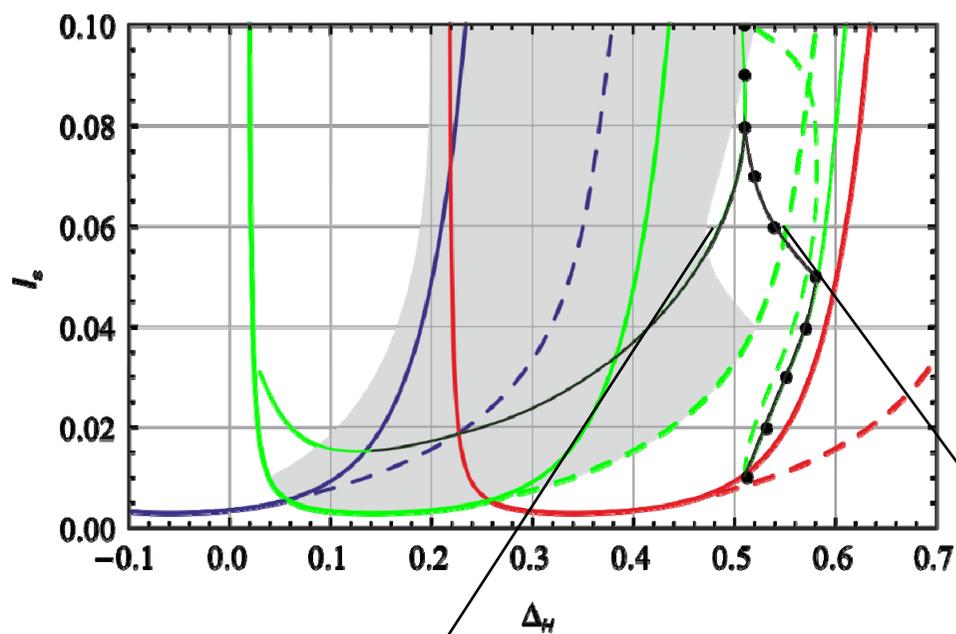
Распадная (параметрическая) неустойчивость:

$$2\omega_s = \omega_{s+1} + \omega_{s-1}$$

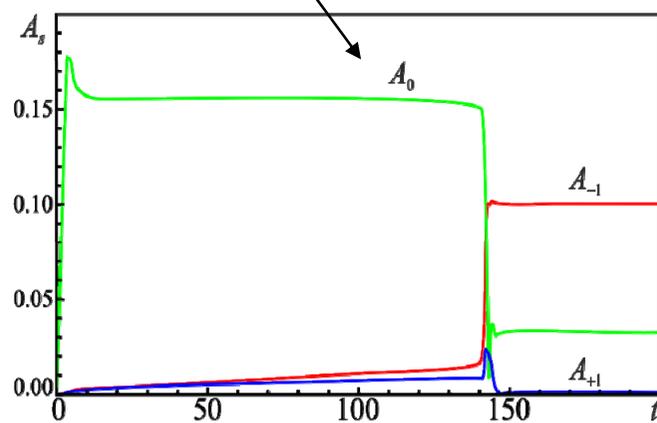
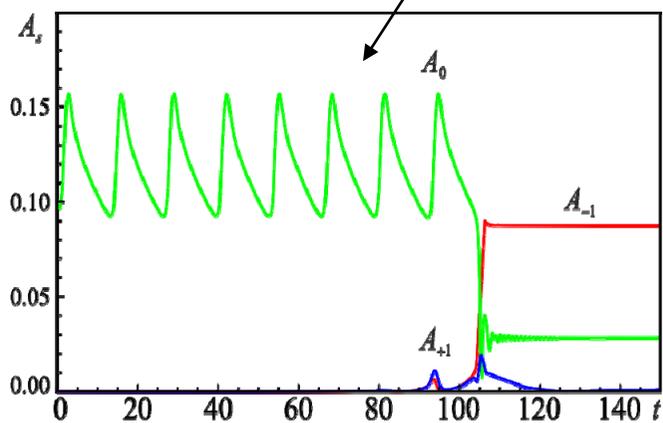
$$2m_s = m_{s+1} + m_{s-1}$$



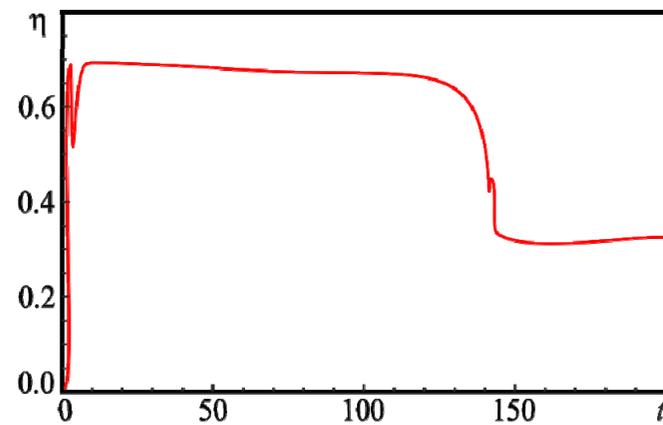
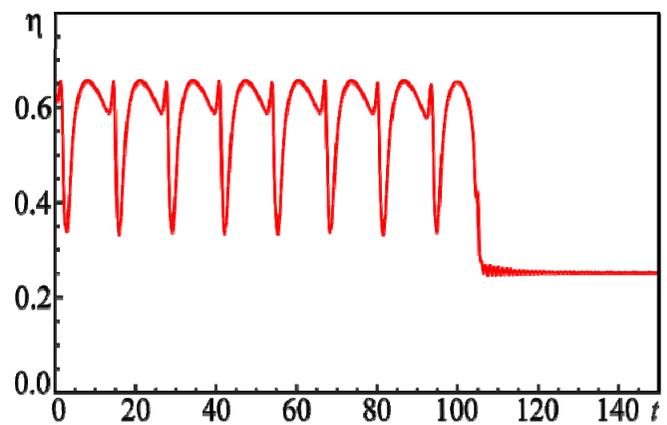
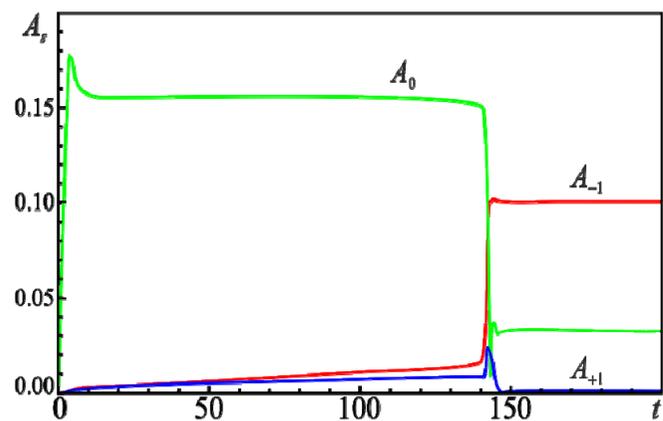
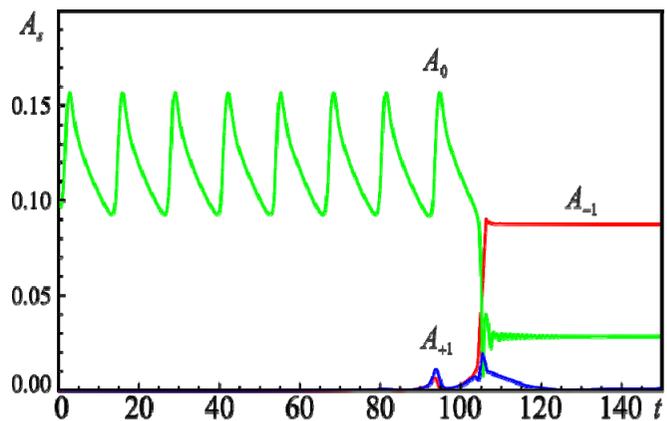
Влияние конкуренции мод



$$\Omega = -0.45\pi$$
$$f = 0.05$$



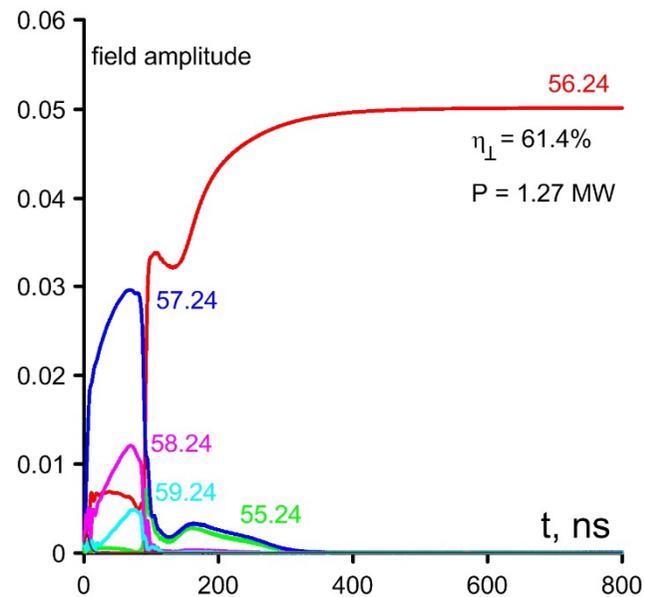
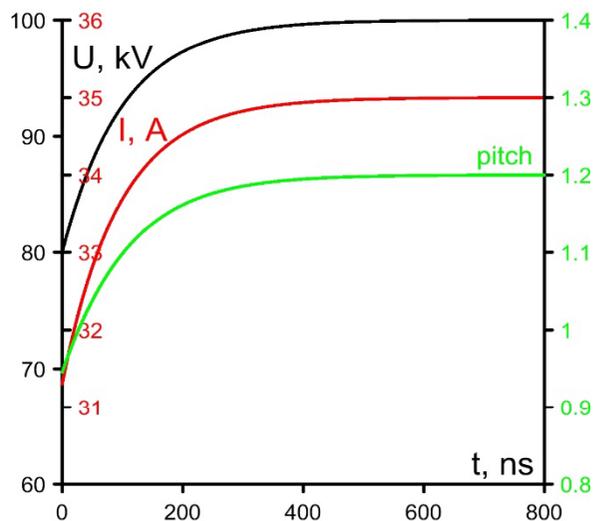
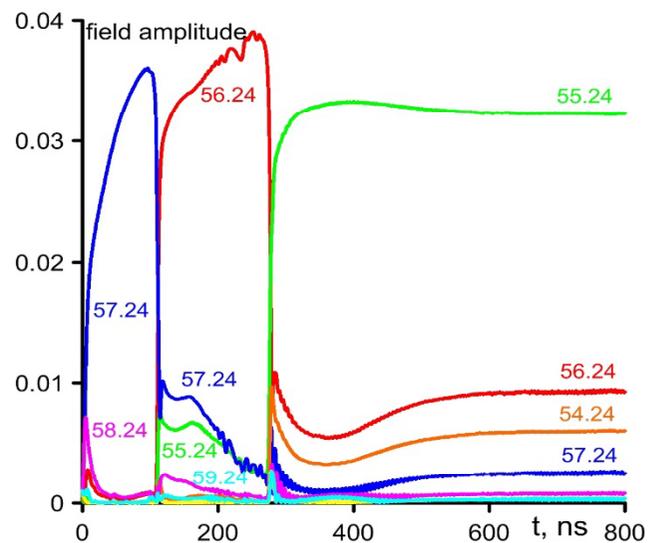
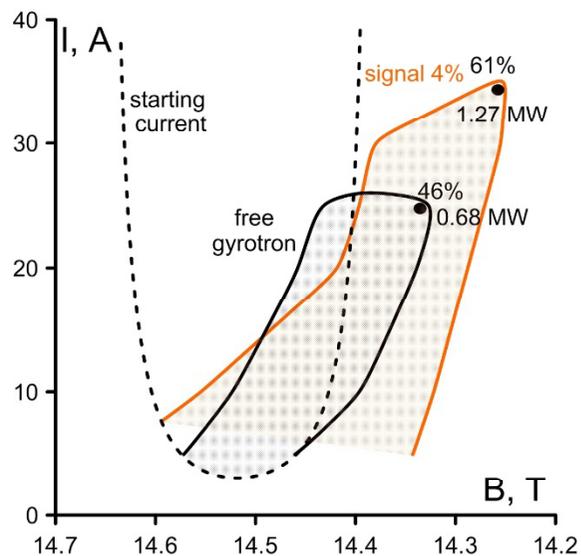
Влияние конкуренции мод



Повышение КПД за счет воздействия внешнего сигнала

В.Л. Бакунин, Г.Г. Денисов, Ю.В. Новожилова (2019)

Гиротрон диапазона 345 ГГц с рабочей модой $TE_{56,24}$



Подавление паразитных мод на фронте импульса

$\Delta_{s0} = 0.33$

