

Соударение тел со свободной поверхностью жидкости и дном

Ерманюк Е.В., Гаврилов Н.В.
*Институт гидродинамики СО РАН,
г. Новосибирск*



Hicks P.
University of Aberdeen, UK

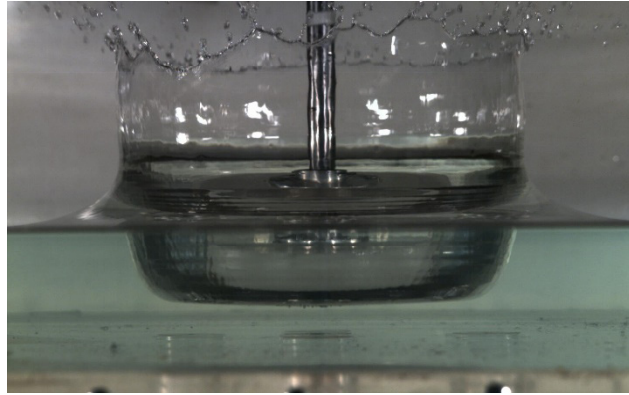


Purvis R.
University of East Anglia, Norwich, UK



XIX научная школа «Нелинейные волны - 2020»
28 февраля – 6 марта 2020 г., Нижний Новгород

Схема задачи и ключевые параметры



Параметры жидкости: плотность, вязкость, коэффициент поверхностного натяжения, скорость звука, давление насыщенного пара...

Параметры газа: плотность, вязкость, скорость звука...

Уравнения состояния для жидкости и газа

Параметры тела: размер, форма, скорость движения, масса, жесткость, шероховатость, смачиваемость, пористость...

Ускорение силы тяжести

Основные безразмерные параметры:

число Рейнольдса $Re = \frac{\rho_l DV}{\mu_l}$ число Вебера $We = \frac{\rho_l DV^2}{\gamma}$

число Онезорге $Ob = \frac{\mu_l}{\sqrt{\rho_l D \gamma}} = \frac{\sqrt{We}}{Re}$ капиллярное число $Ca = \frac{\mu_l V}{\gamma}$

число Стокса $St = \frac{\mu_g}{\rho_l DV} = \frac{\mu_g}{\mu_l} \cdot \frac{1}{Re}$ $\frac{\rho_l}{\rho_g}$ отношения плотностей
и вязкостей
 $\frac{\mu_l}{\mu_g}$

Ключевые обзоры литературы:

1. ***A. A. Korobkin and V. V. Pukhnachev (1988)*** “Initial stage of water impact,” Annual Rev. Fluid Mech., **20**, 159–186
2. ***A.L. Yarin (2006)*** “Drop impact dynamics: Splashing, Spreading, Receding, Bouncing...” Annual Rev. Fluid Mech., **38**, 159-192
3. ***S.T. Thoroddsen, T.G. Etoh, and K. Takehara (2008)*** “High-Speed Imaging of Drops and Bubbles” Annual Rev. Fluid Mech., **40**, 257-285.
4. ***C. Josserand and S.T. Thoroddsen (2016)*** “Drop Impact on a Solid Surface” Annual Rev. Fluid Mech., **48**, 365-391.

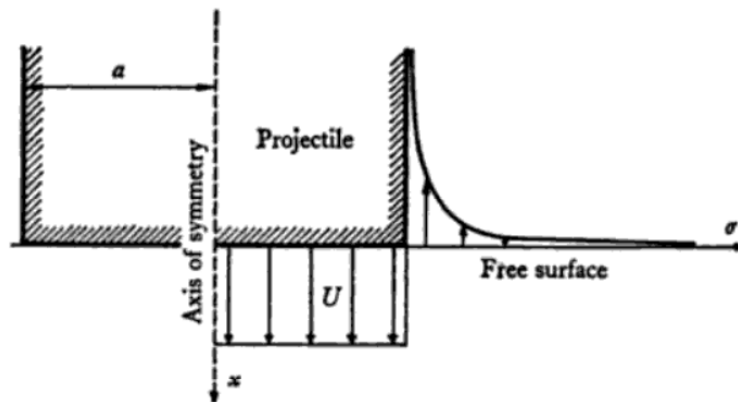
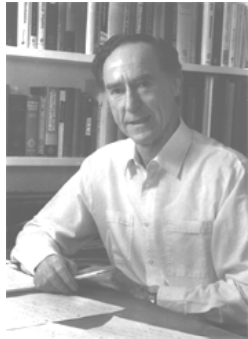
Масштаб $D \approx O(0.1m) \div O(10m)$

- слемминг кораблей,
- аварийное приводнение самолетов и вертолетов,
- плескания жидкостей в танкерах и газовозах.....

Целевые функции: оценка гидродинамических нагрузок, ускорений, напряжений и деформаций в конструкциях

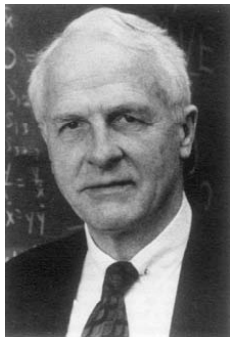


Схема течения при ударе затупленного тела



“...the motion produced by the impact of a flat-nosed body is identical only instantaneously with that (in one half of) the flow field of a flat plate moving through an infinite fluid”

Batchelor G.K. (1967) Introduction to Fluid Mechanics. Cambridge University Press



Fugita (1954),
Chuang (1966),
Verhagen (1967)

В отсутствие воздуха соударение тела с поверхностью жидкости приводило бы к давлению порядка $\rho_l c_l V$ (water hammer pressure). Это давление не наблюдается в экспериментах. Плотностью и вязкостью воздуха нельзя пренебречь.

Birkhoff G. (1960) Hydrodynamics: a Study in Logic, Facts and Similitude. Princeton University Press.

Оценка гидродинамических нагрузок

$$F = d(\mu V)/dt \quad \text{гидродинамическая нагрузка}$$

μ — присоединенная масса

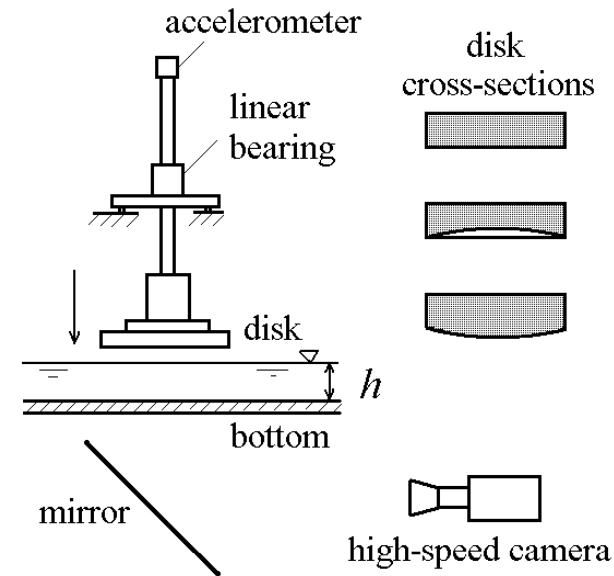
$$F = V^2 \frac{d\mu}{db} + \mu \frac{dV}{dt}$$

где b — глубина погружения нижней точки тела под свободную поверхность

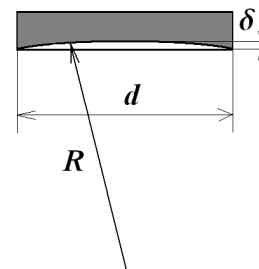
$$V = db/dt$$

Как правило, рассматриваются два случая:

- 1) падение с постоянной скоростью
- 2) скачок скорости при соударении тела, имеющего плоский торец, со свободной поверхностью



Экспериментальная установка



диаметр $d = 18 \text{ cm}$,

радиус кривизны
поверхности дна:

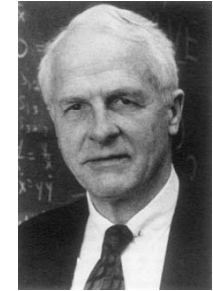
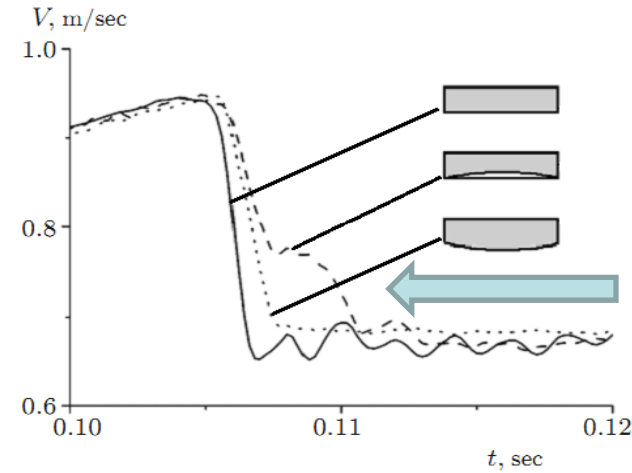
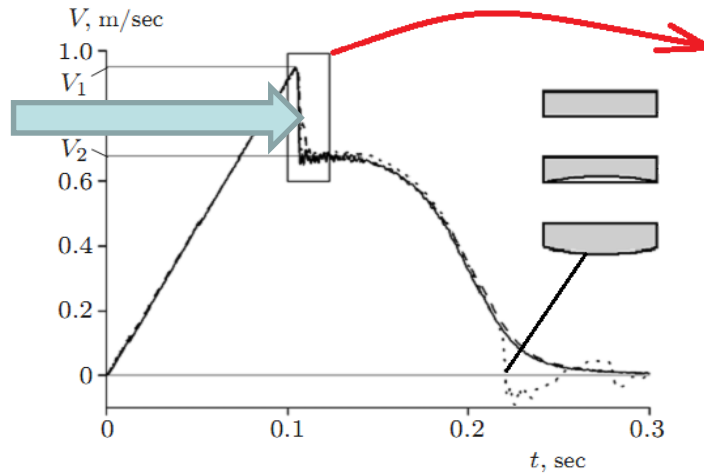
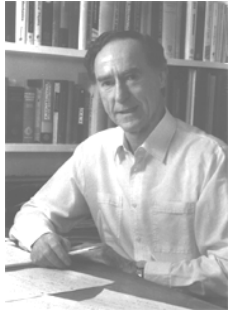
$R = 130 \text{ cm}$ выпуклое дно

$R = 130 \text{ cm}$ вогнутое дно

$R = \infty$ плоское дно

Высокоскоростная камера: Motion Xtra HG-100K
частота кадров от 500 до 5000 кадров в секунду

Зависимость скорости от времени



Высота падения $H=5$ см, глубина жидкости $h = 6$ см

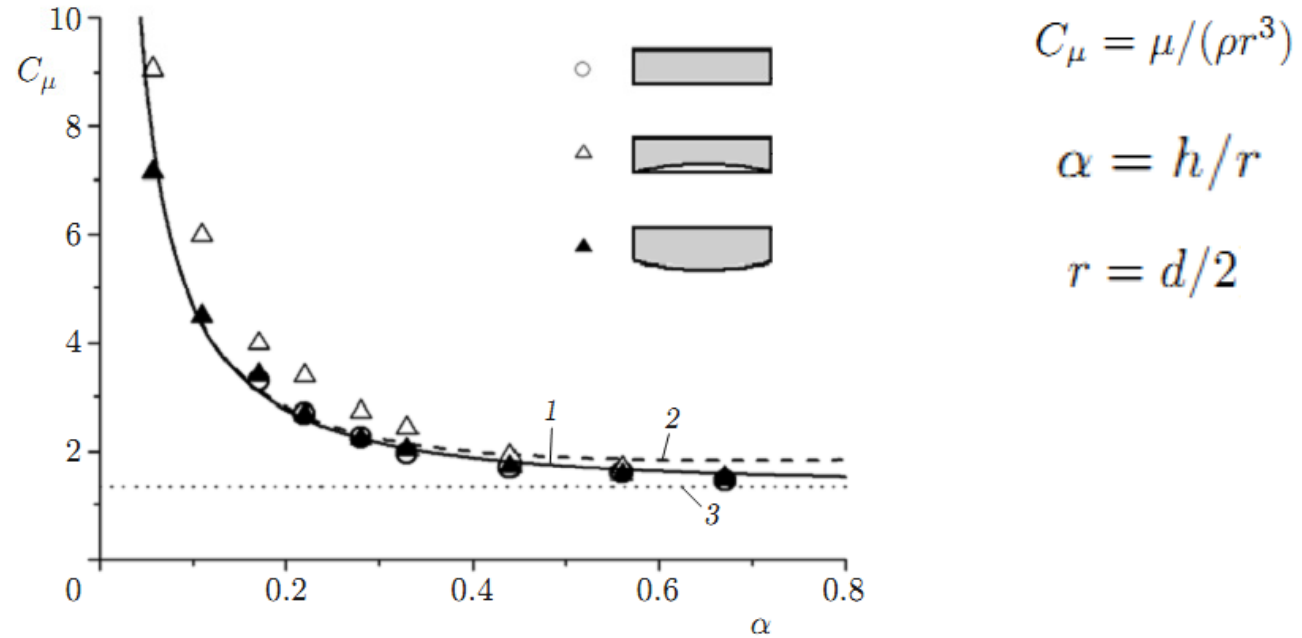
Закон сохранения импульса: $MV_{-0} = (M + \mu)V_{+0}$

Основные принципы:

Скачок скорости может быть получен из закона сохранения импульса

Масштаб времени зависит от деталей течения.

Присоединенная масса как функция глубины слоя жидкости



$$C_\mu = \frac{\pi}{8} \frac{1}{\alpha} + \frac{\ln 4}{2} + \frac{\pi^2 + 3 \ln^2 4}{6\pi} \alpha - \frac{2}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k(\pi + 2a \ln 4) + 2\alpha}{k^2 k!! [(2k-1)!!]^{-1}} I_1\left(\frac{\pi k}{\alpha}\right) K_0\left(\frac{\pi k}{\alpha}\right)$$

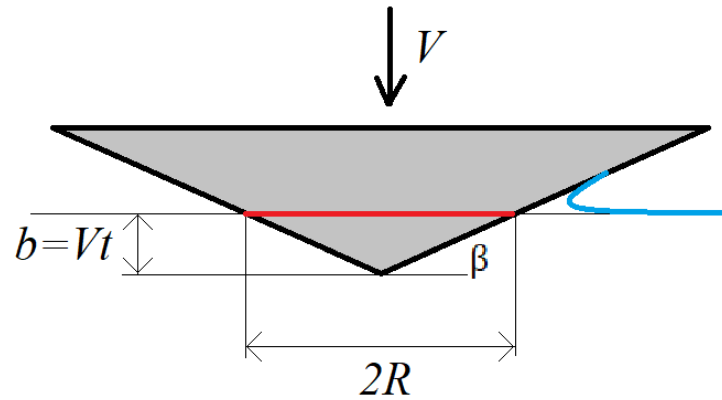
Чебаков (ПММ 1974)

Приложение к скимбордингу



При глубине 2 см и эквивалентном радиусе 30 см, коэффициент присоединенной массы около 6.6. Присоединенная масса скимборда порядка 420 кг.

Схема течения

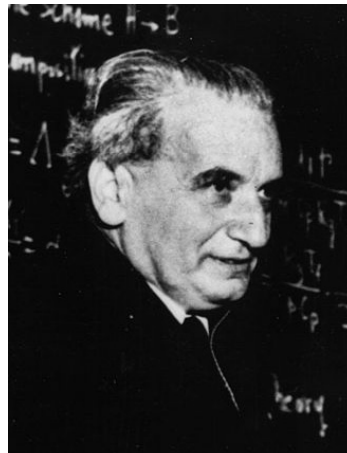


Падение клина (конуса) на воду
von Karman (1929), Wagner (1932)

$$F = d(\mu V)/dt$$

$$\mu(t) = \frac{4}{3} \rho [R(t)]^3$$

$$F(t) = 4 \frac{\rho V^4 t^2}{(\tan \beta)^3}$$



TECHNICAL NOTES
NATIONAL ADVISORY COMMITTEE FOR AERONAUTICS

No. 321

THE IMPACT ON SEAPLANE FLOATS DURING LANDING

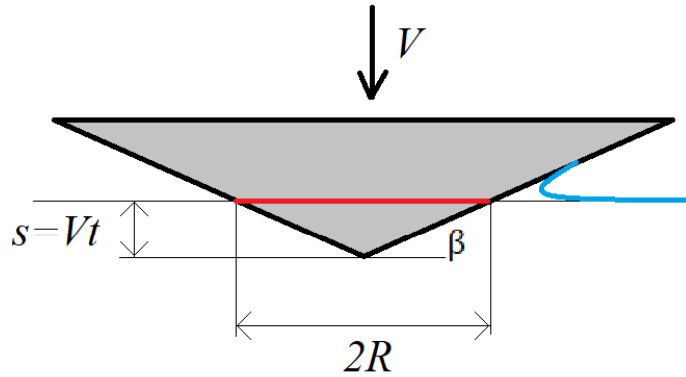
By Th. von Karman
Aerodynamical Institute of the
Technical High School, Aachen

FILE COPY

To be returned to
the Office of the Langley
Memorial Aeronautical
Laboratory

Washington
October, 1929

Схема течения



Падение клина (конуса) на воду
von Karman (1929), Wagner (1932)

$$F = d(\mu V)/dt$$

$$\mu(t) = \frac{4}{3} \rho [R(t)]^3$$

$$F(t) = 4 \frac{\rho V^4 t^2}{(\tan \beta)^3}$$



TECHNICAL NOTES
NATIONAL ADVISORY COMMITTEE FOR AERONAUTICS

No. 321

THE IMPACT ON SEAPLANE FLOATS DURING LANDING

By Th. von Karman
Aerodynamical Institute of the
Technical High School, Aachen

FILE COPY

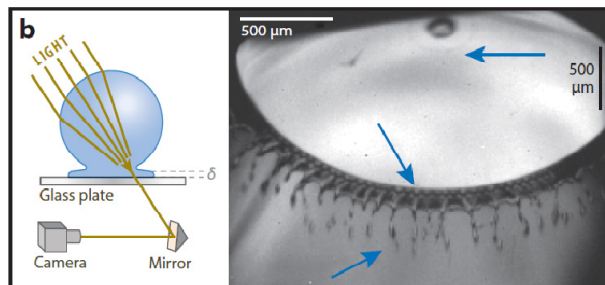
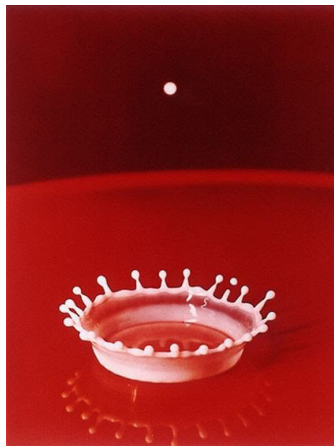
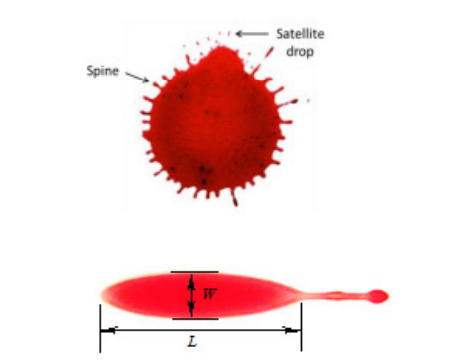
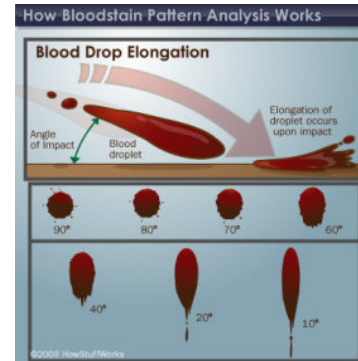
To be returned to
the files of the Langley
Memorial Aeronautical
Laboratory

Washington
October, 1929

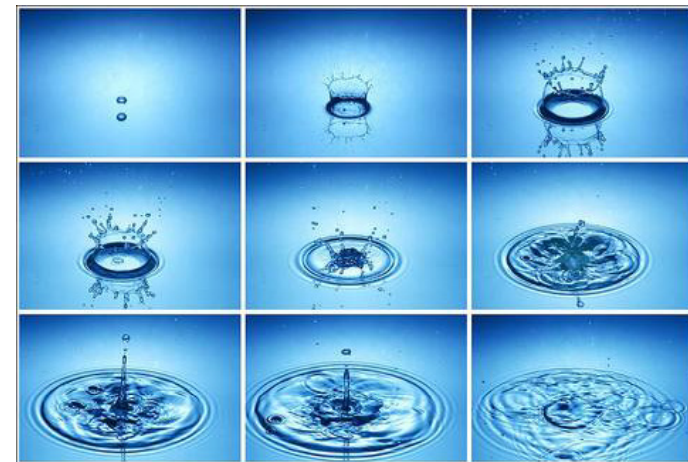
Масштаб $D \approx O(0.01\text{mm}) \div O(1\text{mm})$

струйные принтеры (чернила, расплавы металлов),
нанесение аэрозольных покрытий,
криминалистическая экспертиза,
обледенение самолетов, вертолетов, кораблей.....

Целевые функции: исследование новых физических
механизмов, оптимизация технологических
процессов, повышение качества покрытий....



Падение капли
на сухую поверхность



Падение капли
на тонкий слой жидкости

Масштаб $D \square O(1\text{cm})$. Роль смачиваемости.

C. Duez, C. Ybert, C. Clanet, L. Bocquet (2007) “Making splash with water repellency” Nature Physics. V. 3

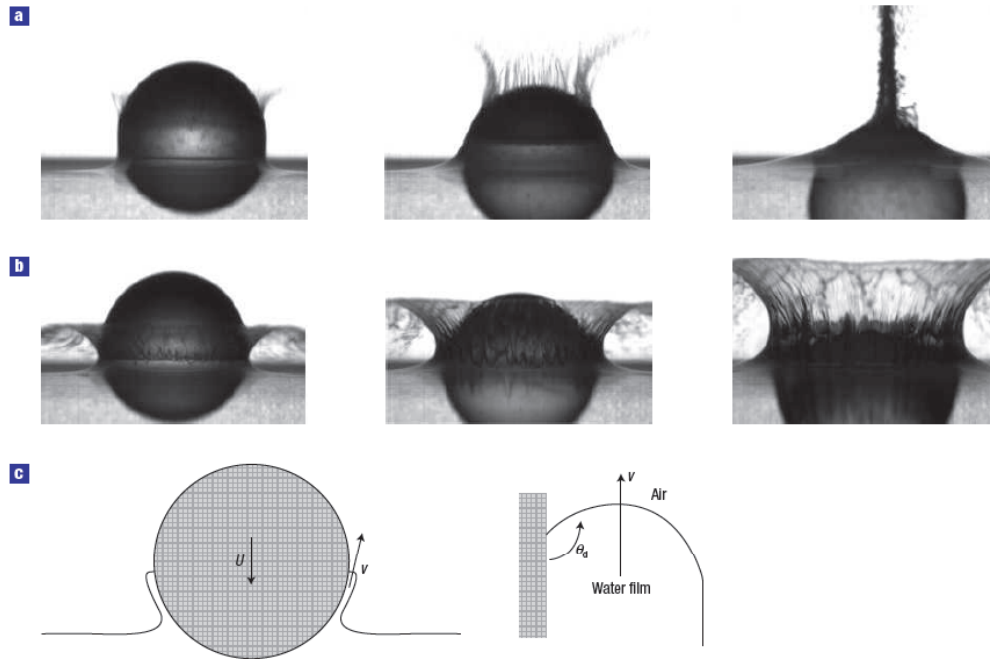


Figure 3 Detailed chronophotography of impacting spheres with two different wettabilities at the same impact velocity $U = 5 \text{ m s}^{-1}$. a, Hydrophilic sphere (1.4, 2.2 and 3.9 ms after initial impact). b, Hydrophobic sphere (1.5, 2.4 and 4.0 ms after initial impact). For the hydrophilic sphere, the considered impact velocity is below the threshold for air entrainment: the ascending film is shown to follow the sphere and gather at the pole. For the hydrophobic sphere, the impact velocity is above the threshold for air entrainment: the ascending film detaches from the sphere, thereby creating a cavity during the impact. c, Left: Diagram of the impact geometry; right: magnification of the triple-line region. θ_d is the dynamic contact angle, which is larger than the static contact angle θ_0 for a moving triple line (with velocity v). The threshold velocity is reached as the contact line is no longer stable, which occurs as $\theta_d \rightarrow 180^\circ$.

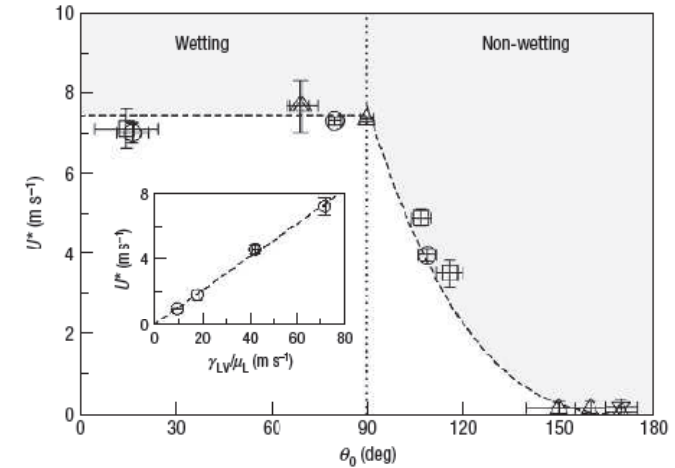
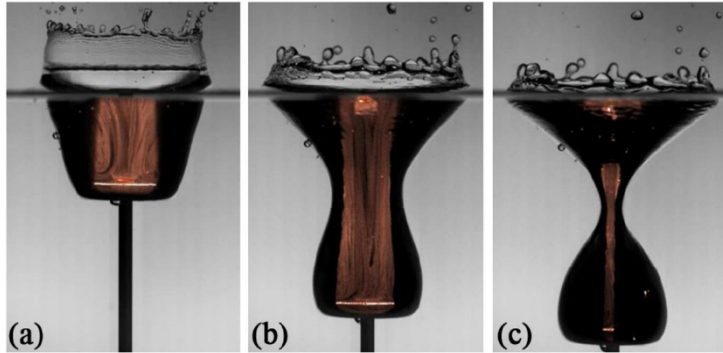


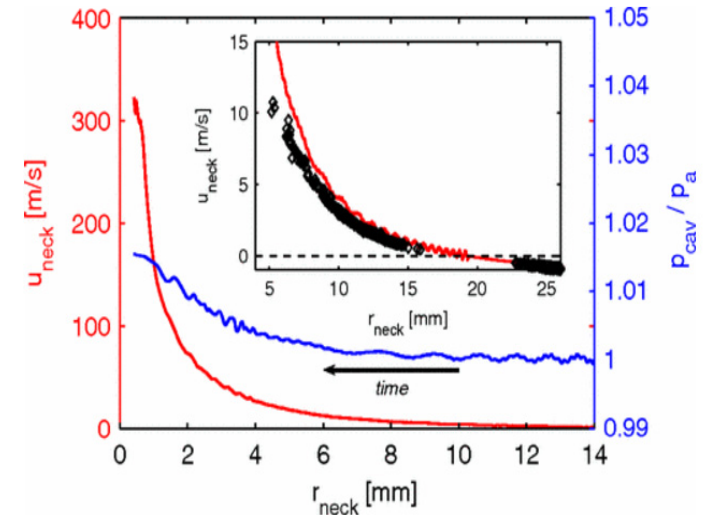
Figure 2 Threshold velocity U^* for air entrainment as a function of (advancing) static contact angle θ_0 of the impacting body. The dashed lines are the theoretical predictions based on relations (1) and (2). The shaded area is the splash domain. The different symbols correspond to different bead diameters—square: 25.4 mm (glass); down-triangle: 20 mm (aluminium); circle: 15 mm (glass, steel); up-triangle: 7 mm (aluminium, steel). The beads are covered with various coatings to modify their wettability (see the Methods section). To focus on wettability as the only surface parameter, only smooth objects have been considered in the present study (see the Methods section). Inset: Dependence of the threshold velocity for a wetting glass sphere (25.4 mm) on the ratio γ_{LV} / μ_L . We used various liquids to explore this dependence: water, isopropanol, ethanol and a water–glycerol mixture (20 wt% of glycerol). For these fluids, the contact angle on the sphere surface was always below 10° . The dashed line is a linear prediction $U^* = \xi \gamma_{LV} / \mu_L$ (with $\xi \simeq 0.1$).

Масштаб $D \approx O(1\text{cm})$. Схлопывание воздушной каверны.

S. Gekle, I. R. Peters, J.M. Gordillo, D. van der Meer, and D. Lohse (2010) “Supersonic Air Flow due to Solid-Liquid Impact” Phys. Rev. Lett. **104**, 024501



Визуализация течения в
воздушной полости



Скорость воздуха и давление
в полости как функция радиуса
перешейка

Detlef Lohse:

H index=64

>70 статей в PRL

7 статей в Nature + 1 в Science

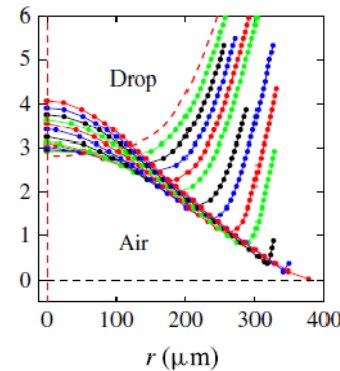
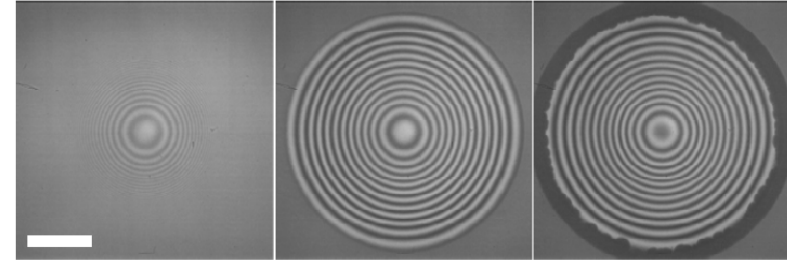
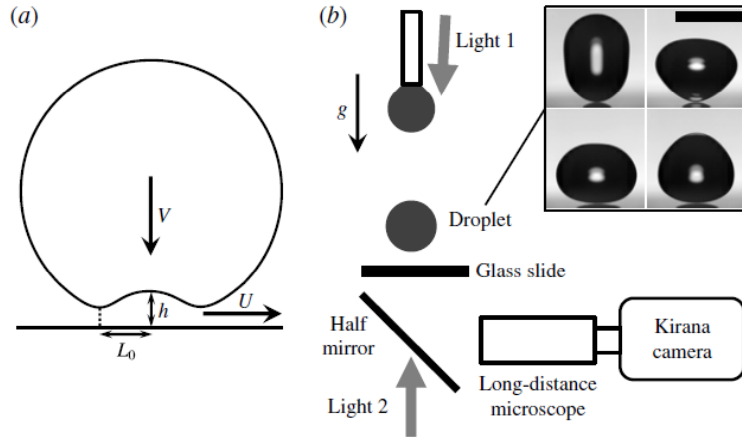
3 статьи в Reviews of Modern Physics

2 статьи в Annual Review of Fluid Mechanics



Масштаб $D \approx O(0.1\text{mm}) \div O(1\text{mm})$

E.Q. Li, S.T. Thoroddsen (2015) “Time-resolved imaging of a compressible air disk under a drop impacting on a solid surface” J. Fluid Mech. **780**. 636-648.



C. Josserand and S.T. Thoroddsen (2016) “Drop Impact on a Solid Surface” Annual Rev. Fluid Mech., **48**, 365-391:

“With 50-ns laser pulses for each video frame, interferometry can be realized at 5 Mfps to obtain the time-resolved evolution of the air-layer profile for higher impact velocities”

Sigurdur Thoroddsen:

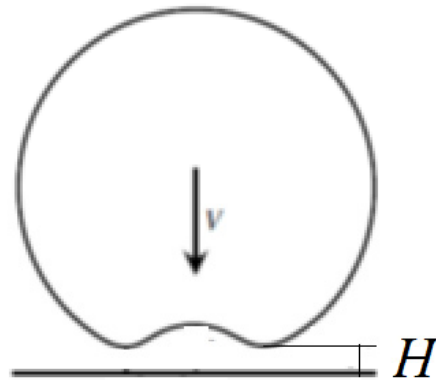
H index=32

>3700 цитирований

126 кадров разрешением 800x600 при скорости съемки 7 млн. кадров в секунду.



Захват воздуха



Горизонтальный размер области $\sim \sqrt{2RH}$

Давление в газовой прослойке $\sim P = \mu_g VR/H^2$

Вертикальная сила $\sim \mu_g VR/H^2(2RH)$

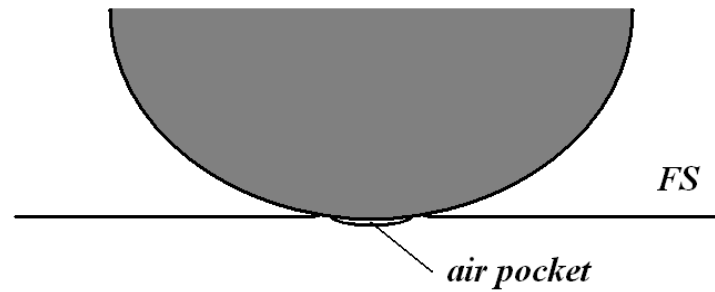
«Присоединенная масса» ускоряемой жидкости $\sim \rho_l(\sqrt{2RH})^3$

Вертикальная сила $\sim \frac{\rho_l(\sqrt{2RH})^3 v}{\tau} \sim \frac{\rho_l(\sqrt{2RH})^3 v^2}{H}$

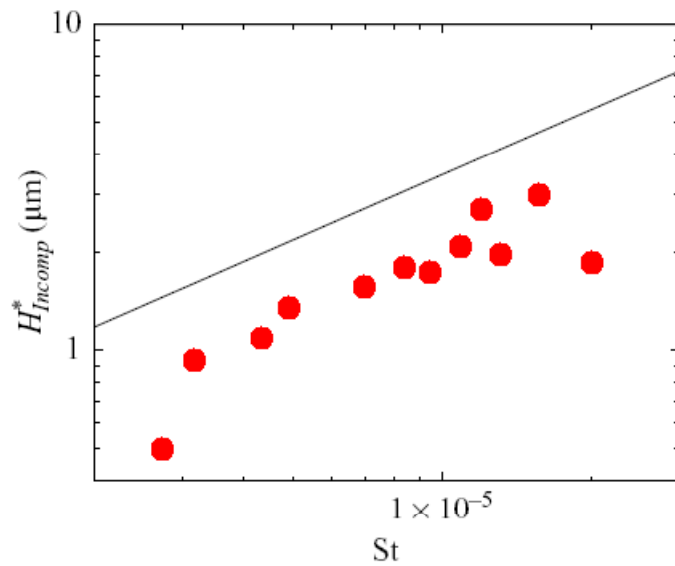
Скейлинг для толщины воздушной прослойки: $H^* \sim R \left(\frac{\mu_g}{\rho_l RV} \right)^{2/3} = RSt^{2/3}$

Скейлинг для радиуса области: $L^* \sim \left(\frac{\mu_g}{\rho_l V} \right)^{2/3} R^{1/3}$

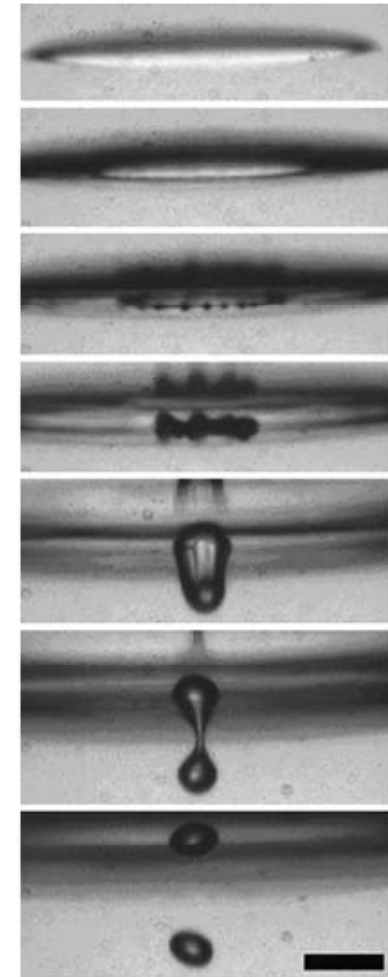
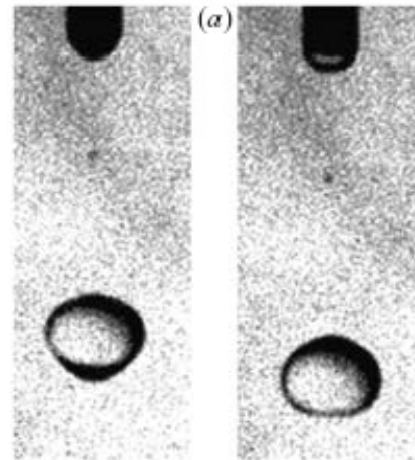
Захват воздуха



Проблемы с измерениями



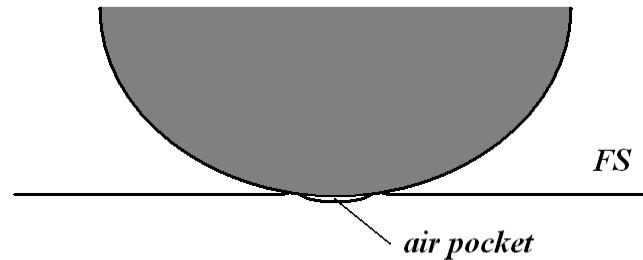
Mani et al. (JFM 2010)



Формирование воздушного кармана и его схлопывание

Thoroddsen et al. (JFM 2003)

Соударение сферы со свободной поверхностью



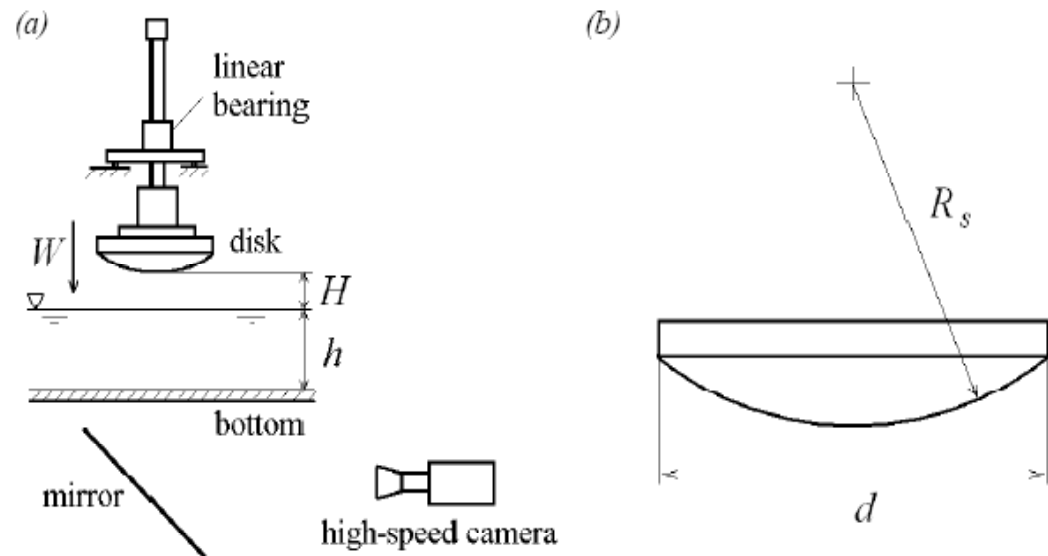
Smith, Li & Wu (JFM 2003), Korobkin, Ellis & Smith (JFM 2008),
Hicks & Purvis (JFM 2010), Hicks & Purvis (Phys. Fluids 2011)
Mani, Mandre & Brenner (JFM 2010)

Популярное приближение:

теория смазки в воздушном слое
+ учет инерции жидкости

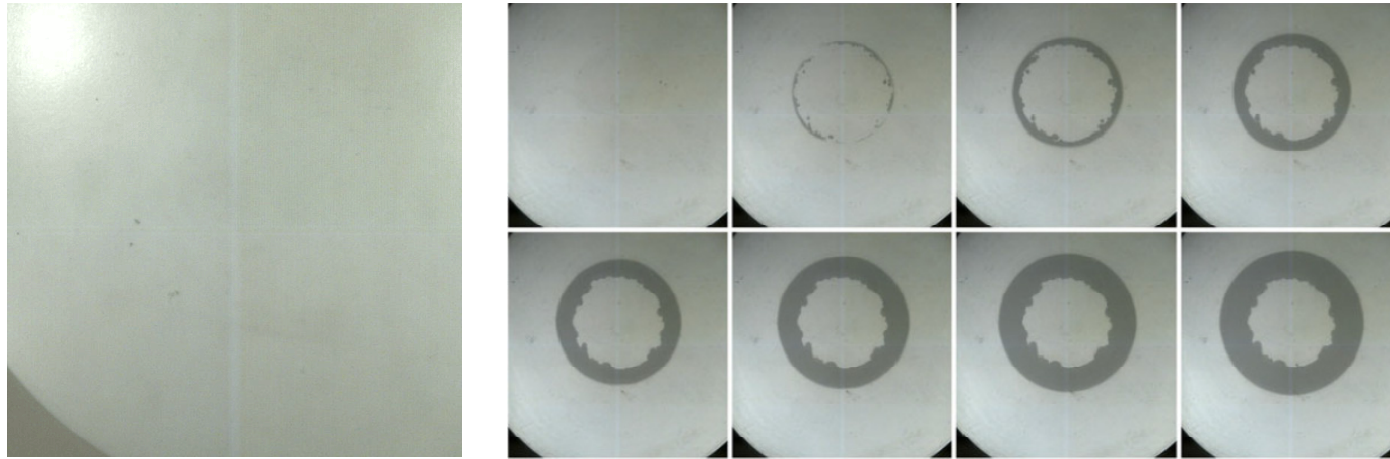
Ключевые параметры:

динамическая вязкость воздуха,
плотность воды, радиус
поверхности

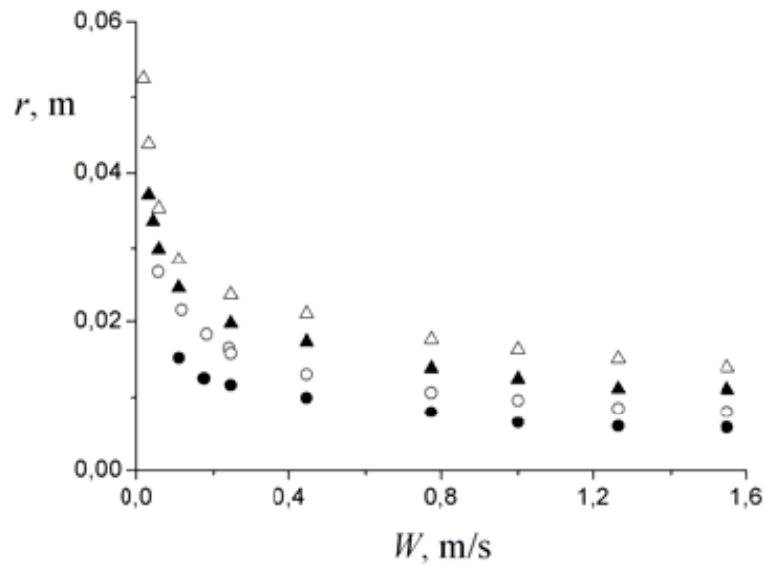


Экспериментальная установка

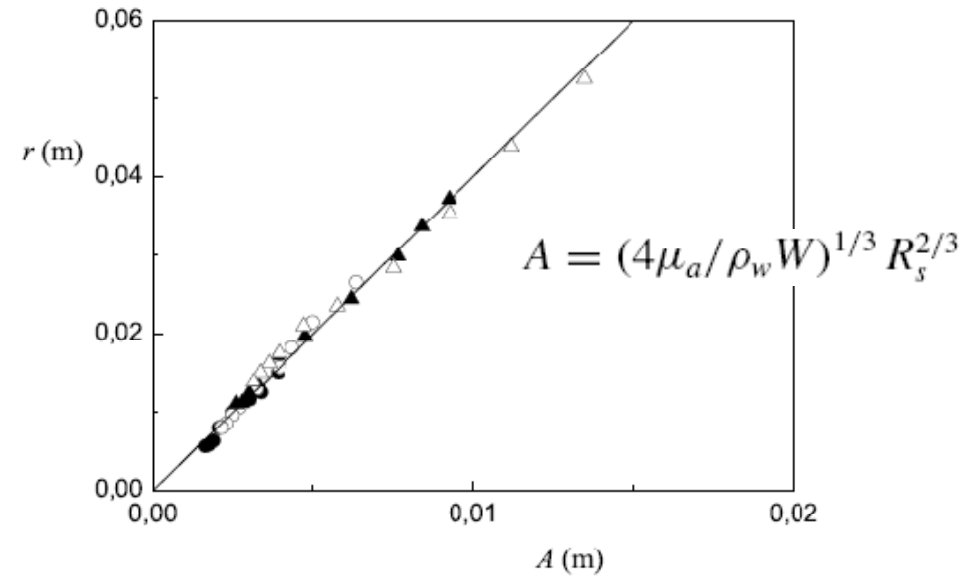
Захват воздуха



Начальный радиус зоны контакта

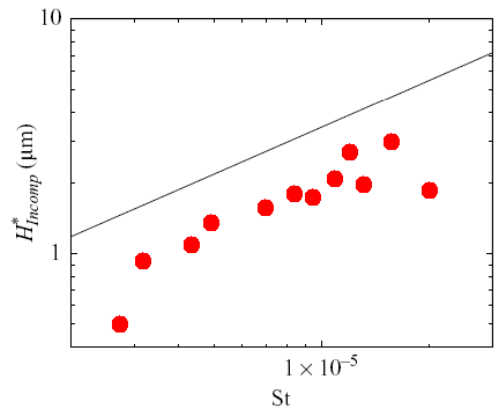


Радиусы кривизны R_s :
80 (Δ), 60 (\blacktriangle), 45 (\circ), 30 (\bullet) cm



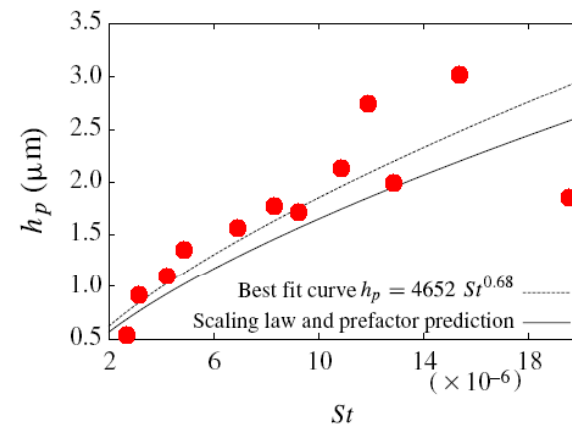
Коэффициент зависимости $r=CA$
 $C=3.86$ - эксперимент
 $C=3.8$ - расчет по модели Hicks & Purvis (2010)

Оценка начального радиуса воздушной прослойки при падении капли на поверхность



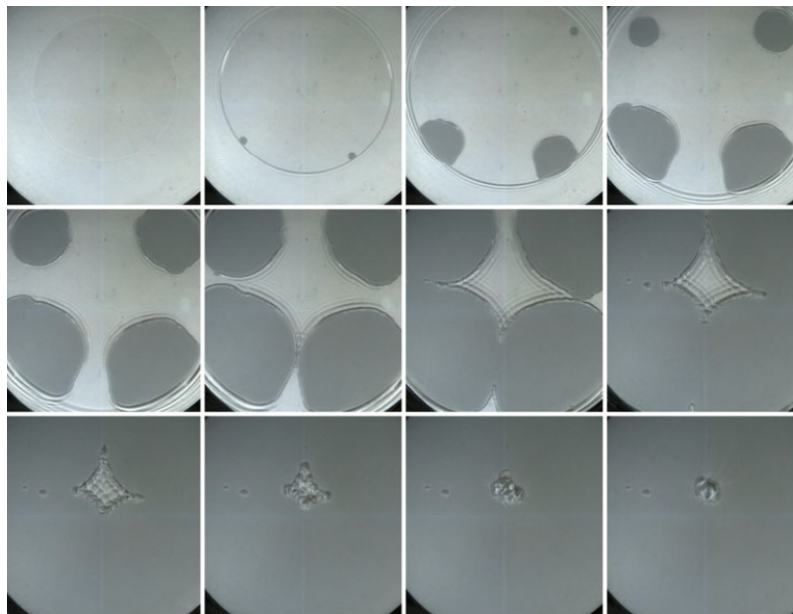
Mani, Mandre & Brenner (JFM 2010)
Log-log scale

капли на поверхность



Hicks, Ermanyuk, Gavrilov & Purvis (JFM 2012)
Linear scale

Потеря осесимметричности при малых скоростях движения



Почему вязкостно-инерционный скейлинг для горизонтального размера захваченной воздушной области применим в режимах, при которых влияние сжимаемости газа должно сказываться существенным образом? Выполняется ли то же самое для скейлинга толщины воздушного слоя и объема?

Процесс в газе изотермический:

Mandre, S., Mani, M. & Brenner, M. P. 2009 Precursors to splashing of liquid droplets on a solid surface // Phys. Rev. Lett. 102 (13), 134502.

Процесс в газе адиабатический:

Mani, M., Mandre, S. & Brenner, M. P. 2010 Events before droplet splashing on a solid surface // J. Fluid Mech. 647, 163–185.

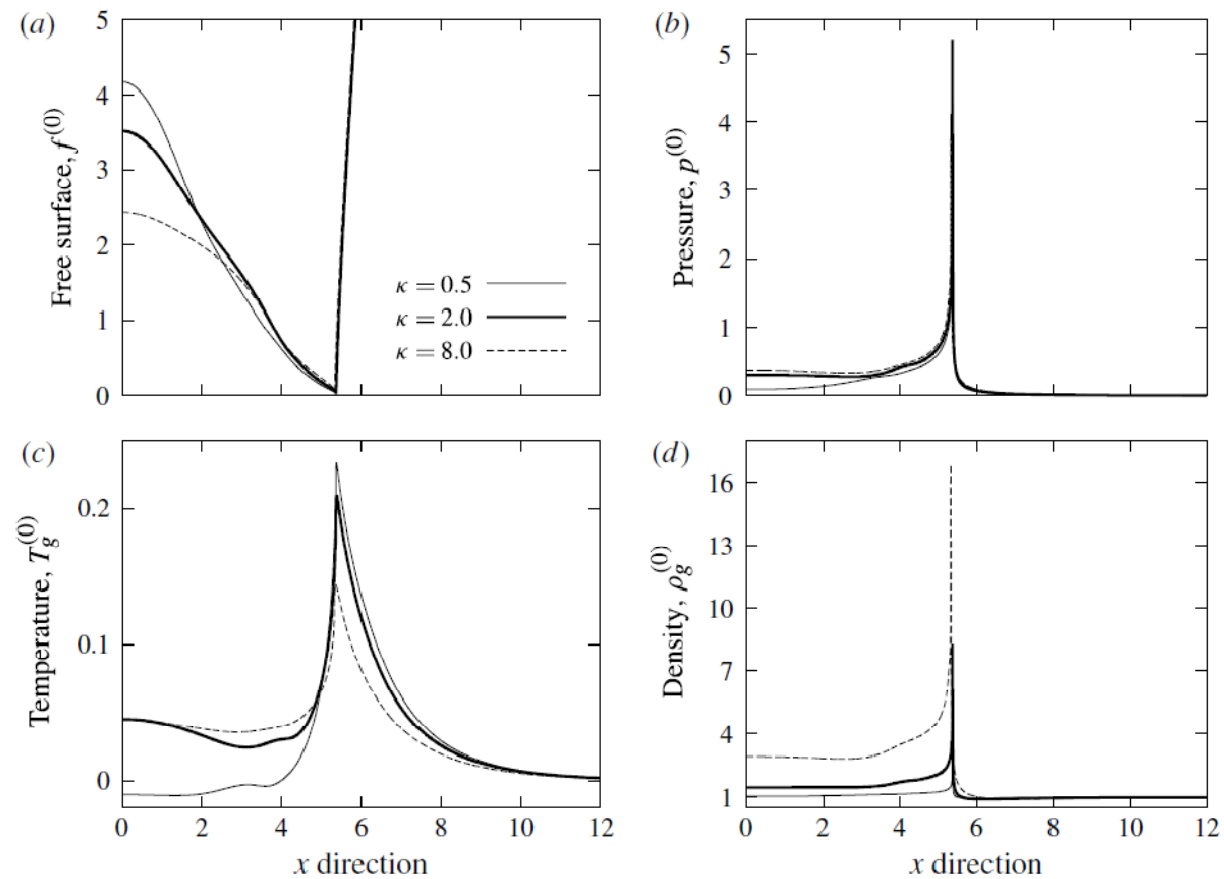
$$\epsilon = \frac{P_{\text{atm}}}{(RV^7 \rho_\ell^4 / \mu_g)^{1/3}}$$

Параметр сжимаемости для случая адиабатического сжатия газа (Mandre et al, PRL 2009). Влияние этого параметра сказывается при $\epsilon^{-1} > 5$.

В Hicks et al (2012) параметр ϵ^{-1} варьировался от 0.01 до 10

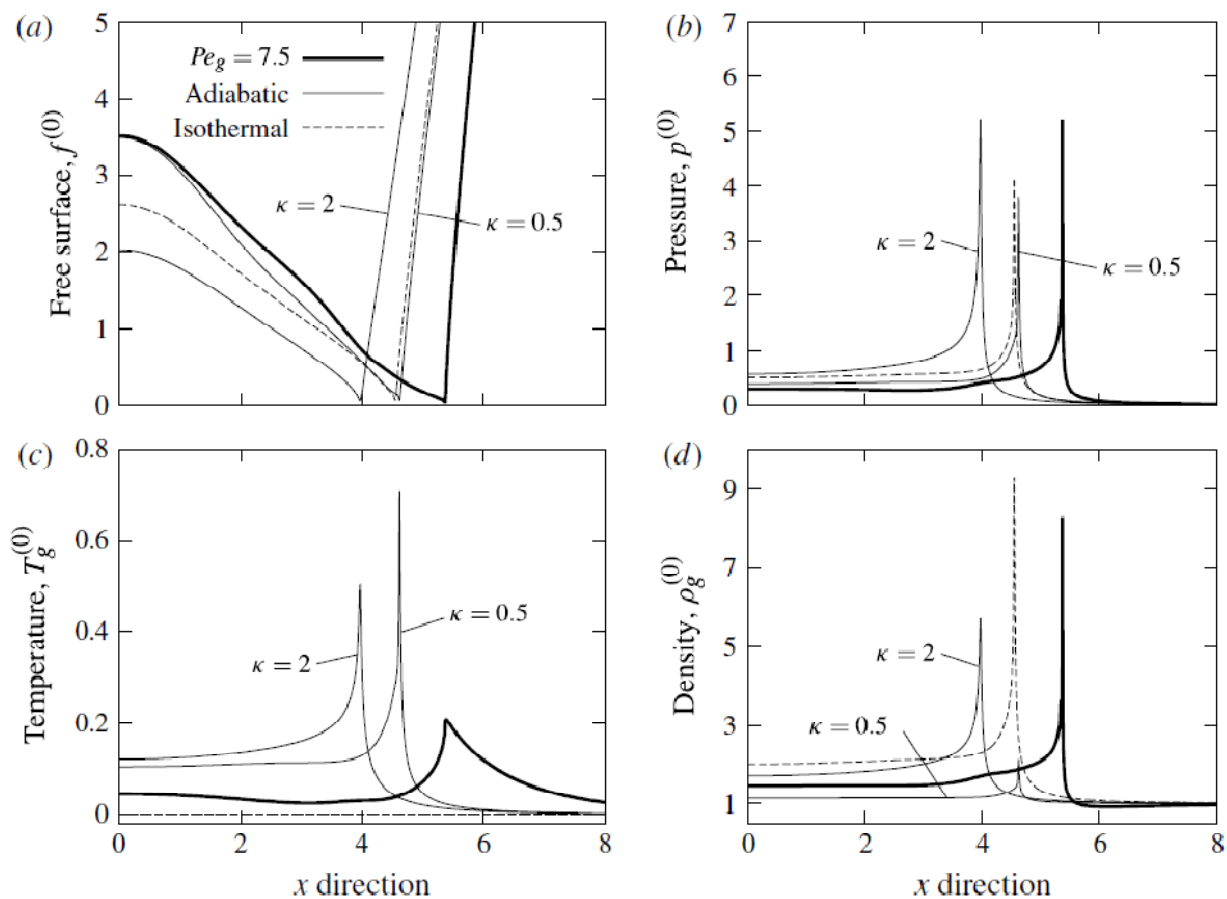
Уточненная модель с учетом термодиффузии, вязкой диссипации, изменения вязкости при изменении температуры:

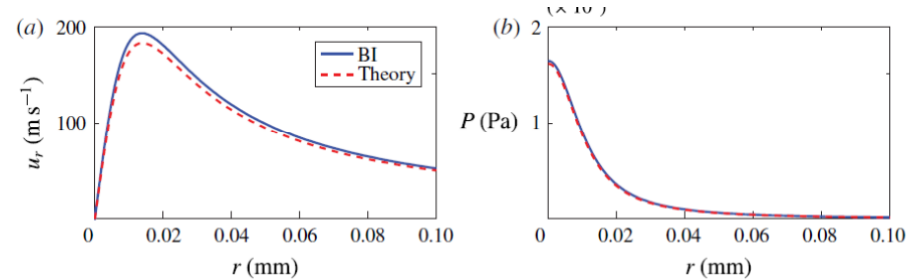
Hicks P.D. , Purvis R. 2013. "Liquid-solid impacts with compressible gas cushioning"// J. Fluid Mech. **735**. 120-149.



Уточненная модель с учетом термодиффузии, вязкой диссипации, изменения вязкости при изменении температуры:

Hicks P.D. , Purvis R. 2013. "Liquid-solid impacts with compressible gas cushioning"// J. Fluid Mech. **735**. 120-149.





Inertial gas flow in the thin-gap limit. Theoretical prediction (red dashed line) and BI gas flow simulation result (blue solid line) of the velocity (a) and pressure (b) profiles within the gas; $R = 1$ mm, $U = 5$ m s⁻¹, $h_s = h_0 = 100$ nm (thus, $h_0/R = 10^{-4}$).

Пример характерной величины радиальной скорости газа в расчетах

Bouwhuis W., Hendrix M.H.W., van der Meer D., Snoeijer J.H. Initial surface deformations during impact on a liquid pool // J. Fluid Mech. 2015. V. 771. P. 503-519.

C. Josserand and S.T. Thoroddsen (2016) “Drop Impact on a Solid Surface” Annual Rev. Fluid Mech., 48, 365-391.

$$L_o = 3.8 \left(\frac{4\mu_g}{\rho_l V} \right)^{1/3} R^{2/3}$$

Вариация параметра сжимаемости ϵ^{-1} :
от 0.01 до 10 (Hicks et al 2012)
от 5 до 40 (Li & Thoroddsen, 2015)

$$\epsilon = \frac{P_{\text{atm}}}{(RV^7 \rho_l^4 / \mu_g)^{1/3}}$$

При каких параметрах начинает сказываться влияние капиллярных эффектов?

Скейлинг для толщины воздушной прослойки при ведущей роли инерции жидкости

$$\delta_g \sim RSt^{-2/3}$$

Скейлинг для толщины воздушной прослойки при ведущей роли капиллярных эффектов

$$\delta_g \sim RCa^{1/2}$$

Эффекты сопоставимы при $V_* \sim \eta_g^{1/7} \gamma^{3/7} / (\rho_l^{4/7} R^{4/7})$

Для капли диаметром 1мм эта скорость соответствует 7 см/с.

Browhuis W., Hendrix M.H.W., D. van der Meer, Snoeijer J.H. “Initial surface deformations during impact on a liquid pool” J. Fluid Mech. 2015. 771. 503-519.

При каких параметрах возможно подвешивание капли на воздушной прослойке без контакта с поверхностью?

Kolinski J.M., Rubinstein S.M., Mandre M.P., Weitz D.A. (2012) “Skating on a film of air: drops impacting on a surface”. Phys. Rev. Lett. 108. 074503.

Kolinski J.M., Mahadevan L., Rubinstein S.M. (2014) “Drops can bounce from perfectly hydrophilic surfaces”. EPL. 108. 24001.

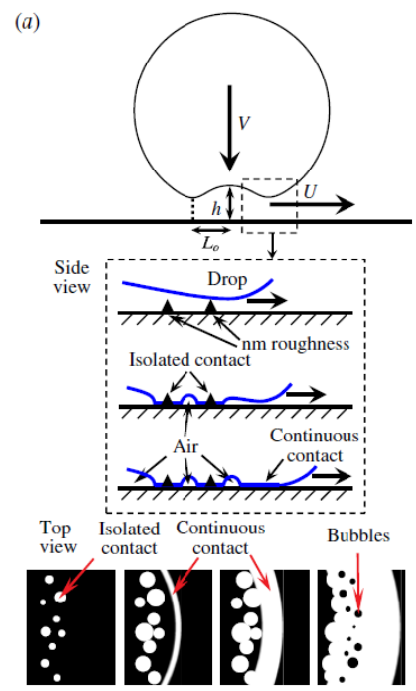
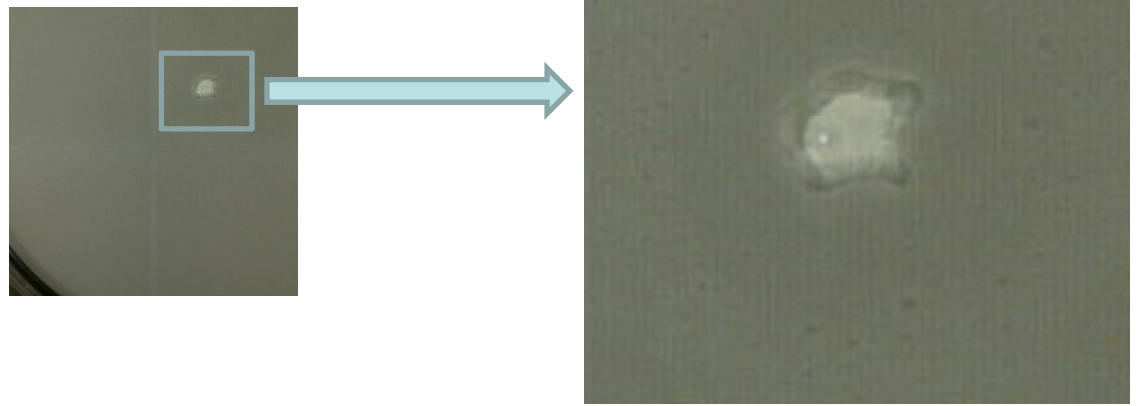
de Ruitter J., Lagraauw R., van den Ende D., Mudele F. (2015) “Wettability-independent bouncing on flat surfaces mediated by thin air films” Nature Physics. 11. 48-53.

Для капли воды режим «скейтинга» возможен при скорости падения $V < 0.48\text{ м/с}$ ($We < 4$), при этом минимальная толщина прослойки составляет порядка 200 нм.

В большинстве интересных для практики режимов смачивание неизбежно, минимальные толщины воздушной прослойки имеют порядок менее 3.5 нм.

Driscoll M.M., Nagel S.R. (2011) “Ultrafast interference imaging of air in splashing dynamics”. Phys. Rev. Lett. 107. 154502.

На каких масштабах шероховатости актуален вопрос засева поверхности тела микропузырьками?



Li E.Q., Vakarelsky I.U., Thoroddsen S.T. “Probing the nanoscale: the first contact of an impacting drop” J. Fluid Mech. 785. R2.

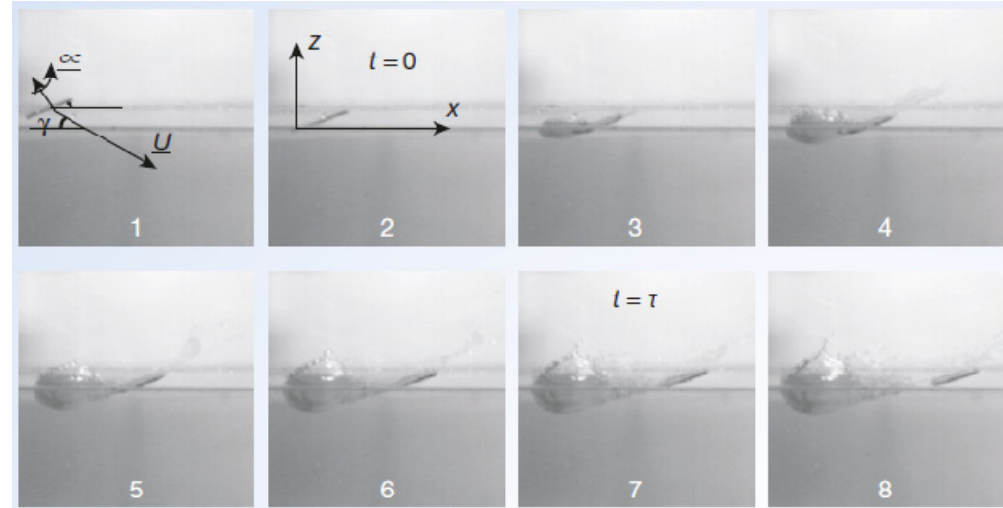
При шероховатости порядка 10 нм возникают микропузырьки воздуха в зоне начального кольцевого контакта. Пузырьки отсутствуют только в случае поверхности, которая является гладкой на молекулярном уровне.

Масштаб $D \ll O(1\text{cm})$. Рикошет.



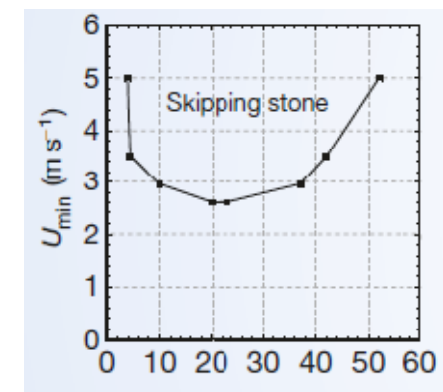
Kurt Steiner

(рекорд 2013 года 88 «блинчиков»
Рекордное расстояние около 120м



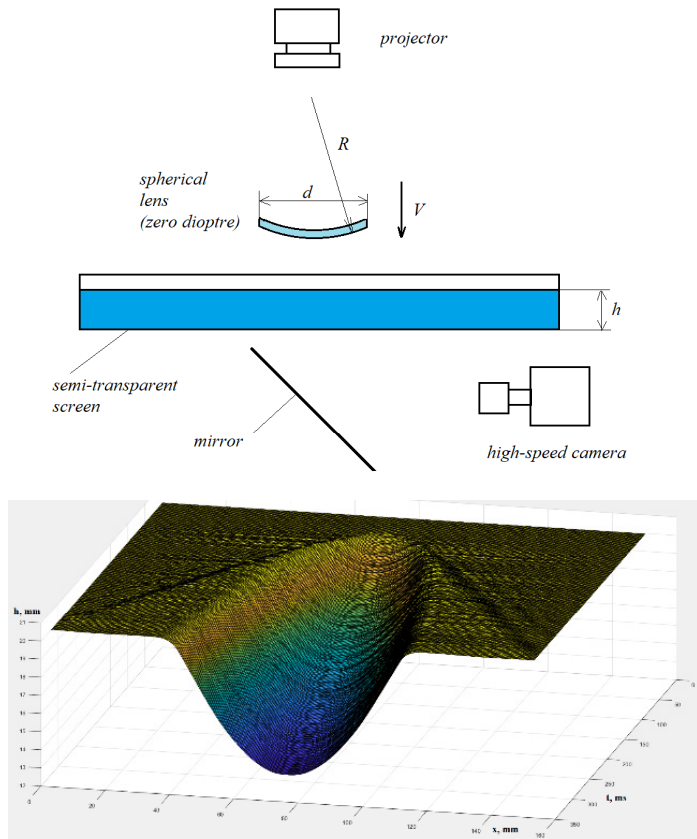
Угол падения около 20 градусов является оптимальным:

- 1) отскакивание наблюдается при минимальной скорости
- 2) максимизируется область углов атаки, в которых наблюдается отскок
- 3) минимизируется время соударения

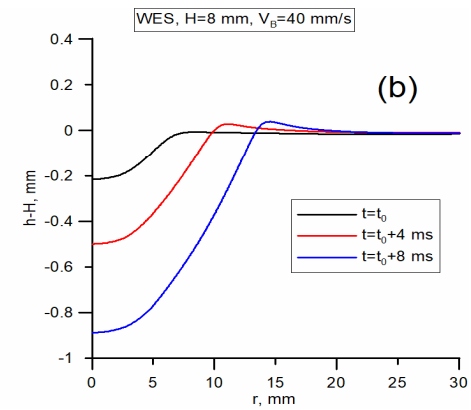
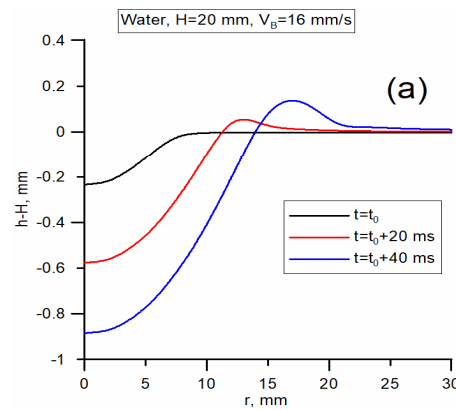
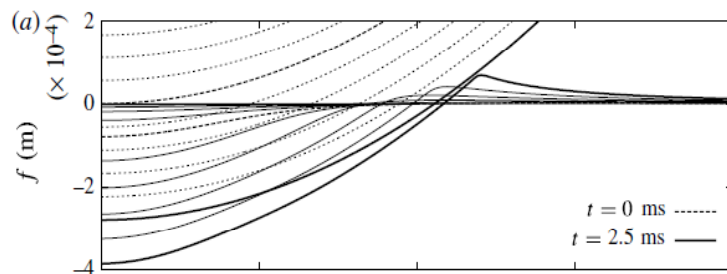
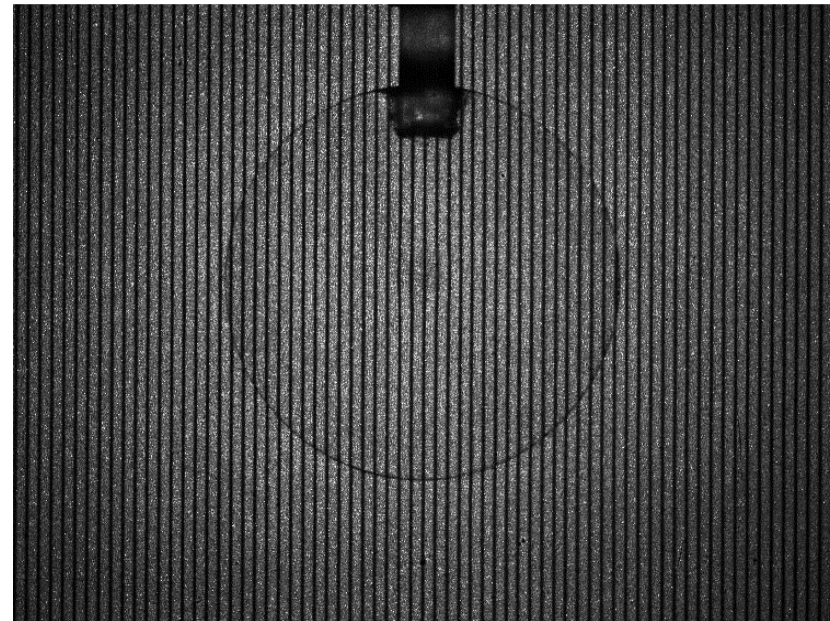


Clanet C., Hersen F., Voequet L. Secrets of successful stone-skipping // Nature. 2004. V. 2004. P. 29

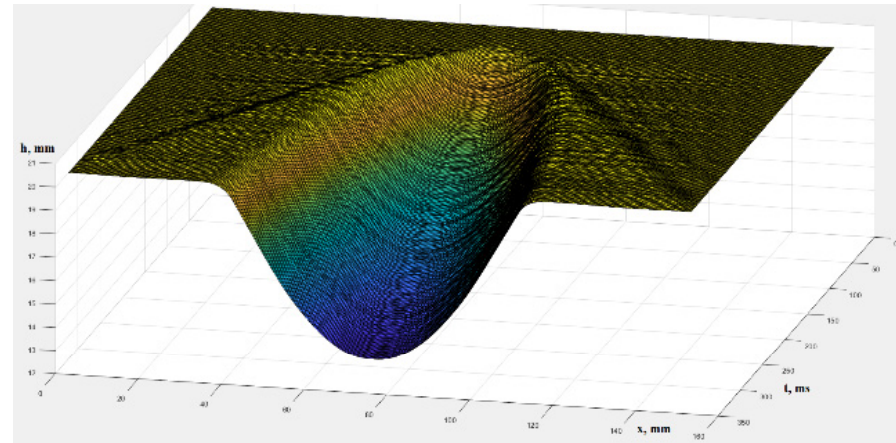
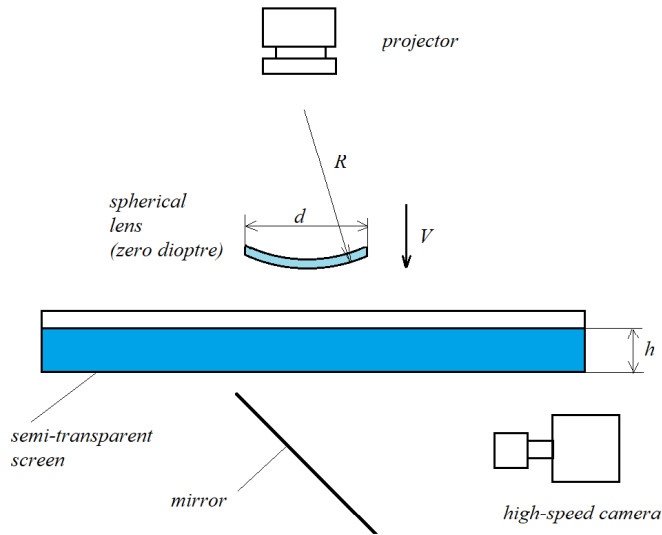
Движение тела к свободной поверхности мелкой жидкости



Профиль свободной поверхности

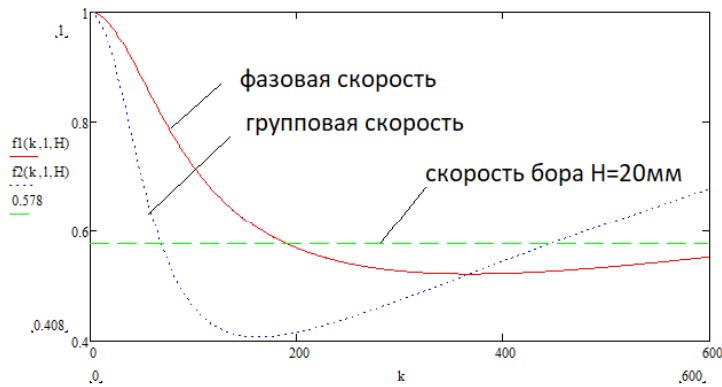


Движение тела к свободной поверхности мелкой жидкости: скорость бора

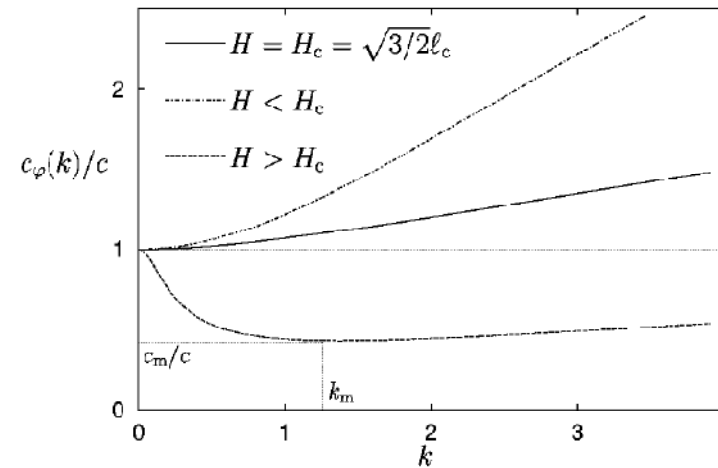


$$\omega^2 = k \left(g + \frac{k^2 \sigma}{\rho} \right) \tanh(Hk)$$

$$v/\sqrt{gh}$$

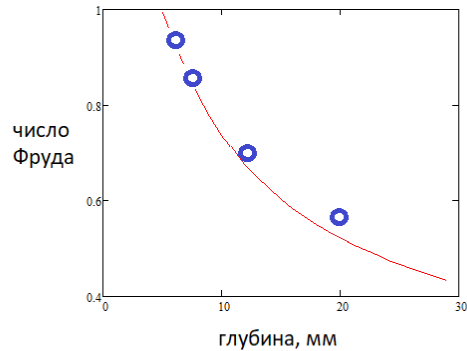


Фазовая и групповая скорости
(мелкая вода + капиллярность)

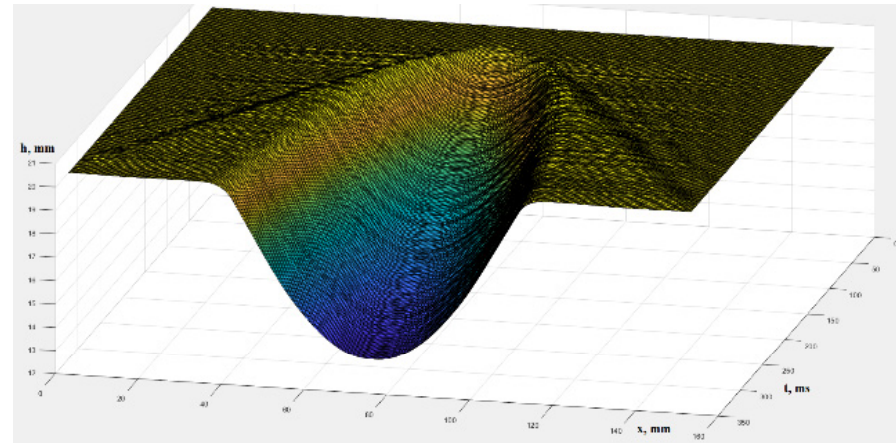


$$H_c = \sqrt{3/2} l_c, \text{ где } l_c = \sqrt{2\sigma/(g\rho)}$$

Движение тела к свободной поверхности мелкой жидкости: скорость бора

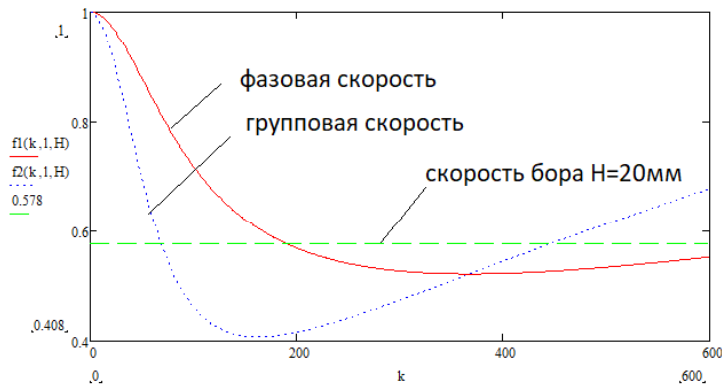


Экспериментальные данные для скорости бора (точки) и линия, соответствующая $Fr_g = Fr_\phi$ при разных H

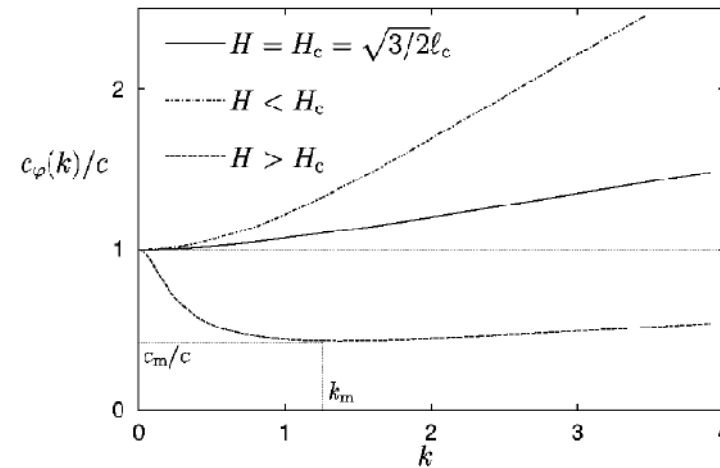


$$\omega^2 = k \left(g + \frac{k^2 \sigma}{\rho} \right) \tanh(Hk)$$

$$Fr = v / \sqrt{gH}$$



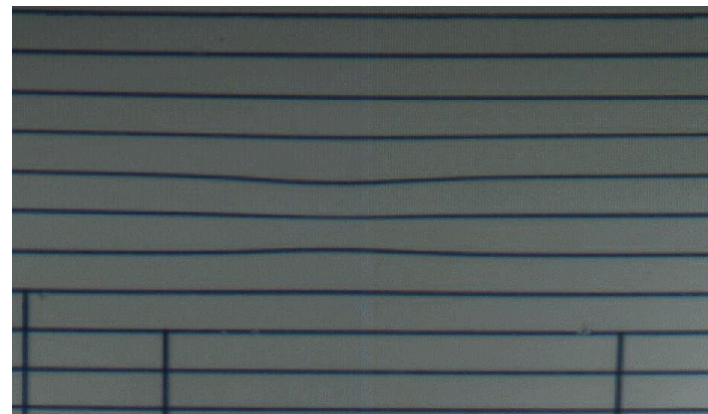
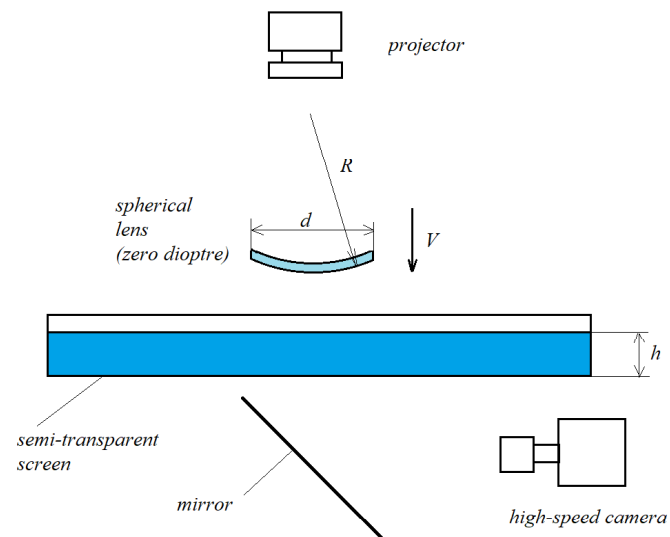
Фазовая и групповая скорости (мелкая вода + капиллярность)



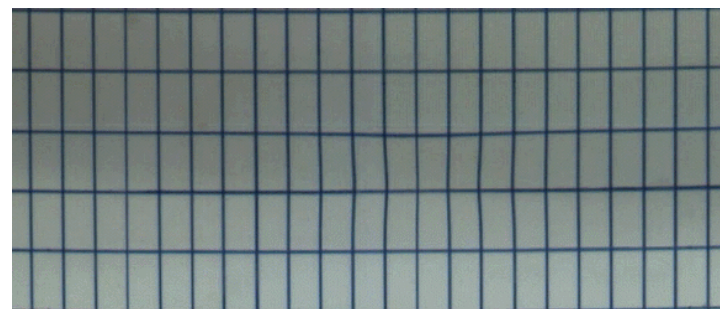
для воды
 $H_c = 4.7 \text{ мм}$

$$H_c = \sqrt{3/2} l_c, \text{ где } l_c = \sqrt{2\sigma / (g\rho)}$$

Движение тела к свободной поверхности при малых скоростях под углом к горизонту

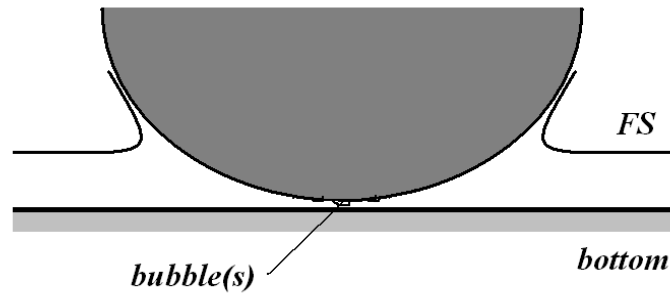


Почти вертикальное падение



Падение под малым углом к горизонту

Соударение выпуклого тела с плоским дном



Brenner (1961) The slow motion of a sphere through a viscous fluid towards a plane surface // Chem. Engng. Sci. V. 16, 242

Starovoitov V.N. (2004) Behavior of a rigid body in an incompressible viscous fluid near a boundary. In: *Free boundary problems (Trento 2002)*, Intern. Ser. Numer. Math. Birkhauser, Basel, 2004, V. 147. 313-327.

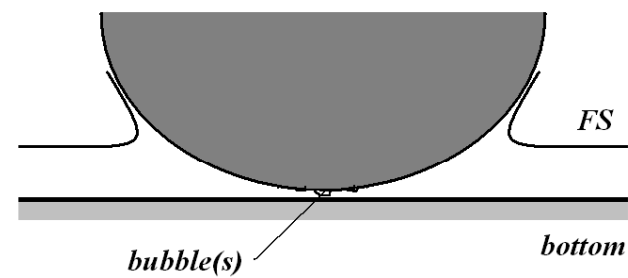
Cawthorn & Balmforth (JFM 2010)

Balmforth et al (JFM 2010)

Кавитация при соударении с дном

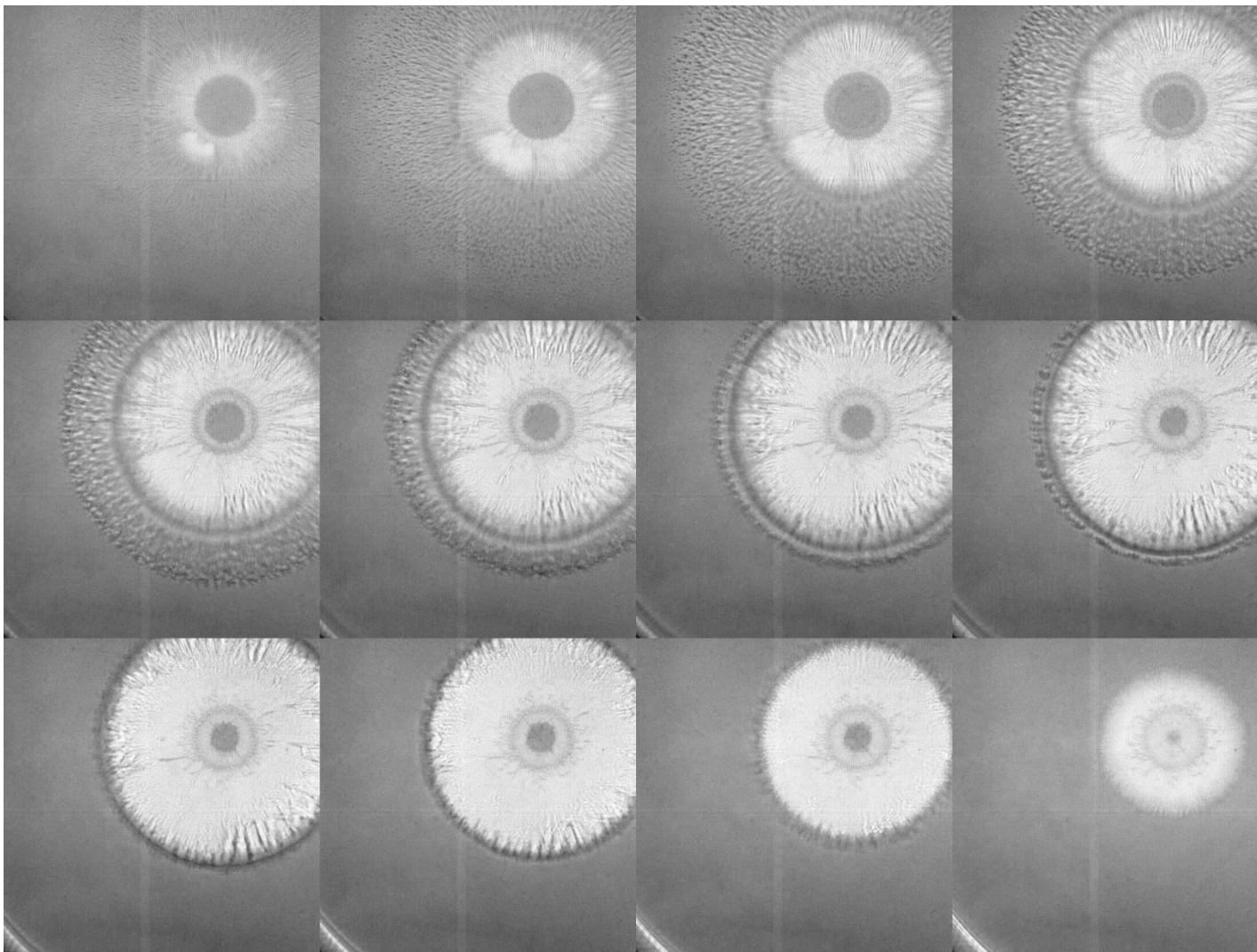


Высота падения $H=8\text{см}$

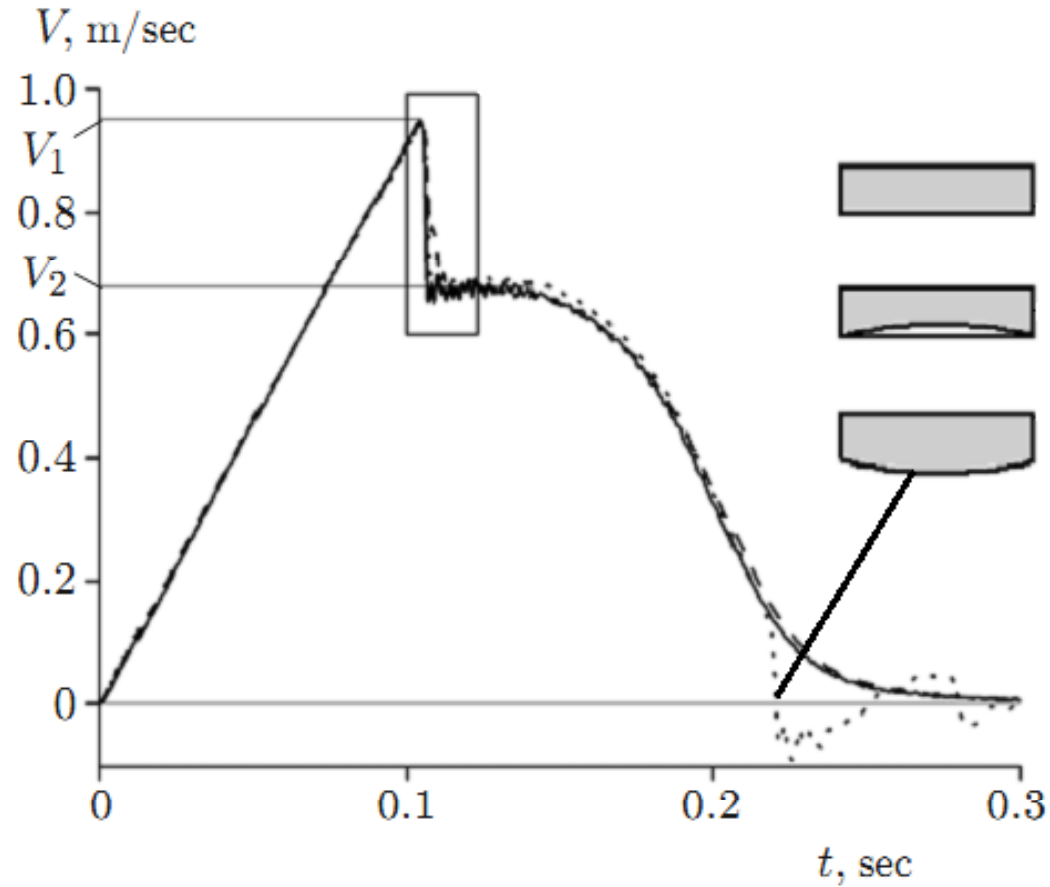


$R = 30\text{см}$

Выпуклый диск
соударение с дном лотка

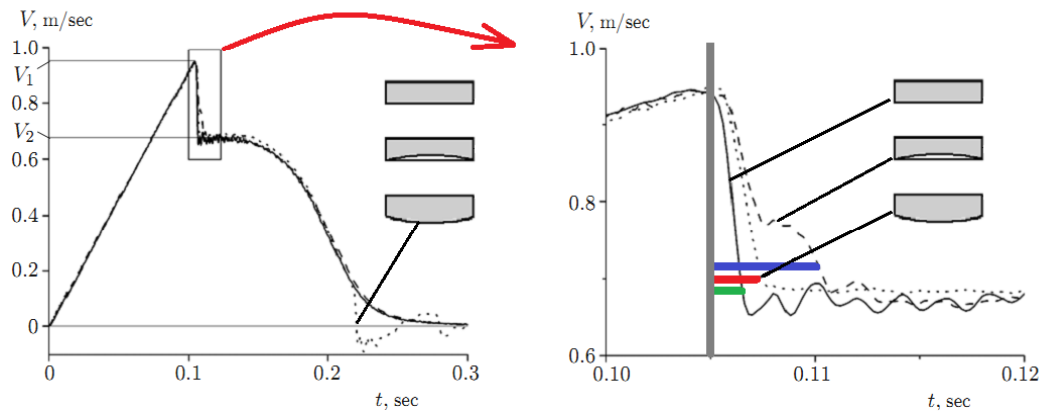


Зависимость скорости от времени

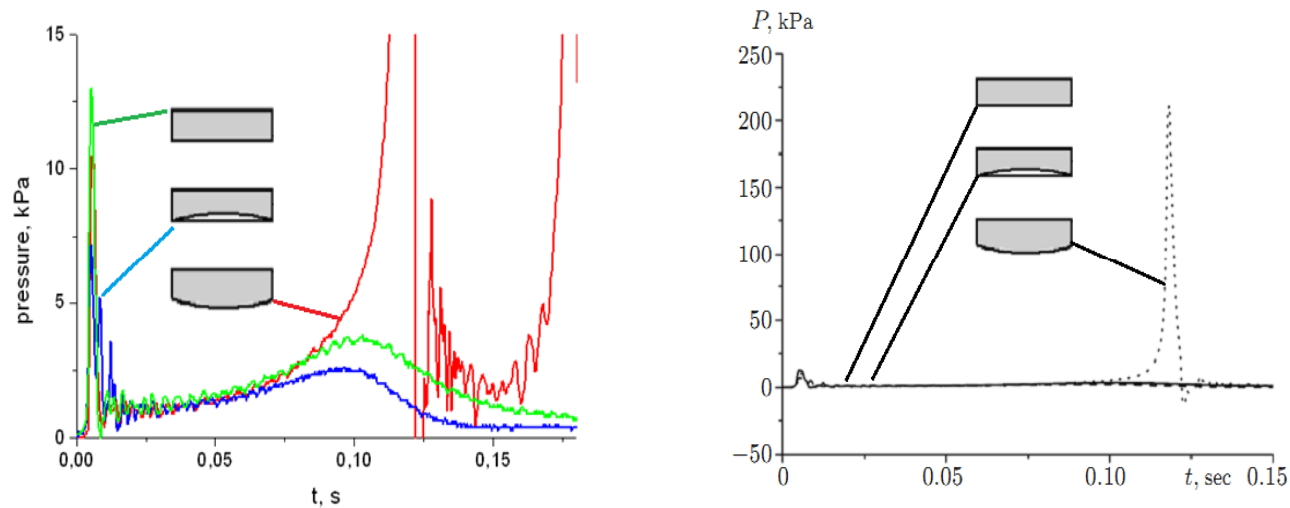


Теория предсказывает асимптотическое приближение сферы к дну лотка с нулевой конечной скоростью

Зависимость скорости от времени



Зависимость давления от времени



Масштабировано для давления
при ударе о свободную поверхность

Масштабировано для давления
при соударении с дном лотка

Попытки преодолеть «парадокс неразрывности»

- конечная шероховатость поверхности
- свойства жидкости в зоне контакта (сжимаемость, зависимость вязкости от давления, неньютоновские эффекты, смачиваемость поверхности)
- деформируемое тело либо дно лотка
- отказ от неразрывности, использование уточненного критерия начала кавитации

A. N. Prokunin, “The effects of atmospheric pressure, air concentration in the fluid, and the surface roughness on the solid-sphere motion along a wall,” Phys. Fluids 19, 113601 (2007)

Критерии начала кавитации:

Joseph D.D. (JFM 1998, V. 366, P. 367-378)

Seddon J.R.T., Kok M.P., Linnartz E.C., Lohse D. (2012) Bubble puzzles in liquid squeeze: cavitation during compression. EPL **97**, 24004

Возможность кавитации в сдвиговом течении?

Hence, we investigate the *tension* of the liquid during pressurisation of the squeeze film between a sphere and boundary. The tension, \mathbf{T} , can be written as the sum of the pressure and the shear stress, \mathbf{S} , namely $\mathbf{T} = -p\mathbf{I} + \mathbf{S}$ [16]. The largest element of the shear-stress tensor is S_{11} , and the effect of shear stress is always to try to tear the fluid apart, regardless of the direction of the flow —if the liquid can be “broken” through shear in one direction, changing the direction of the shear should equally break the liquid but with the vapour cavities opening up in the opposite direction. This is different to the effects of pressure, which are reversible due to flow reversibility such that pressurisation occurs during sphere-boundary approach and depressurisation occurs during sphere-boundary separation.

We can now specify the new formal requirement for the inception of vapour cavitation as $p - |S_{11}| < p_v$, where p_v is the vapour pressure of the liquid [16]. Thus, although the pressure of a system can be very large, cavitation can occur provided that the shear stress is also very large, as it always acts to oppose the effects of pressurisation in the squeeze film.

Деформация капель в сдвиговом потоке

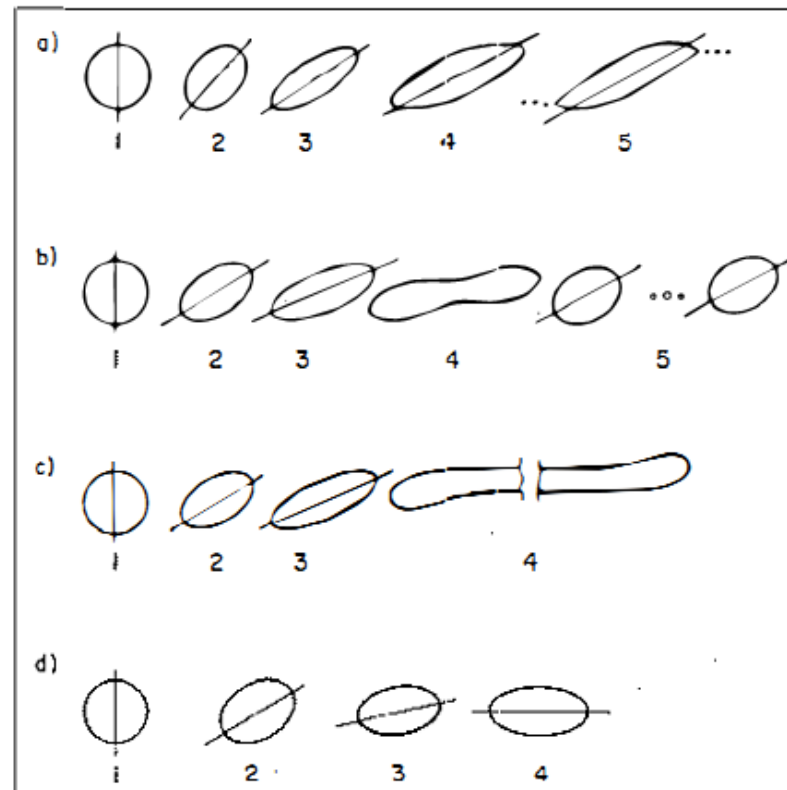


FIGURE 9. Tracings from photographs of drops in shear flow showing change in shape with increasing values of shear γ up to breakup. Cases (a), (b), and (c) are for $\lambda = 2 \times 10^{-4}$, 1.0, and 0.7 respectively. Case (d), for which no breakup was observed, is for $\lambda = 6.0$. After Rumscheidt & Mason (1961).

Cox & Mason (Annu. Rev. Fluid Mech., 1971)

G.I. Taylor (Proc. Roy. Soc. A. 1932, 1934)

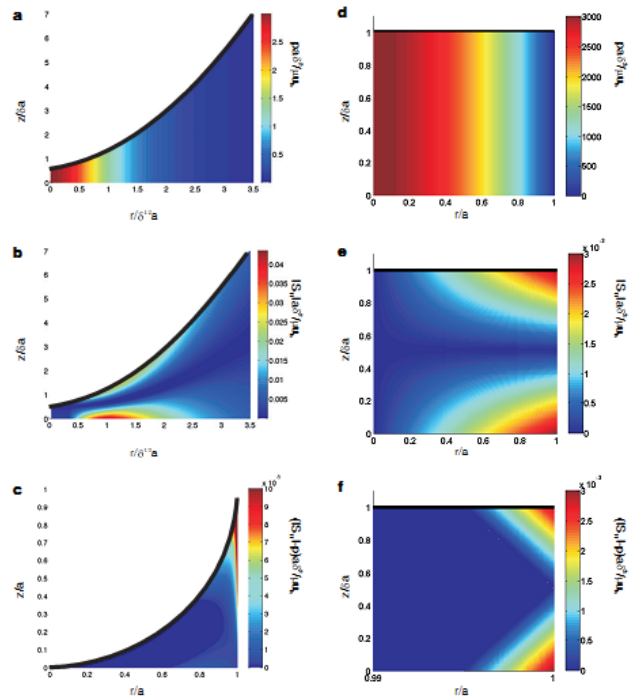


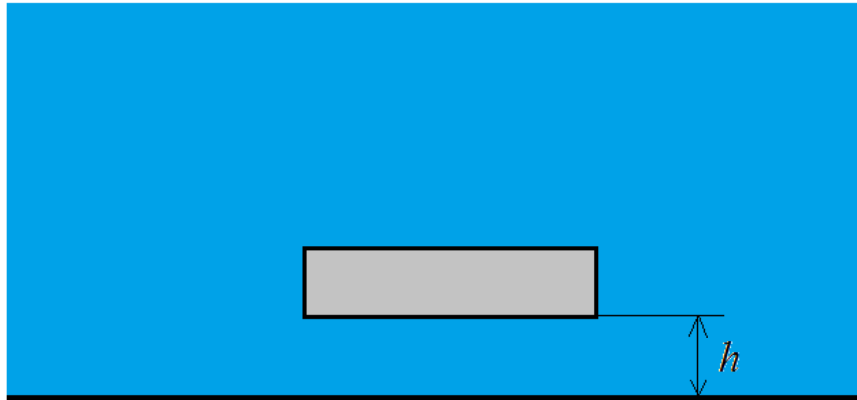
Fig. 2: (Colour on-line) Non-dimensionalised pressure (a), magnitude of the shear stress (b), and their difference (c) for the liquid in the lubricating layer between a falling sphere and solid boundary. We only plot the positive part of their difference in (c), such that coloured regions correspond to areas where the shear stress dominates over the pressure. (d), (e), and (f) are the respective parameters for the lubricating liquid between a flat disk and boundary.

Неясности в подходе Seddon et al (2012):

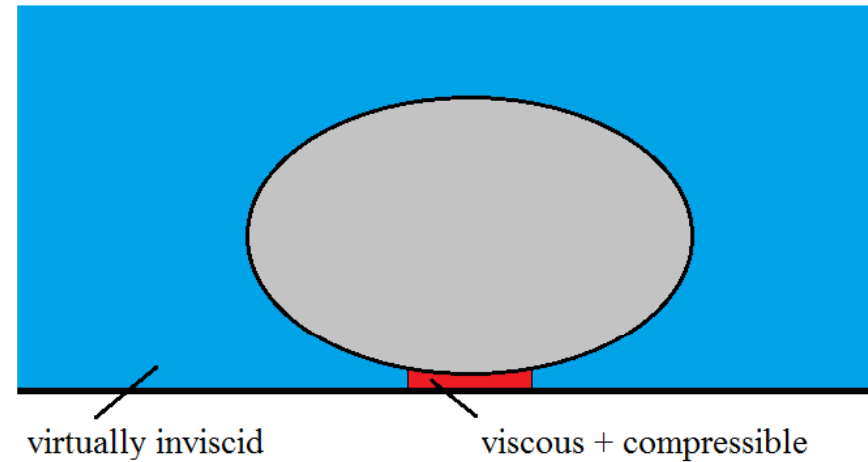
- 1) постоянная скорость движения, отсутствие связи с инерционными эффектами во внешнем потоке
- 2) предположение о локальной деформации стальной сферы (в духе теории Герца) при отсутствии учета сжимаемости жидкости
- 3) В случае приближения плоского диска к дну мы не наблюдаем кавитации, скорость асимптотически стремится к нулю при приближении к дну лотка

Схема течения

Плоский диск



Локально сферическое тело



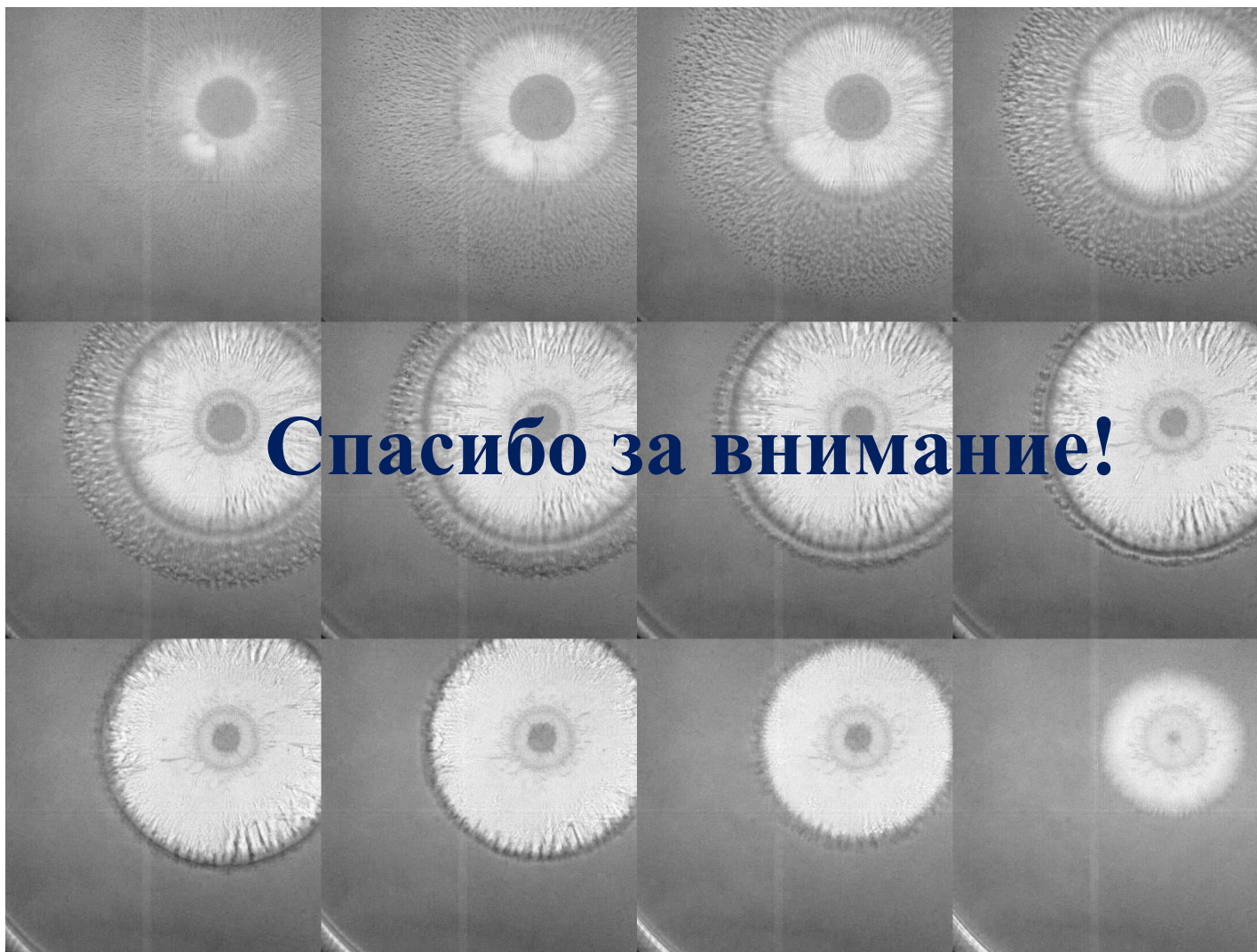
Инерционные эффекты: присоединенная масса

Классика: Lamb, Milne-Thomson.... $C_{AM}(h^*) = 1 + W_c(h^*)$
 $W_1(h^*) = 3/8h^{*-3}$

Случай малого зазора (Yang, Phys. Fluids 2010, **22**, 123303):

$$W_c(h^*) = \begin{cases} P_{56}(h^*), & 1.0 \leq h^* < h_1^*, & h_1^* = 1.0618 \\ B(h^*), & h_1^* \leq h^* < h_2^*, & h_2^* = 1.1287 \\ W_5(h^*), & h^* \geq h_2^*. \end{cases}$$

$$B(h^*) = -26.8008h^{*3} + 94.0442h^{*2} - 110.95h^* + 44.2738.$$



Спасибо за внимание!