



Три типа динамического хаоса

С. В. Гонченко

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского

Когда говорят о динамическом хаосе, обычно имеют в виду один из двух весьма разных типов динамики. В гамильтоновых системах наблюдается консервативный хаос, выглядящий в фазовом пространстве как “хаотическое море” с эллиптическими островами внутри него. Хаос в диссипативных системах имеет совсем другую природу, и он ассоциируется со странными аттракторами. Цель этой лекции – привлечь внимание к еще одному, третьему, типу хаоса, т.н. “смешанной динамике”. Этот тип хаоса характеризуется прежде всего принципиальной неотделимостью друг от друга в фазовом пространстве аттракторов, репеллеров и консервативных элементов динамики (например, эллиптических точек, КАМ-кривых и т.п.).

Тот факт, что в случае смешанной динамики аттракторы могут пересекаться с репеллерами кажется, на первый взгляд, весьма странным и противоречащим здравому смыслу. В недавней работе с Д. Тураевым [1] мы сделали некоторую попытку разрешить это противоречие путем модификации понятия аттрактора, оставив за ним свойство “быть замкнутым инвариантным устойчивым множеством”, но позволив ему, тем не менее, пересекаться с репеллером по инвариантному множеству, т. н. обратимому ядру, которое ничего не притягивает и ничего не отталкивает.

Нужно отметить, что смешанная динамика часто наблюдается в приложениях, например, в неголономных моделях движения твердого тела и в цепочках осцилляторов [2,3]. Соответствующие примеры также будут рассмотрены в лекции.

Недавно на тему смешанной динамики был подготовлен обзор [4], который, в отличие от [1], содержит «меньше математики» и поэтому будет весьма полезен для ознакомления с этой тематикой специалистам из разных областей науки.

[1] С.В. Гонченко, Д.В. Тураев, «О трех типах динамики и понятии аттрактора», Труды МИАН, 2017, т. 297, 133-157.

[2] A.S. Gonchenko, S.V. Gonchenko, A.O. Kazakov, «Richness of chaotic dynamics in nonholonomic models of a Celtic stone», Regular and Chaotic Dynamics, 2013, v. 18, 521-538.

[3] A.S. Gonchenko, S.V. Gonchenko, A.O. Kazakov, D.V. Turaev, «On the phenomenon of mixed dynamics in Pikovsky-Topaj system of coupled rotators», Physica D, 2017, v. 350, 45-57.

[4] С.В. Гонченко, А.С. Гонченко, А.О. Казаков, «Три типа аттракторов и смешанная динамика неголономных моделей твердого тела», Труды МИАН, 2020, т. 308.