

Геодинамо: наблюдения и модели

М.Ю.Решетняк

Институт Физики Земли РАН
Москва, Россия

Разрез Земли



Радиусы Земли, жидкого и твердого ядер: 6371км, 3480км, 1121км

Характерные времена

- Мантия: 10-100 млн.лет
- Ядро: дни - 10^4 лет

Наблюдения

- Палеомагнитные: $10^4 - 3.6 \cdot 10^9$ л (возраст Земли – $4.5 \cdot 10^9$ л)
- Археомагнитные: $10^2 - 10^4$ л
- Обсерватории: 10^2 л
- Спутники
- Судовые журналы!

Полоидальные, тороидальные поля

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^P + \mathbf{B}^T$$

$$\mathbf{B}^P = \nabla \times (\mathbf{r} T(\mathbf{r}))$$

$$\mathbf{B}^T = \nabla \times \nabla \times (\mathbf{r} P(\mathbf{r}))$$

T, P – скалярные поля.

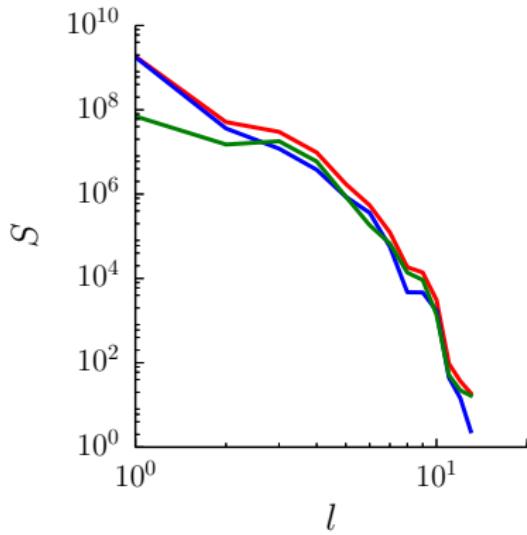
Для потенциального магнитного поля:

$$\mathbf{B} = -\nabla U$$

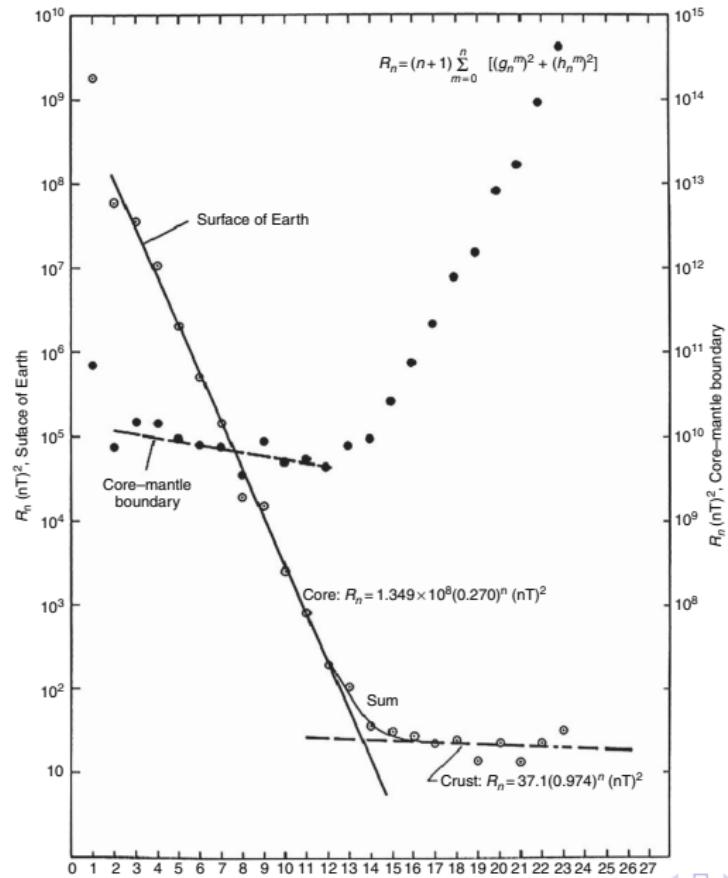
$$U = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R^{n+2}}{r^{n+1}} \right) \left(g_n^m \cos(m\varphi) + h_n^m \sin(m\varphi) \right) P_n^m(\cos(\theta))$$

Спектр Мауэрсбергера геомагнитного поля, IGRF-11

$$S_l = (l+1) \sum_{m=0}^l (g_{lm}^2 + h_{lm}^2)$$



Весь спектр, $l - m$ – нечетный, антисимметричный, $l - m$ – четный, симметричный относительно экватора.



B_r -компоненты магнитного поля

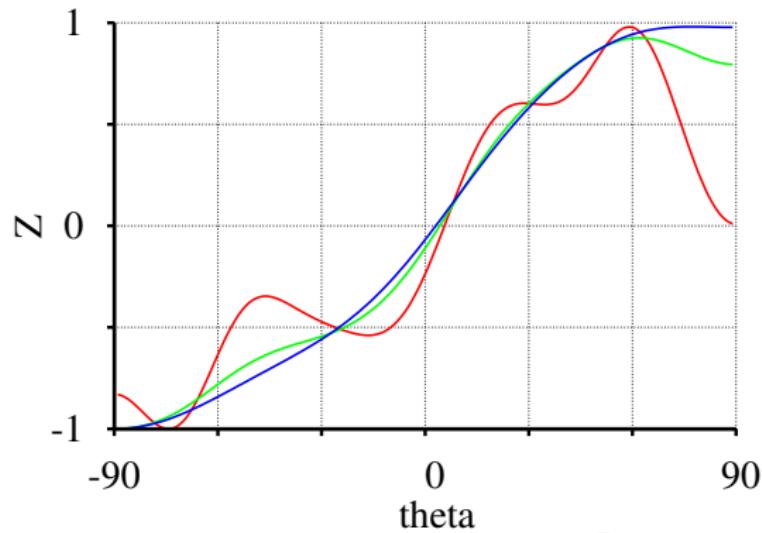


Рис.: Средняя по времени и широте зависимость B_r от широты ϑ по модели IGRF-11 для трех радиусов: красный – $r = 3485$ км (вблизи поверхности жидкого ядра), синий – $r = 4928$ км (середина мантии), зеленый – $r = 6371$ км (поверхность Земли).

Модели геомагнитного поля по наблюдениям

- **GUFM1, 1590–наше время** [Jackson, A., Jonkers, A.R.T., Walker, M.R. Four centuries of geomagnetic secular variation from historical records // Phil. Trans. R. Soc. Lond. 2000. V.AA58. P.957–990],
<http://jupiter.ethz.ch/~cfinlay/gufm1.html>
- **IGRF-11, 1900–2012гг.** [Finlay, C.C. et al. International Geomagnetic Reference Field: the eleventh generation. Geophys. J. Int. 2010. V.183. 3. P.1216–1230],
<http://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf.html>

Вариации спокойного магнитного поля

- Основной цикл геодинамо: $g_1^0 \sim 1 + 0.5 \sin \frac{t}{T}$, $T = (8 - 10) 10^3$ л
- MAC-волны, $10^2 - 10^3$ л

Характерное время вариации поля τ_I :

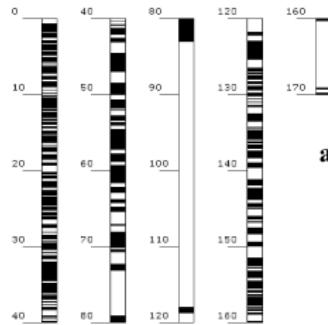
$$\tau_I^2 = \frac{\sum_{m=0}^I (g_{lm}^2 + h_{lm}^2)}{\sum_{m=0}^I (\dot{g}_{lm}^2 + \dot{h}_{lm}^2)}$$

Известно, что τ_I подчиняется следующей эмпирической зависимости:

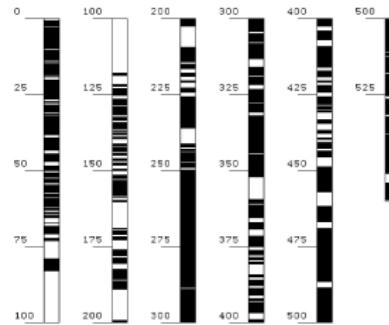
$$\tau_I = \tau_{sv}/I,$$

[Christensen, Tilgner, 2004], где $\tau_{sv} = 535$ л, а номер сферической функции лежит в диапазоне $I = 2 \dots 8$, что соответствует большим характерным временем, чем времена наблюдений в модели IGRF-11.

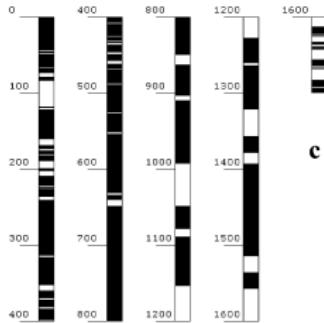
Шкалы полярности за 170, 560 и 1700 млн. лет



a



b



c

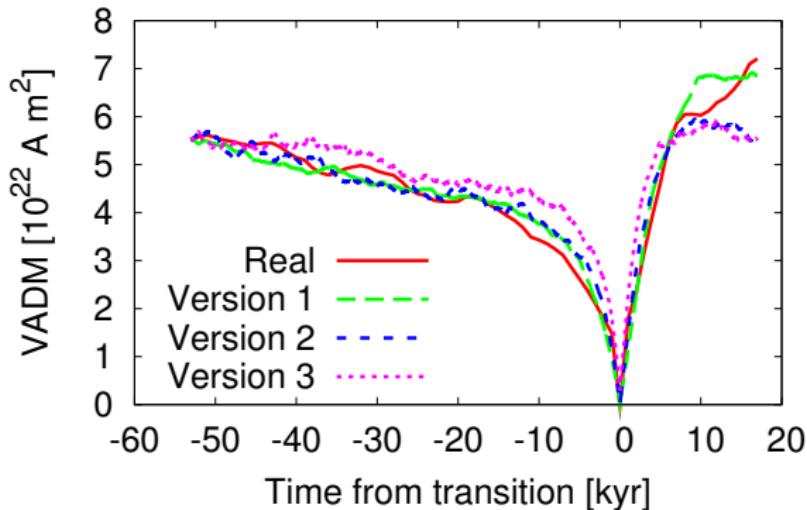


Figure 1. Temporal evolution of the virtual axial dipole moment (VADM) during reversals. Comparison of the average over the last five real reversal data (taken from [5]) with the average over 100 reversals for the three versions resulting from different solutions of the inverse problem.

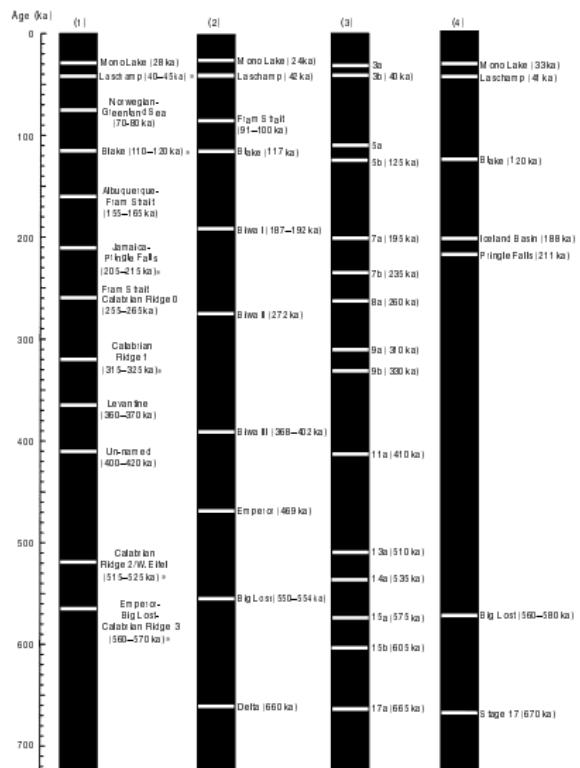


Figure 1 Geomagnetic excursions in the Brunhes Chron according to various authors. Column 1: Langereis et al. (1997); asterisks mark 'well-dated, global' excursions; others were deemed 'restricted or not so certain'; column 2: Wurm (1997); column 3: Lund et al. (2001a); column 4: well-documented excursions with acceptable age control (this study).

Table 2 Excursions within the Brunhes Chron

Excursion name	MIS	Estimated age (ka)	Estimated duration (kyr)	Location or ODP Leg	Princip referenc
Mono Lake	3	33	1	Mono Lake/Arctic/152	(1)
Laschamp	3	41	1.5	Atlantic realm/Arctic/177/172/152	(2)
<i>Norwegian-Greenland Sea</i>		60		Arctic	(3)
Blake	5d/5e	120	5	North Atlantic/Med/172	(4)
Iceland Basin	6/7	188	3	Atlantic/Pacific/Baikal/152/162/172/177/184	(5)
Pringle Falls	7	211		Western US/New Zealand/172/152	(6)
<i>Calabrian Ridge 0</i>	8	260		Med/172	(7)
<i>Calabrian Ridge I</i>	9	325		Med/172	(8)
<i>Un-named</i>	11	400		172	(9)
<i>Calabrian Ridge II</i>	13	525		Med/172	(10)
Big Lost	14/15	560–580		Yellowstone/172/162	(11)
Stage 17	17	670		Osaka Bay/172/162	(12)

Italics indicate poorly documented excursions, MIS: marine isotope stage.

Reference: (1) Denham and Cox (1971); Liddicoat and Coe (1979); Negrini et al. (1984, 2000); Lund et al. (2001a); Nowaczyk and Antropiusoff (1997); Nowaczyk and Knies (2000); Channell (2006). (2) Bonhommet and Babkine, (1967); Bonhommet and Zahringer (1969); Levilliers (1990); Laj et al. (2000); Lund et al. (2001a); Mazaud et al. (2002); Laj et al. (2006); Channell (2006). (3) Nowaczyk and Frederichsen (1994). (4) Smith and Foster (1969); Tric et al. (1991); Zhu et al. (1994); Thouveny et al. (2004). (5) Channell et al. (1997); Weeks (1995); Roberts et al. (1997); Channell (1999); Oda et al. (2002); Stoner et al. (2003); Laj et al. (2006); Channell (2006). (6) Herrero-Bervera et al. (1989, 1994); McWilliams (2001); Singer et al. (2005); Channell (2006). (7) Kawai (1984); Langereis et al. (1997); Lund et al. (2001b). (8) Lund et al. (2001b). (9) Lund et al. (2001b). (10) Langereis et al. (1997), Lund et al. (2001b). (11) Channell et al. (1988); Lund et al. (2001b); Quidelleur et al. (1999); Singer et al. (2002); Channell et al. (2004). (12) Biswas et al. (1999); Lund (2001b); Channell and Raymo (2003); Channell et al. (2004).

- Тепловые источники
- Дифференциация вещества (рост твердого ядра)
- Прецессия

- Энергии достаточно, но “плохая” сила: сила Пуанкаре создает тороидальные течения: $V_r = 0$, неспособные генерировать магнитное поле

- Экмановские слои $\Rightarrow V_r \neq 0$,
- $\delta^E \sim \mathcal{O}(10^{-8} R_\odot)$
- различная эллиптичность мантии и внутреннего ядра
- большие Re

Vanyo, J. et al. *Geophys J. Int.*, 1995, 2000

Tilgner, A. *Phys. Fluids*, 2005

.

Уравнения тепловой конвекции и геодинамо

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B}) + q^{-1} \Delta \mathbf{B}$$

$$E Pr^{-1} \left[\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} - \mathbf{V} \times (\nabla \times \mathbf{V}) \right] = -\nabla P - \mathbf{1}_z \times \mathbf{V} + Ra ET \mathbf{1}_r + E \Delta \mathbf{V} + (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}$$

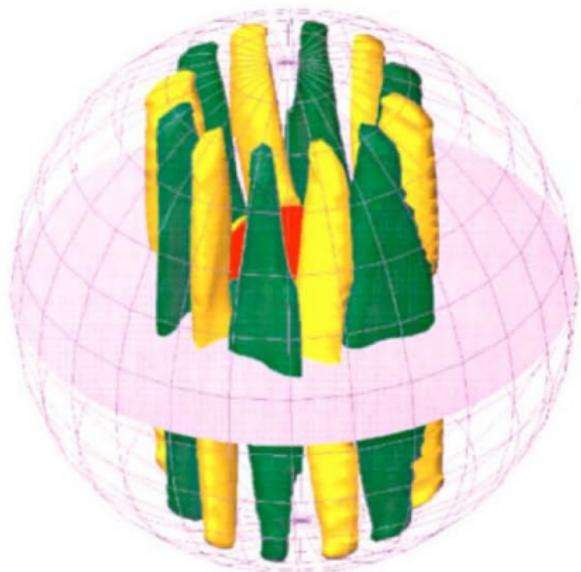
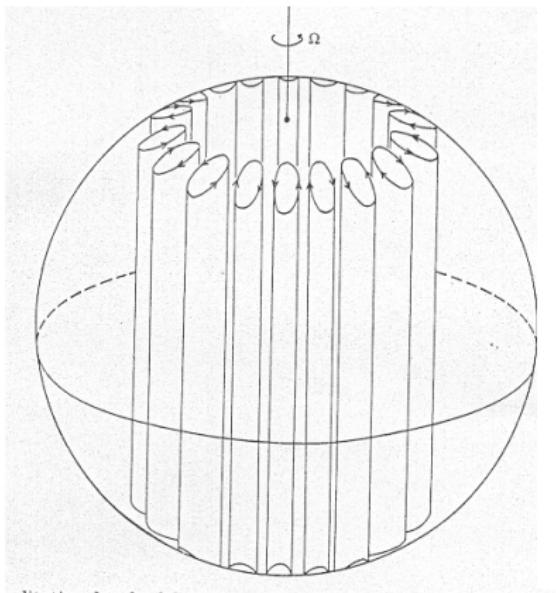
$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \nabla) T = \Delta T + G$$

$$Pr = \frac{\nu}{\kappa} \sim 0.1, \quad q = \frac{\kappa}{\eta} \sim 10^{-5}, \quad E = \frac{\nu}{2\Omega L^2} \sim 10^{-15}, \quad Ra = \frac{\alpha g \beta L^4}{\nu \kappa} \sim 10^{18}$$

Два вида симметрии

- Сферическая: гравитационные силы
- Цилиндрическая: сила Кориолиса

Конвекция на пороге генерации



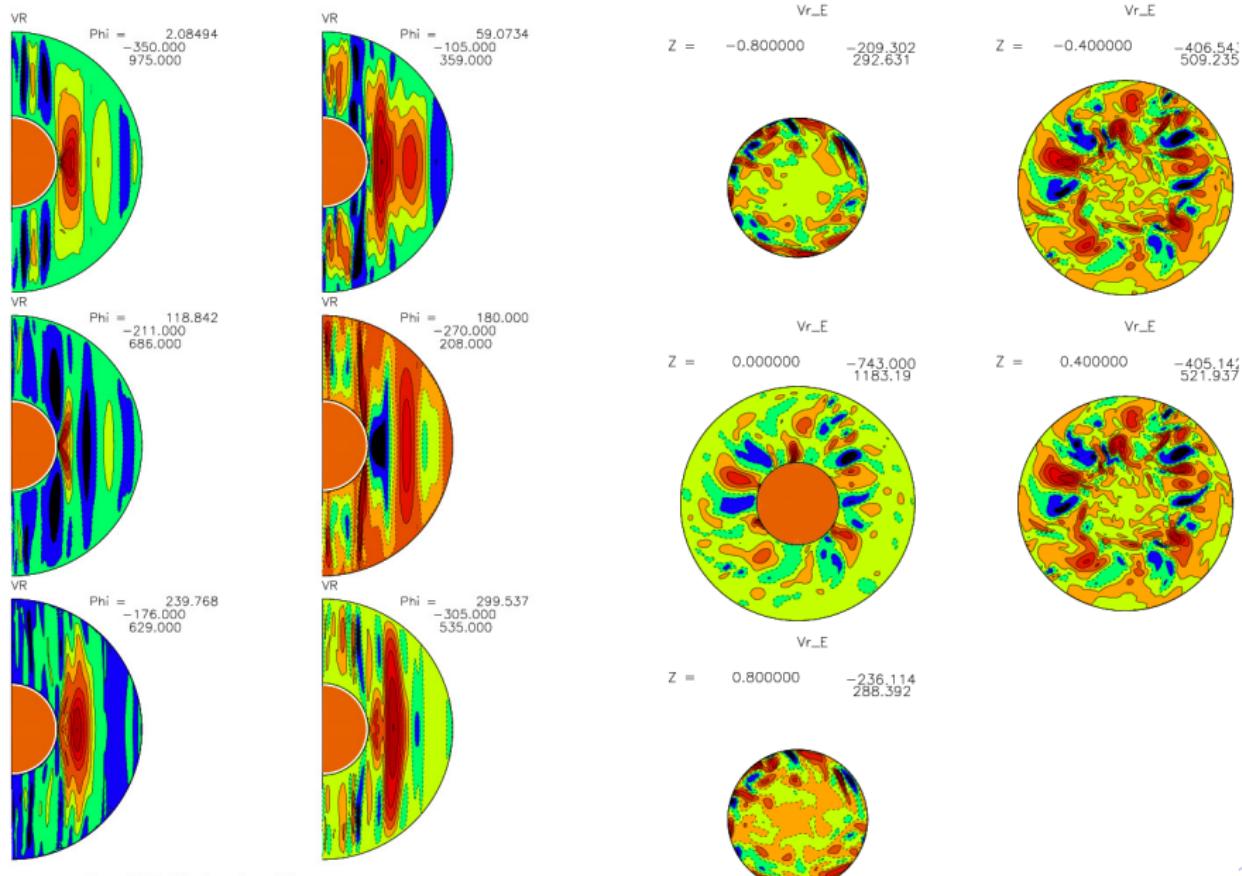
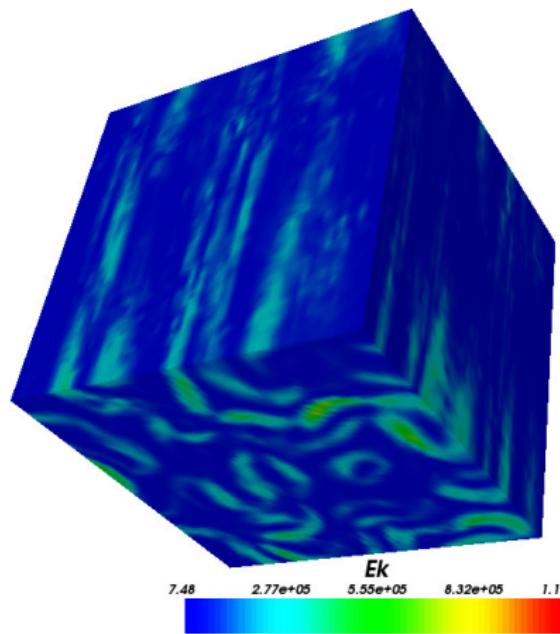
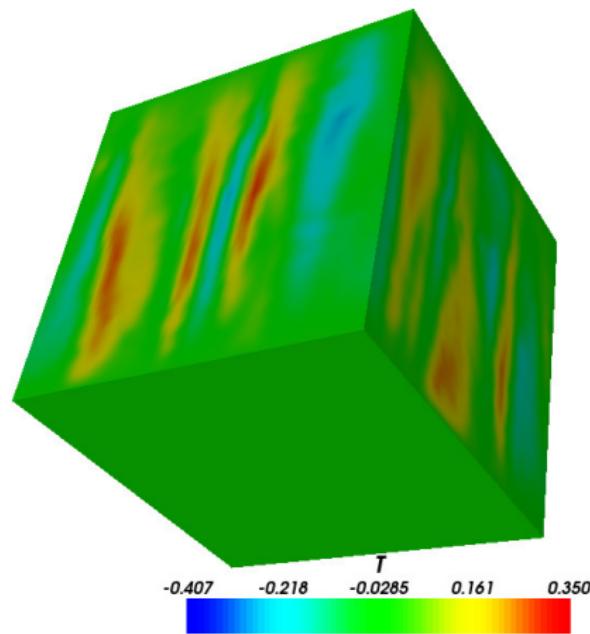


Figure 7: Meridional sections of V_r -component.



Флуктуации температуры, кинетической энергии в плоской геометрии



Геострофический баланс

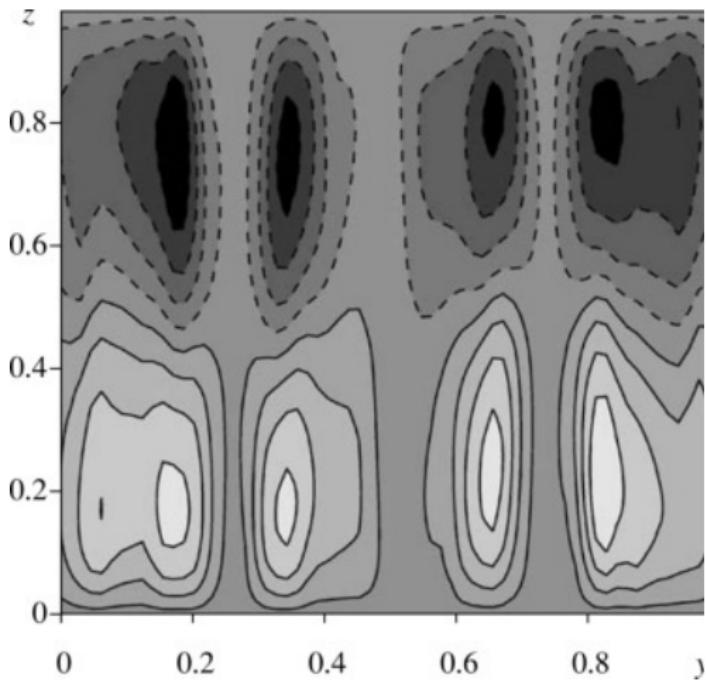
Баланс градиента давления и силы Кориолиса

$$\nabla P \sim \mathbf{1}_z \times \mathbf{V} \quad \rightarrow \quad \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{V} \sim 0$$

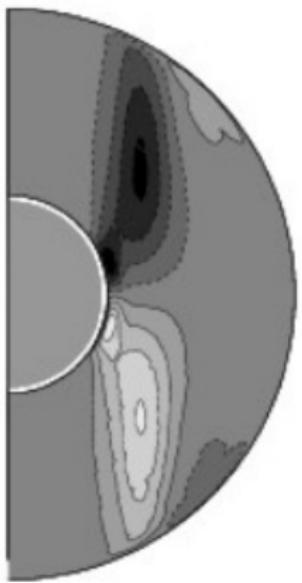
$$I_{\perp} \sim E^{1/3}, \quad E \approx 10^{-15}, \quad I_{\perp} = 10^{-5} L$$

$$\chi = < \mathbf{V} \cdot \text{rot } \mathbf{V} >$$

Kinetic helicity in the plane layer

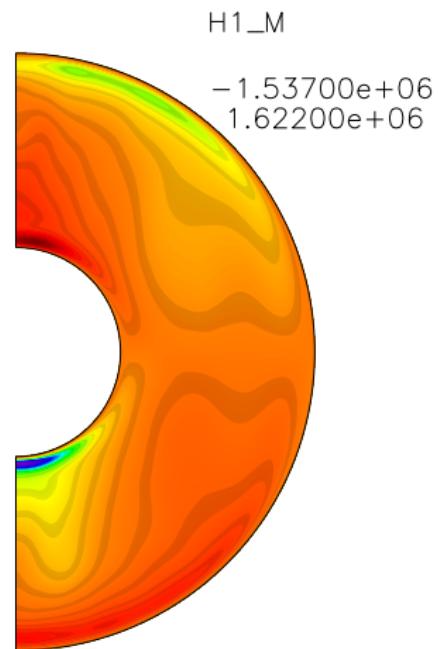
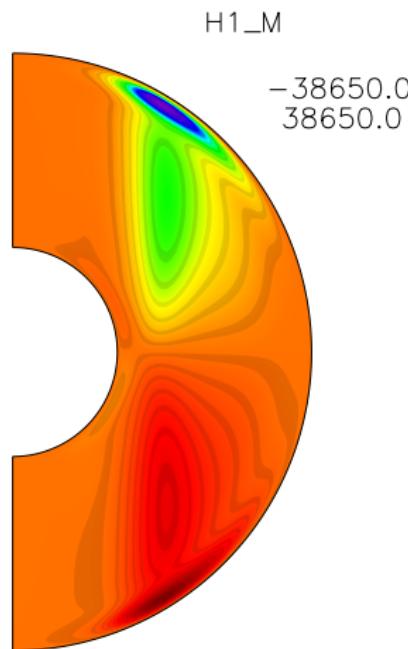


Kinetic helicity for the different Rayleigh numbers

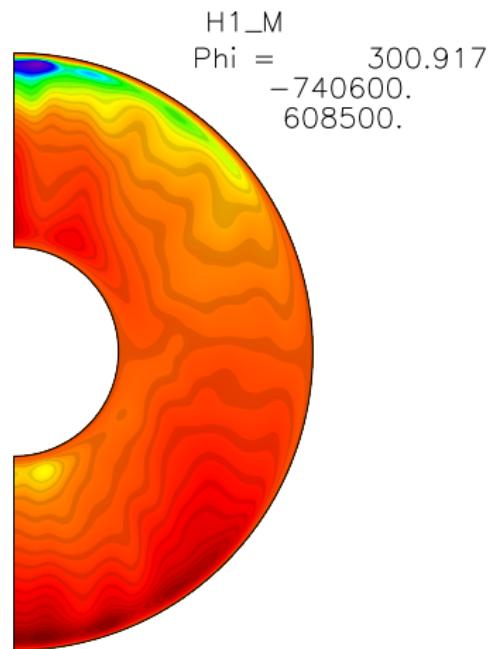
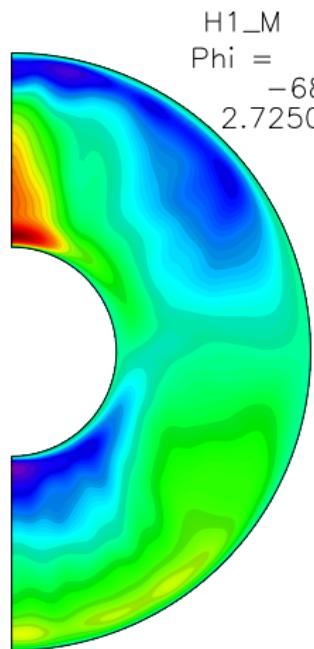


- Несжимаемая среда:
сужение/**расширение** поперечного
сечения течения вблизи
нижней/**верхней** границ, приводящее к
дополнительной закрутке течения
- Сжимаемая среда: градиент плотности,
вращение

Meridional section of kinetic helicity χ for $E = 2 \cdot 10^{-4}$,
 $\text{Pr} = 1$ for $\text{Ra} = 1.5 \cdot 10^2$ and $\text{Ra} = 8 \cdot 10^2$, $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$.



Meridional section of kinetic helicity χ , $E = 2 \cdot 10^{-4}$, $\text{Pr} = 1$,
 $\text{Ra} = 8 \cdot 10^2$, $\frac{\delta\rho}{\rho} = 0.2$ and $\frac{\delta\rho}{\rho} = 1$.



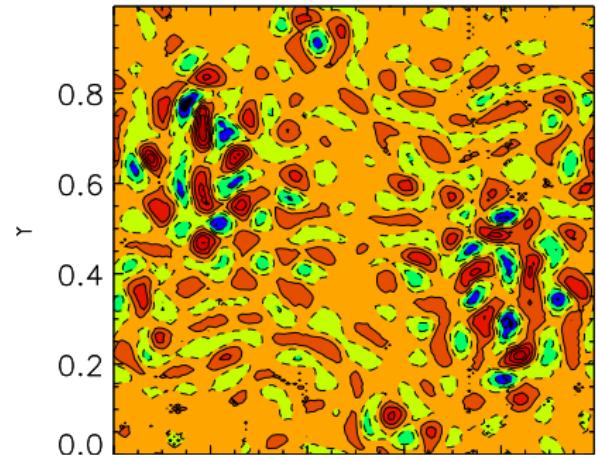
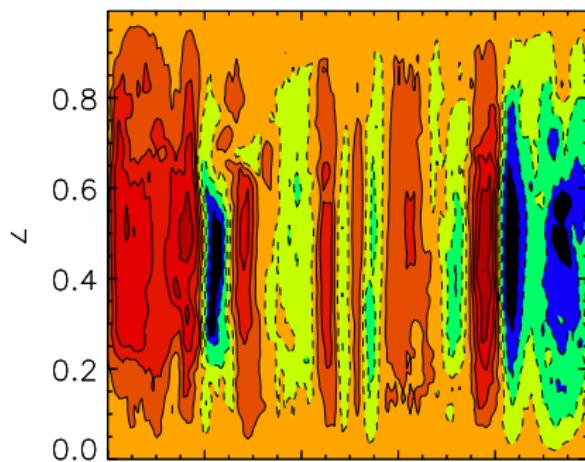


Рис.: Distribution of the V_z -component of the velocity field with ranges
($-675, 701$), ($-153, 157$)

Три режима . . .

NR: Без вращения (сила Кориолиса равна нулю), $\text{Ra} = 6 \cdot 10^6$,
 $\text{Pr} = 1$, $E = 1$, $\text{Re} \sim 2.5 \cdot 10^3$.

R1: С вращением (небольшие тепловые источники), $\text{Ra} = 1.3 \cdot 10^3$,
 $\text{Pr} = 1$, $E = 2 \cdot 10^{-6}$, $\text{Re} \sim 1.6 \cdot 10^3$.

R2: С вращением (большие тепловые источники), $\text{Ra} = 2.1 \cdot 10^3$,
 $\text{Pr} = 1$, $E = 2 \cdot 10^{-6}$, $\text{Re} \sim 3 \cdot 10^3$.

Спектры кинетической энергии

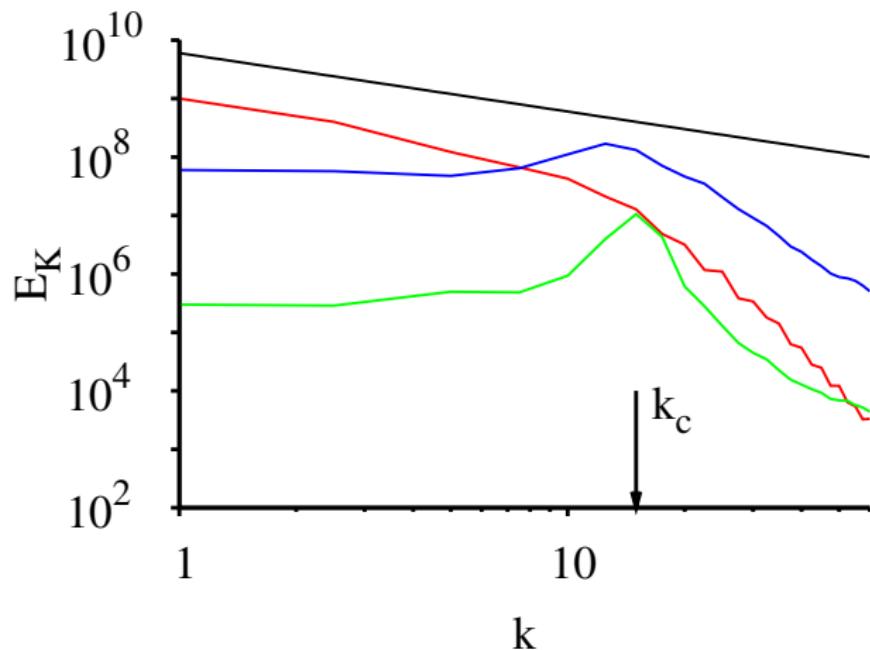


Рис.: Красный – без вращения, зеленый, синий – с вращением.

Потоки кинетической энергии в волновом пространстве T_K

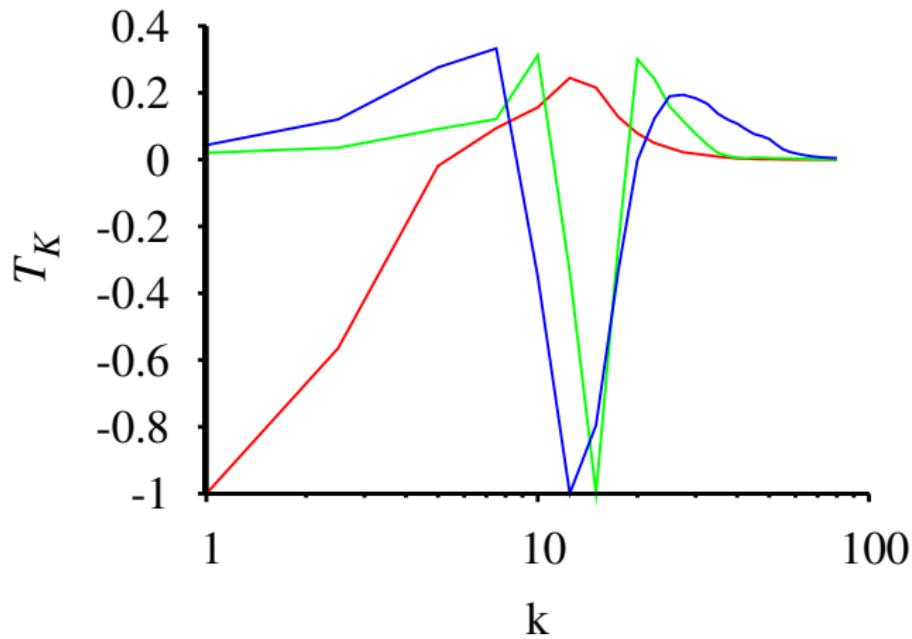


Рис.: NR (красный), R1 (зеленый), R2 (синий).

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{V} \times \mathbf{B} + \alpha \mathbf{B}) + \nabla^2 \mathbf{B}$$

- Алгебраический квенчинг: $\alpha = \frac{\alpha_0}{1+B^2}$
- Динамический квенчинг: $\alpha = \alpha^H + \alpha^J$ равен сумме гидродинамического и магнитного α -эффектов
В свою очередь:

$$\alpha^H = -\frac{\tau}{3}\chi,$$

где $\chi = \langle \mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \rangle$ – гидродинамическая спиральность, а

$$\alpha^J = \frac{\tau}{3} \langle \mathbf{j} \cdot \mathbf{b} \rangle$$

α^H и α^J имеют разные знаки!

- Без магнитного поля:

$$E_K = \mathbf{V}^2/2, \chi = \mathbf{V} \cdot \boldsymbol{\omega}, \boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{V}$$

- С магнитным полем: $E = \mathbf{V}^2/2 + \mathbf{B}^2/2$

$$\chi^M = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}, \text{ где } \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\chi^C = \mathbf{V} \cdot \mathbf{B}$$

а также:

$$\chi^J = \mathbf{J} \cdot \mathbf{B}, \text{ где } \mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B}$$

$$\frac{D}{Dt} \chi^M = -R_m \chi^J + \Pi$$

Для величины $F = X \cdot Y$ существует как минимум две причины, по которым $\int F d\mathbf{r}^3$ может быть мал:

- Экваториальная симметрия:

$$F(z) = -F(-z)$$

- Разделение по масштабам:

$$\overline{X \cdot Y} = -\overline{x \cdot y},$$

где $X = \overline{X} + x$, $Y = \overline{Y} + y$

Вейвлеты

Непрерывное вейвлет-преобразование функции $f(x)$ имеет вид:

$$w(a, b) = a^k \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi^* \left(\frac{x-b}{a} \right) dx, \quad (1)$$

$\psi(t) = \exp(2\pi it - t^2/2)$ – комплексный вейвлет Морле.

Величина a соответствует характерному масштабу сигнала.

Интегральный вейвлет-спектр:

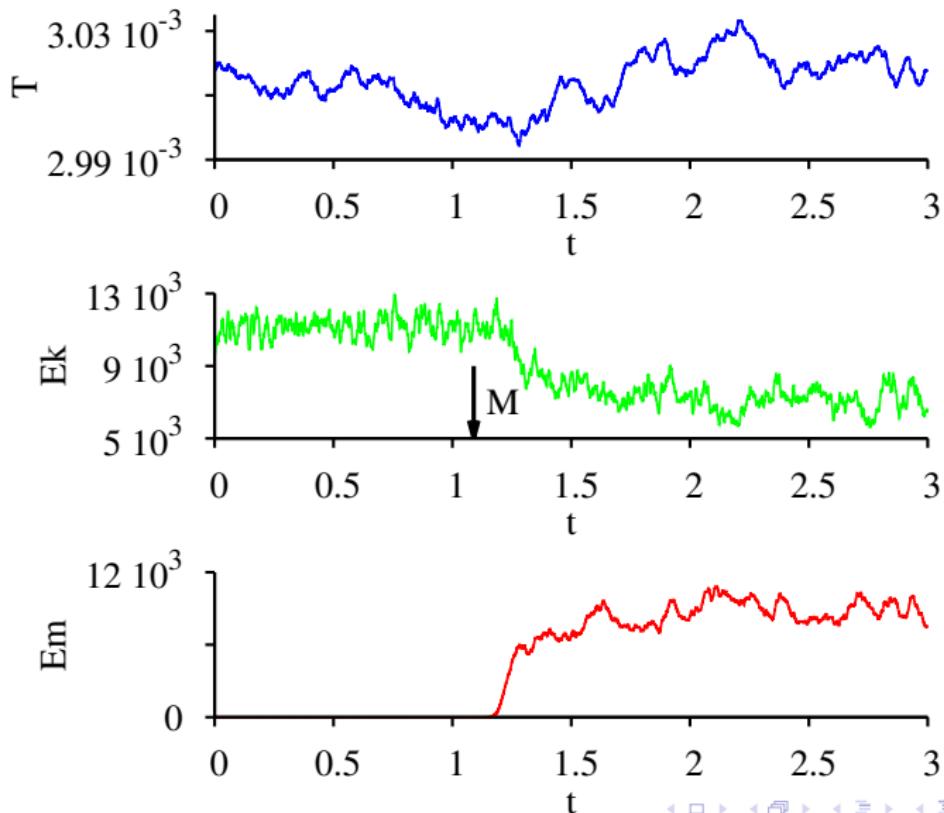
$$S(a) = \int_{-\infty}^{\infty} |w(a, b)|^2 db. \quad (2)$$

Для двух различных сигналов f_1 и f_2 введем взаимный мгновенный комплексный спектр в виде:

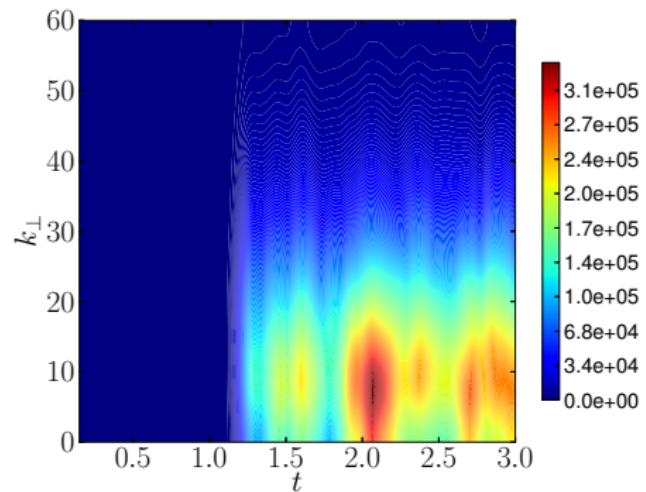
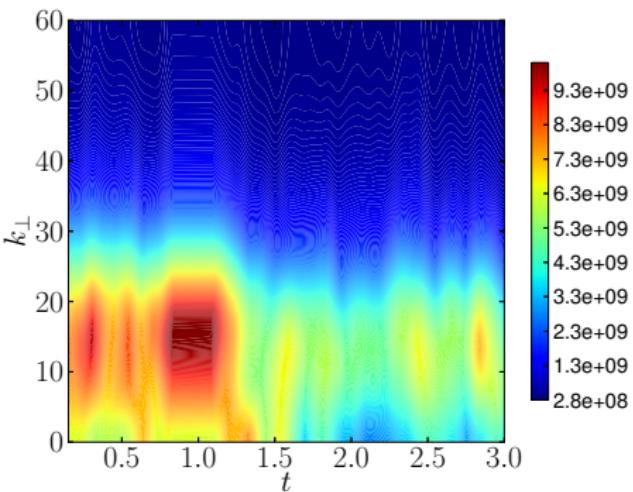
$$S(a, t) = w_1(a, b) \cdot w_2^*(a, b), \quad (3)$$

для которого физический смысл имеет действительная часть $\operatorname{Re} S$.

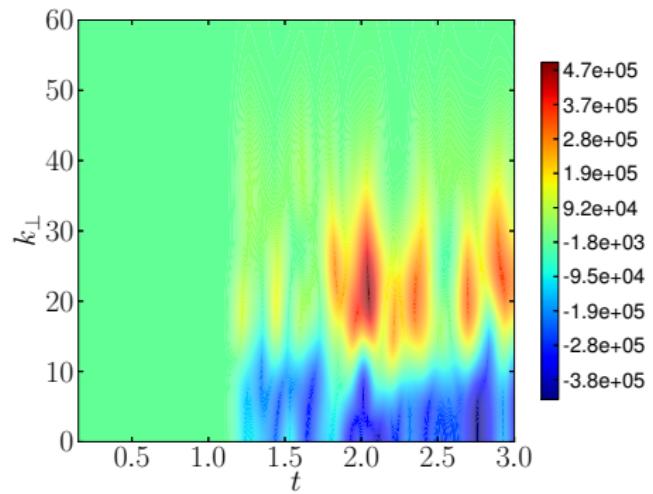
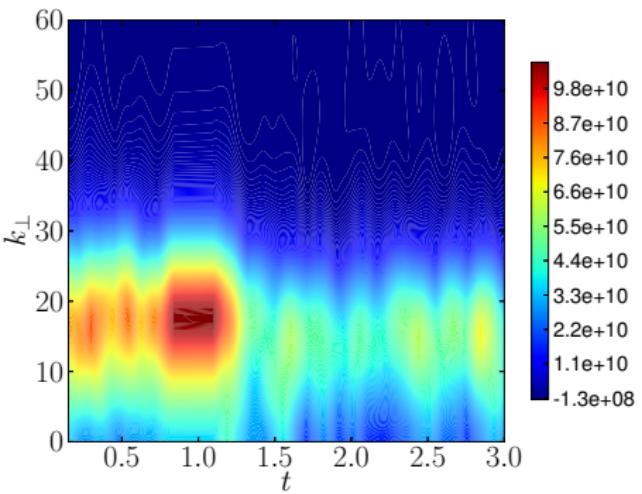
МГД в слое (Решетняк, 2014)



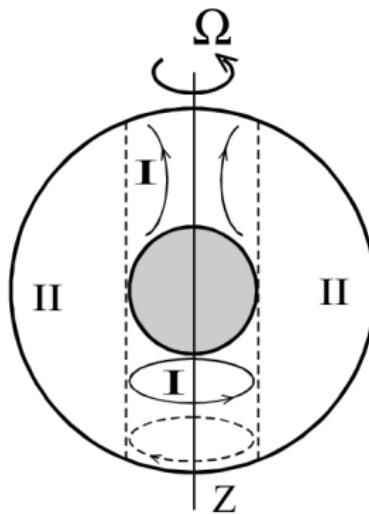
Вейвлет-спектры E_K , E_M



Вейвлет-спектры χ , χ'



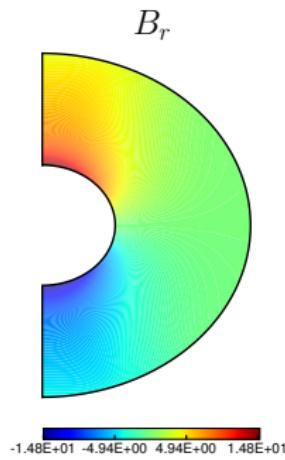
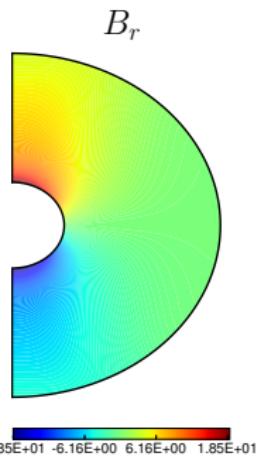
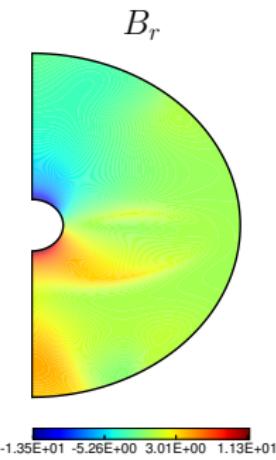
Влияние твердого ядра. Тейлоровский цилиндр



- Магнитное сцепление с твердым ядром, магнитная инерция
- Глубина залегания области генерации магнитного поля
- Две области конвекции I, II

Изменение радиального магнитного поля с ростом твердого ядра: $r_c = 0.15, 0.25, 0.35$,

Reshetnyak, Russ. J. Earth Sci., 2016



Изменение спектра Мауэрсбергера (по сферическим функциям) с ростом твердого ядра

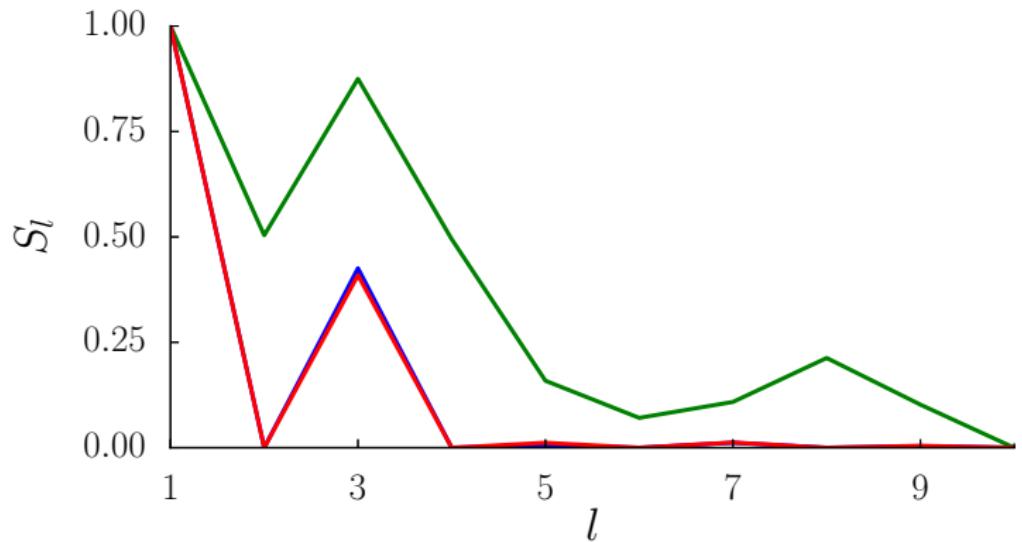
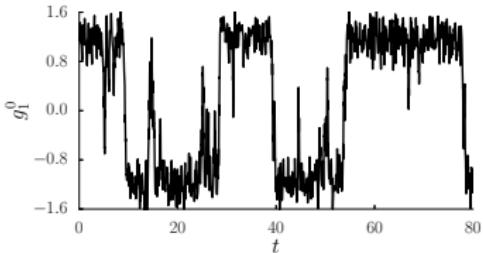
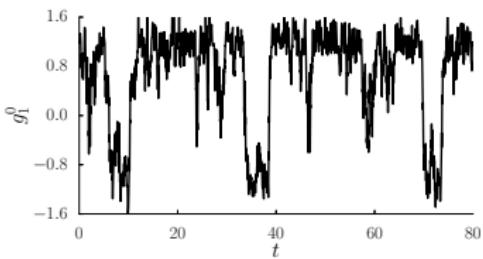
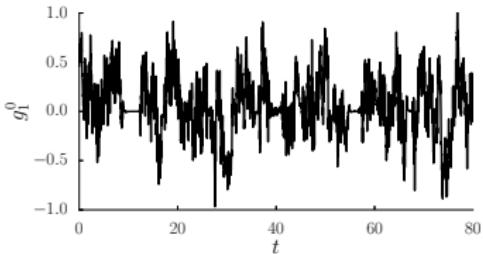


Рис.: Зеленый – $r_c = 0.15$, синий – $r_c = 0.25$, красный – $r_c = 0.35$.

Эволюция магнитного диполя с ростом твердого ядра:
 $r_c = 0.15, 0.25, 0.35$.



ТЕПЛОВЫЕ МОДЕЛИ ЭВОЛЮЦИИ ЯДРА. КОМПОЗИЦИОННАЯ КОНВЕКЦИЯ

- Переход от модели Буссинеска к модели анеластик
- 4.5Ga адиабатическое распределение температуры, $T_0 = 6000K$
- Остыивание до $T_0 = 5270K$
- Появление зародыша твердого ядра 1-2Га. Рост твердого ядра. Выделение тепла на границе твердого и жидкого ядра
- Возможно появление зон субадиабатического градиента температуры вблизи границе ядро-мантия. В этой области нет конвективного теплового потока
- Задача с двумя движущимися границами: твердо-жидкое ядро и граница субадиабатического градиента температуры

Спасибо за внимание!