XVIII НАУЧНАЯ ШКОЛА
“Нелинейные волны -2018”

Множественные и непертурбативные КЭД процессы в экстремально сильных полях

XVIII Научная школа «НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ – 2018»
Нижний Новгород, 26 февраля – 4 марта 2018 г.

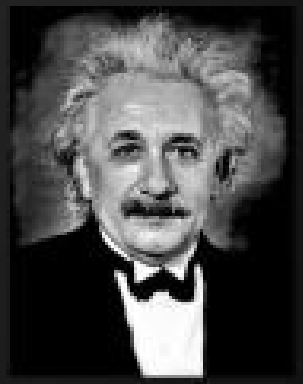
Александр Федотов

Национальный Исследовательский Ядерный Университет “МИФИ”

Guesstimate

- "Everything should be made as simple as possible, but not simpler." – Albert Einstein

- "The purpose of computing is insight, not numbers." – Richard Hamming



Albert Einstein (image source: Wikipedia)

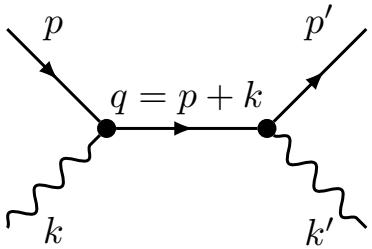
Richard Hamming (image source: Wikipedia)

Введение

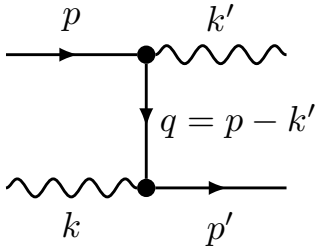
Пример КЭД процесса: эффект Комптона

Вероятность: $dW_{e\gamma\to e'\gamma'} \propto |M_{e\gamma\to e'\gamma'}|^2\, \delta^{(4)}(p+k-p'-k')\dfrac{d^3p'}{2p'_0}\dfrac{d^3k'}{2k'_0}$

$iM_{e\gamma\to e'\gamma'} =$



$+$



$= \bar{u}_{p'}(-ie\sqrt{4\pi}(\gamma\epsilon^*_{k'}))$

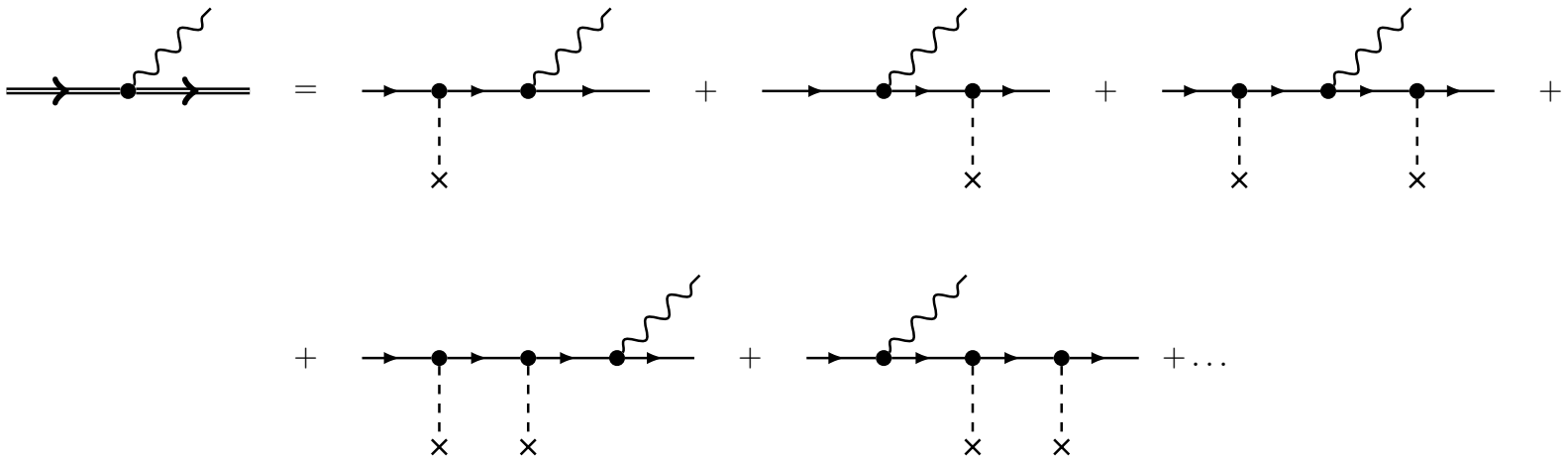
$$\times\left\{\frac{i}{\gamma(p+k)-m}+\frac{i}{\gamma(p-k')-m}\right\}(-ie\sqrt{4\pi}(\gamma\epsilon_k))u_p$$

В ЛСО ($\vec{p}=0$): $\omega' = \dfrac{\omega}{1+\frac{\hbar\omega}{mc^2}(1-\cos\theta)}$ Клейн&Нишина (1929)

$$\boxed{d\sigma_{e\gamma\to e'\gamma'} = \sum_f \frac{\langle dW_{e\gamma\to e\gamma}\rangle}{j} = \frac{r_e^2}{2}\frac{\omega'^2}{\omega^2}\left(\frac{\omega'}{\omega}+\frac{\omega}{\omega'}-\sin^2\theta\right)d\Omega}$$

КЭД в сильном поле: нелинейный эффект Комптона

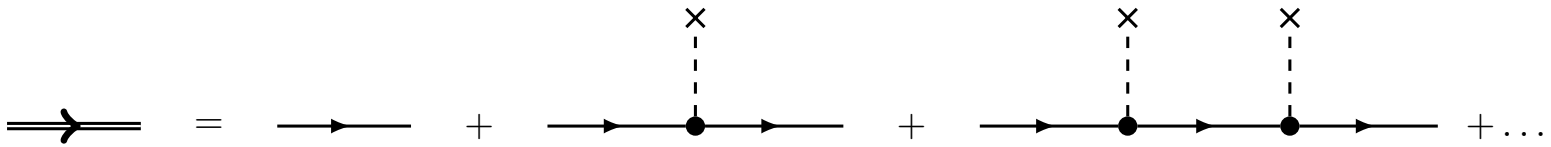
- В обычных условиях каждая вершина дает множитель $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137} \ll 1$ так что процессы более высокого порядка подавлены;
- Однако в **сильном поле** ($\times$) плотность фотонов большая и возможны также и **нелинейные процессы высших порядков**:



- Приближения:
  - **Внешнее (заданное) поле** $\bar{N}_\gamma \simeq \frac{E^2/4\pi}{\hbar\omega} V \gg 1$;
  - Поле докритическое (в ЛСО $E, H \ll E_S = m^2c^3/e\hbar$ и $\omega \ll mc^2/\hbar$) – **движение в поле квазиклассично**.

Классический параметр нелинейности

- **“Одетый” электронный пропагатор** во внешнем поле:



- Вес вершины:

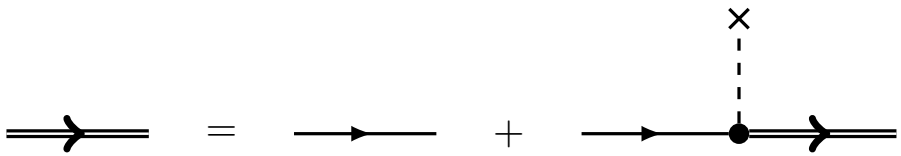
$$\alpha \to \alpha \cdot \bar{N}_\gamma \simeq \frac{e^2}{\hbar c} \times \overbrace{\underbrace{\left(\frac{\hbar}{mc}\right)^2 \times \frac{2\pi c}{\omega}}_{\text{объем}} \times \underbrace{\frac{E^2}{4\pi\hbar\omega}}_{\text{плотность}}}^{\text{число фотонов } \bar{N}_\gamma} \simeq \left(\frac{eE}{m\omega c}\right)^2 \equiv a_0^2$$

Классика: $\dfrac{d\vec{p}}{dt} \simeq e\left(\vec{E} + \dfrac{\vec{v}}{c} \times \vec{H}\right) \quad \Longrightarrow \quad p_\perp \simeq \dfrac{eE}{\omega}, \quad \dfrac{p_\perp}{mc} \simeq \dfrac{eE}{m\omega c}$

- **Параметр разложения**: $\boxed{a_0 \simeq \dfrac{e}{m}\mathscr{A} \equiv \dfrac{eE}{m\omega c}}$ может быть $\gtrsim 1$ (например, в лазерном поле при интенсивности $I \gtrsim 10^{18}$Вт/см^2) $\Longrightarrow$ тогда нужно учитывать все порядки!
- Режим $a_0 \to \infty \;\Leftrightarrow\; \omega \to 0$ – постоянное поле!!!

“Одетый” пропагатор

- *“Одетый”* пропагатор удовлетворяет уравнению



$$\{i\gamma^\mu\left[\partial_\mu - ie\mathcal{A}_\mu(x)\right] - m\}\, S^e(x,x') = \delta^{(4)}(x-x')$$

– решается *точно* в **постоянном** и кулоновском полях, в плоской волне...

- Пример: в **постоянном скрещенном поле** ($E = H = \mathrm{const}$, $\vec{E} \perp \vec{H}$):

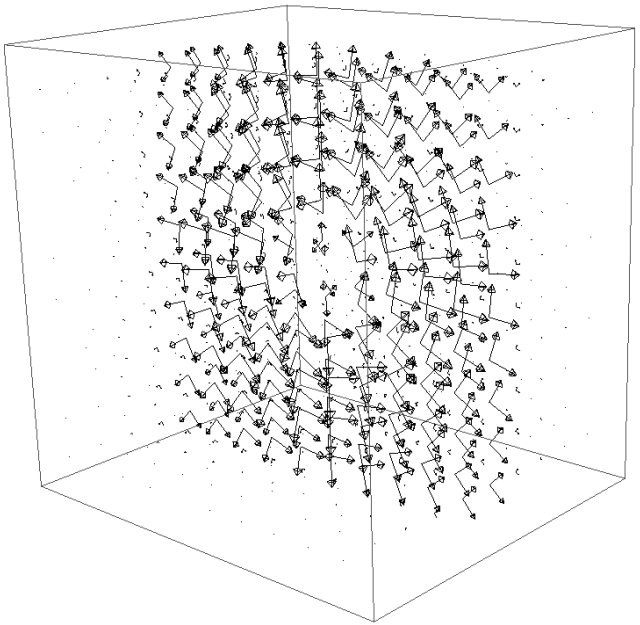
$$S^e(x,x') = \exp\left(ie\int_{x'}^{x} A_\mu\, dx^\mu\right)\tilde{S}^e(x-x'),$$

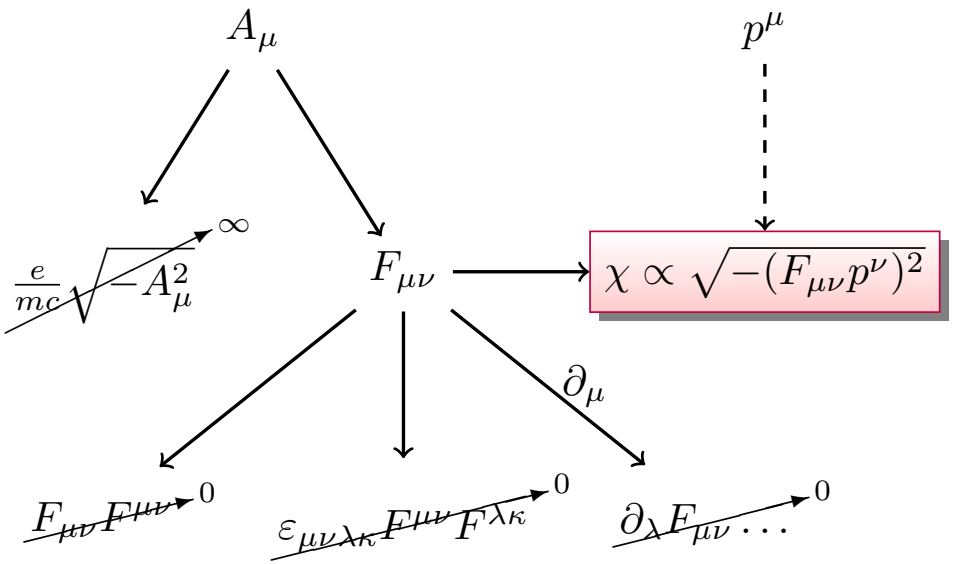
$$\tilde{S}^e(x) = \frac{1}{32\pi^2}\int_0^\infty \frac{ds}{s^3}\exp\left[-im^2 s + i\frac{x^2}{4s} - i\frac{e^2 s}{12}\left(F_{\varkappa\varepsilon}x^\varepsilon\right)^2\right]\Bigg\{2ms$$

$$-i\gamma^\mu\left(g_{\mu\nu} + esF_{\mu\nu} + \frac{e^2 s^2}{3}F_\mu{}^\sigma F_{\sigma\nu}\right)x^\nu\Bigg\}\left(1 - \frac{ies}{2}\sigma^{\rho\lambda}F_{\rho\lambda}\right)$$

Приближение постоянного скрещенного поля (ПСП)

- Для ультрарелятивистской частицы *любое* (непараллельное к $\vec{v}$), *докритическое* ($\ll E_S$), и *медленно меняющееся* ($a_0 \gg 1$) поле выглядит как ПСП:





- Вероятности КЭД процессов определяются единственным **динамическим квантовым параметром** $\chi = \frac{e}{m^3}\sqrt{-(F_{\mu\nu}p^\nu)^2} \simeq \frac{E_\perp}{E_c}\gamma$:

$$W(a_0, \chi, \text{чисто полевые инварианты}) \approx W(\infty, \chi, 0) \equiv W_{\text{ПСП}}(\chi)$$

Nikishov&Ritus, Sov. Phys. JETP 19, 529 (1964).

Режимы КЭД во внешнем поле

Классический параметр нелинейности

$$a_0 = \frac{e\sqrt{-\langle A^\mu A_\mu \rangle}}{mc} \sim \frac{eE_0}{mc\omega}$$

Динамический квантовый параметр

$$\chi = \frac{e\hbar\sqrt{-(F^{\mu\nu}p_\nu)^2}}{m^3c^4} \sim \gamma\frac{E_\perp}{E_S}$$

Режимы	$a_0 \ll 1$	$a_0 \gtrsim 1$
$\chi \ll 1$	классический нерелятивистский	классический релятивистский
$\chi \gtrsim 1$	пертурбативная КЭД	непертурбативная КЭД во внешнем поле

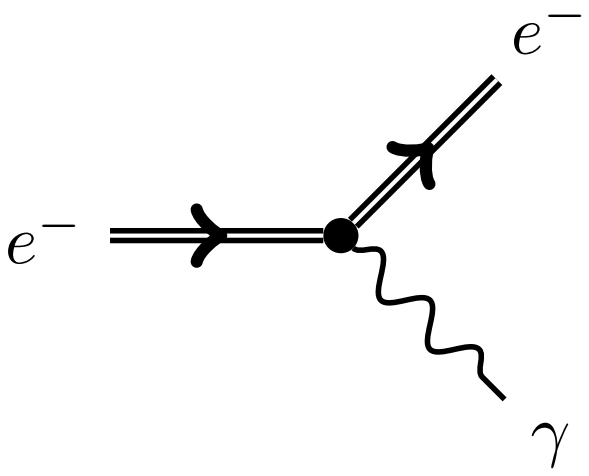
Порог КЭД режима в лазерном поле (считая $\gamma \simeq a_0$):

$$\chi \simeq \frac{E_\perp}{E_S}\gamma \simeq \frac{\hbar\omega}{mc^2}a_0^2 \gtrsim 1 \quad \Longrightarrow \quad a_0 \gtrsim \sqrt{\frac{mc^2}{\hbar\omega}} \sim 700 \quad \left(I_L \gtrsim 10^{24}\text{Вт/см}^2\right)$$

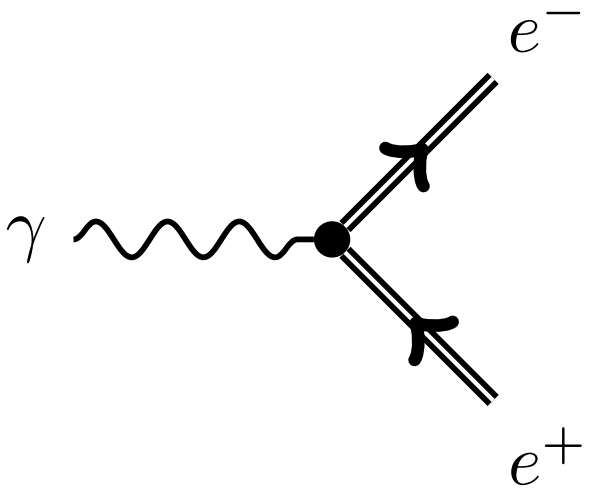
Простейшие КЭД процессы

Простейшие КЭД процессы, индуцируемые полем

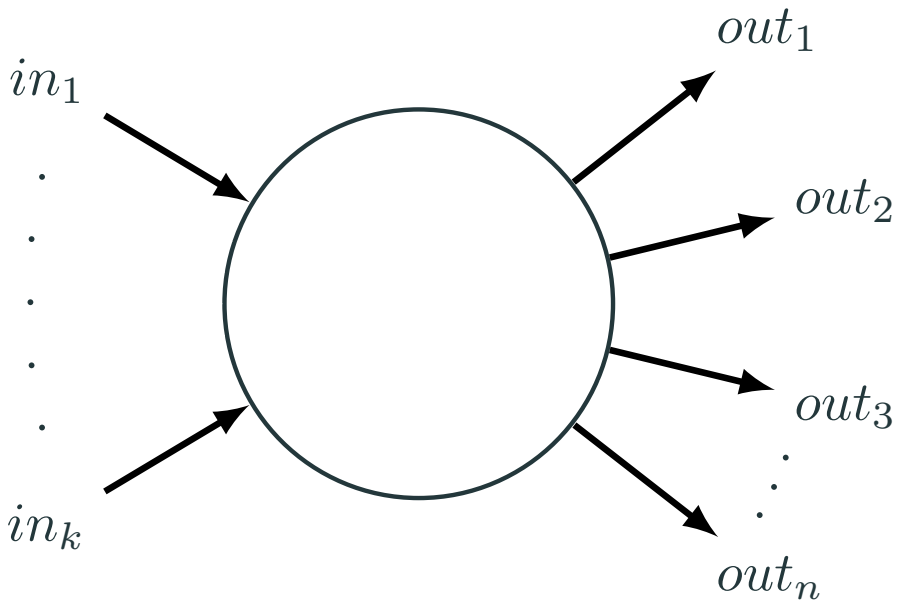
- Излучение жесткого фотона (нелинейный эффект Комптона)



- Фоторождение пары (нелинейный процесс Брейта-Уиллера)



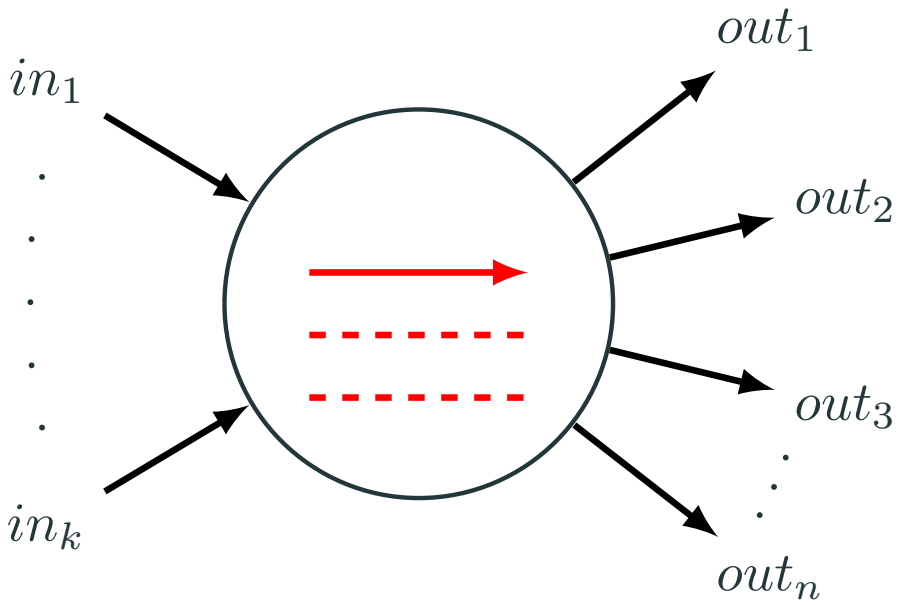
Качественный анализ: общий подход



- Требуемая энергия:

$$\Delta\varepsilon = \sum \varepsilon_f - \sum \varepsilon_i > 0$$

Качественный анализ: общий подход



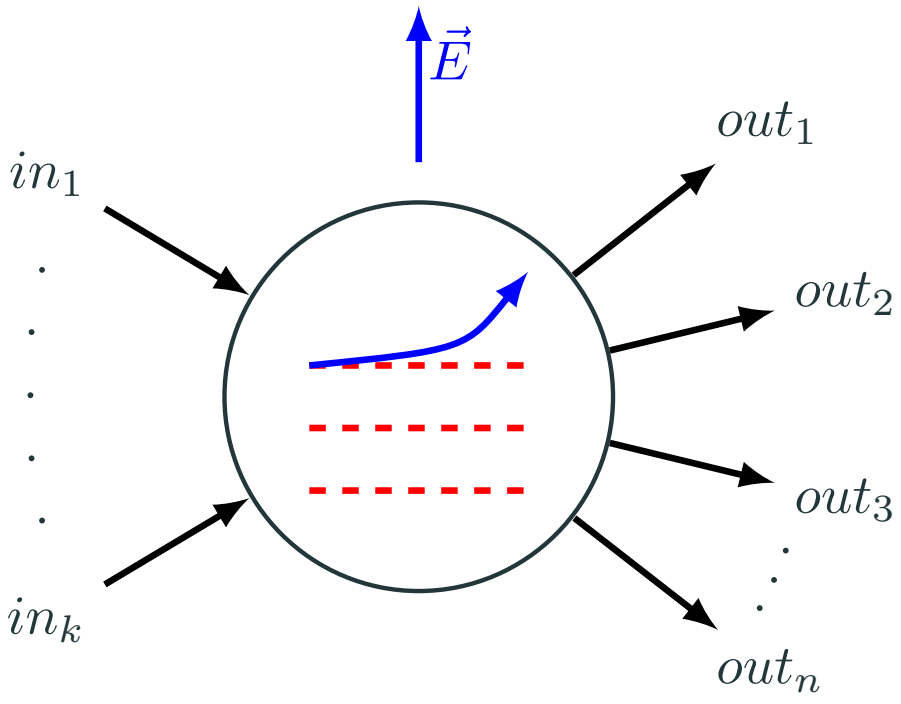
- Требуемая энергия:

$$\Delta\varepsilon = \sum \varepsilon_f - \sum \varepsilon_i > 0$$

- Виртуальные частицы:

$$t \lesssim t_q \simeq \frac{1}{\Delta\varepsilon}$$

Качественный анализ: общий подход



- Требуемая энергия:

$$\Delta\varepsilon = \sum \varepsilon_f - \sum \varepsilon_i > 0$$

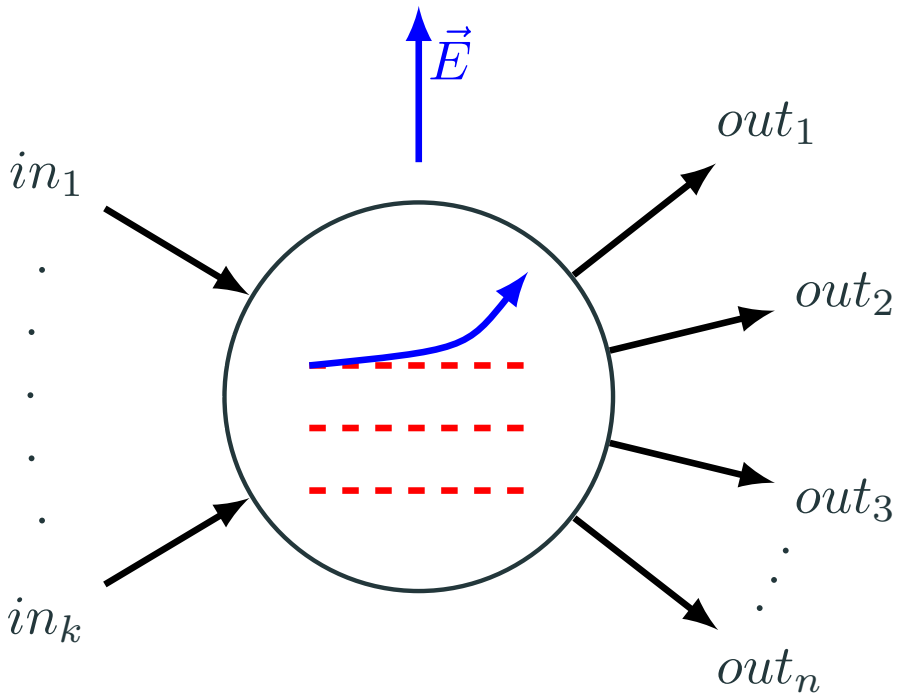
- Виртуальные частицы:

$$t \lesssim t_q \simeq \frac{1}{\Delta\varepsilon}$$

- Баланс энергии: $t \gtrsim t_e$

$$e \int_0^{t_e} \vec{E} \cdot d\vec{s} \simeq \Delta\varepsilon$$

Качественный анализ: общий подход



- Требуемая энергия:

$$\Delta\varepsilon = \sum \varepsilon_f - \sum \varepsilon_i > 0$$

- Виртуальные частицы:

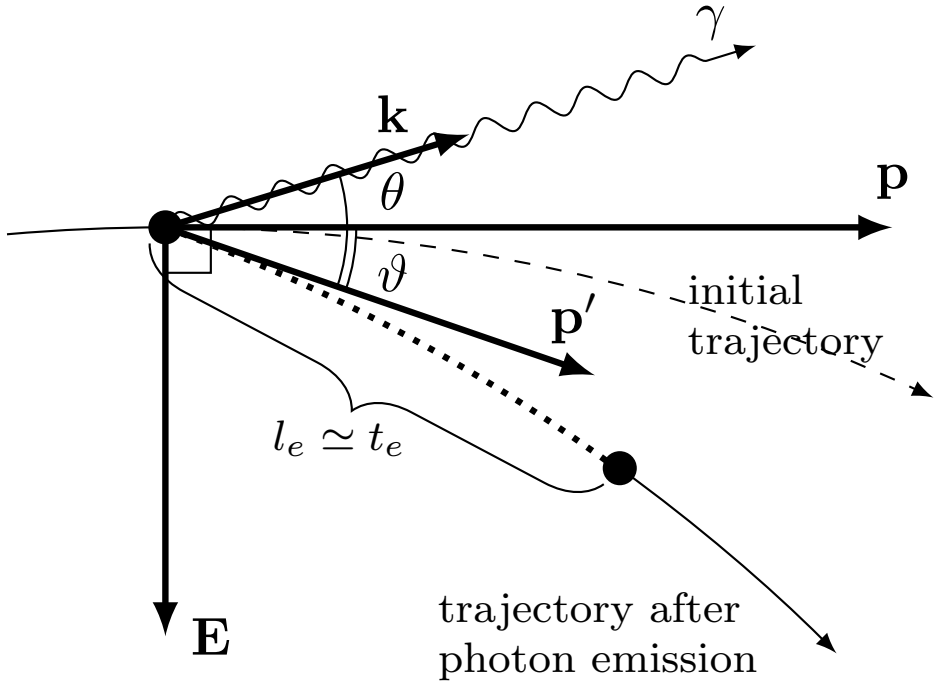
$$t \lesssim t_q \simeq \frac{1}{\Delta\varepsilon}$$

- Баланс энергии: $t \gtrsim t_e$

$$e \int_0^{t_e} \vec{E} \cdot d\vec{s} \simeq \Delta\varepsilon$$

- $t_e \lesssim t_q$ $\rightarrow$ процесс разрешен (квантовый режим)
- $t_e \gtrsim t_q$ $\rightarrow$ процесс подавлен $\propto e^{-t_e/t_q}$ (квазиклассический режим)

Излучение фотона ультрарелятивистским электроном -I



- Энергия **до** излучения:

$$\varepsilon_{\vec{p}}(t) = \sqrt{p^2 + e^2E^2t^2 + m^2} \approx$$
$$\approx p + \frac{e^2E^2t^2 + m^2}{2p}$$

- Сохранение импульса:

$$\vec{p}' = \vec{p} - \vec{k}$$
$$p'^2 = p^2 + k^2 - 2pk\cos\theta$$
$$\approx (p-k)^2 + pk\theta^2$$

- Энергия **после** излучения:

$$\varepsilon_{\vec{p}'}(t) = \sqrt{\left(\vec{p'} + e\vec{E}t\right)^2 + m^2} = \sqrt{p'^2 - 2e\vec{E}\cdot\vec{k}t + e^2E^2t^2 + m^2} \approx$$
$$\approx p - k + \frac{e^2E^2t^2 + 2eEtk\theta + m^2 + pk\theta^2}{2(p-k)}$$

Излучение фотона ультрарелятивистским электроном -II

- Требуемая энергия из поля (общий случай):

$$\Delta\varepsilon(t) = \underbrace{\varepsilon_{\vec{p}'}(t) + k}_{\text{конечная}} \quad - \quad \underbrace{\varepsilon_{\vec{p}}(t)}_{\text{начальная}} \quad \approx$$

$$\approx \not{p} - \not{k} + \frac{e^2E^2t^2 + 2eEkt\theta + m^2 + pk\theta^2}{2(p-k)} + \not{k}$$

$$- \left(\not{p} + \frac{e^2E^2t^2 + m^2}{2p}\right) = \boxed{\frac{k\left[e^2E^2t^2 + 2eEpt\theta + m^2 + p^2\theta^2\right]}{2p(p-k)}}$$

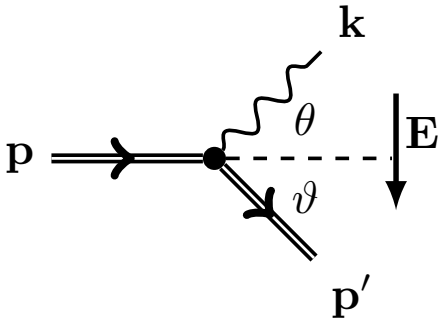
- Предельные (частные) случаи:
  - **Классика**: $\chi \simeq \frac{eEp}{m^3} \ll 1$ (тогда $eEt \simeq m$):

$$\Delta\varepsilon(t) = \frac{k\left[\cancel{e^2E^2t^2} + \cancel{2eEpt\theta} + m^2 + p^2\theta^2\right]}{2p(p-k)} \simeq \boxed{\frac{km^2}{p(p-k)}}, \qquad \boxed{\theta \lesssim \frac{m}{p} \simeq \frac{1}{\gamma}}$$

  - **КЭД режим**: $\chi \simeq \frac{eEp}{m^3} \gtrsim 1$ (тогда $k \sim p$ и $eEt \gtrsim m$):

$$\Delta\varepsilon(t) = \frac{k\left[e^2E^2t^2 + \cancel{2eEpt\theta} + \cancel{m^2} + p^2\theta^2\right]}{2p(p-k)} \simeq \boxed{\frac{e^2E^2t^2}{2p}}, \qquad \boxed{\theta \lesssim \frac{eEt}{p}}$$

Излучение фотона: $\chi \ll 1$



$$\boxed{\Delta\varepsilon \simeq \frac{km^2}{p(p-k)}, \quad \theta \lesssim \frac{m}{p} = \frac{1}{\gamma}}$$

- Сохранение импульса: $p'_\perp = k_\perp \simeq k\theta, \quad p' \approx p - k$
- Угол рассеяния (отдачи):

$$\vartheta \simeq \frac{p'_\perp}{p'} \simeq \frac{k}{p-k}\theta \lesssim \frac{km}{(p-k)p}$$

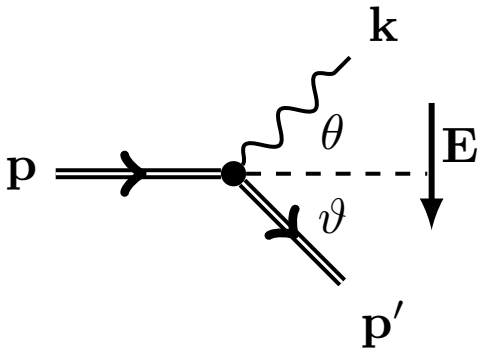
- Характерные времена:

$$\boxed{t_q \simeq \frac{1}{\Delta\varepsilon} \simeq \frac{p(p-k)}{m^2 k}} \gtrsim \boxed{t_e \simeq \frac{\Delta\varepsilon}{eE\vartheta} \simeq \frac{m}{eE}}$$

- Излучаемые частоты: $k \lesssim \frac{eEp}{m^3}p = \chi p \lesssim p \Longrightarrow \boxed{\chi \lesssim 1}$
- Оценка вероятности излучения:

$$\boxed{W_{e\to e\gamma} \simeq \frac{\alpha}{t_e} \simeq \frac{\alpha m^2}{p}\chi}$$

Излучение фотона: $\chi \gtrsim 1$



$$\boxed{k \sim p, \quad \Delta\varepsilon(t) \simeq \frac{e^2E^2t^2}{2p}, \quad \theta, \vartheta \simeq \frac{eEt}{p}}$$

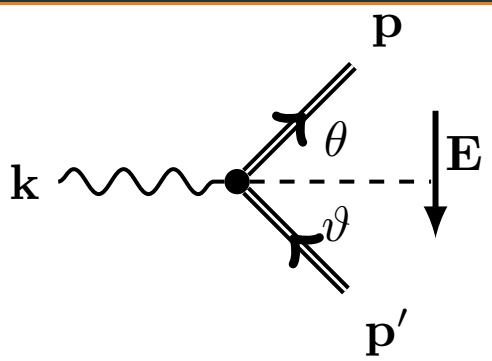
- При $t > m/eE$ работа поля: $\boxed{\int_0^t eE\vartheta(t)\,dt \simeq \Delta\varepsilon(t)}$
- Время процесса определяется единственным условием:

$$t_q \simeq \frac{1}{\Delta\varepsilon(t_q)} \simeq \frac{p}{e^2E^2t_q^2} \implies \boxed{t_q \simeq \left(\frac{p}{e^2E^2}\right)^{1/3} = \frac{m}{eE}\chi^{1/3} \equiv \frac{p}{m^2\chi^{2/3}}}$$

- Оценка вероятности излучения:

$$\boxed{W_{e\to e\gamma} \simeq \frac{\alpha}{t_q} \sim \frac{\alpha m^2}{p}\chi^{2/3}}$$

Фоторождение пары -I



Чтобы не повторяться для простоты с самого начала считаем что все частицы летят вперед ($\theta = \vartheta = 0$)

- Требуемая энергия из поля:

$$\Delta\varepsilon(t) = \sqrt{(k-p)^2 + e^2E^2t^2 + m^2} + \sqrt{p^2 + e^2E^2t^2 + m^2} - k$$

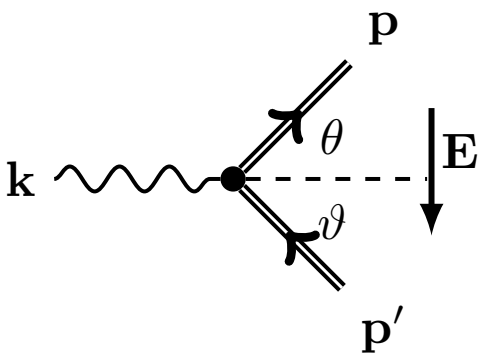
$$\approx \not{k} - \not{p} + \frac{e^2E^2t^2 + m^2}{2(k-p)} + \not{p} + \frac{e^2E^2t^2 + m^2}{2p} - \not{k}$$

$$= \frac{k\left(e^2E^2t^2 + m^2\right)}{2p(k-p)} \gtrsim \boxed{\frac{2\left(e^2E^2t^2 + m^2\right)}{k}} \qquad \left(\text{при } p = p' = \frac{k}{2}\right)$$

- При $\chi_\gamma = \frac{eEk}{m^3} \gg 1$ дальнейшее рассмотрение полностью аналогично процессу излучения (с заменой $p \to k$, $\chi \to \chi_\gamma$), получаем:

$$\boxed{W_{\gamma\to e^+e^-} \simeq \frac{\alpha m^2}{k}\chi_\gamma^{2/3}}$$

Фоторождение пары мягким фотоном ($\chi_\gamma \ll 1$)



$$\boxed{\Delta\varepsilon(t) = \frac{2\left(\cancel{e^2E^2t^2} + m^2\right)}{k}}$$

- Оценки углов и времен:

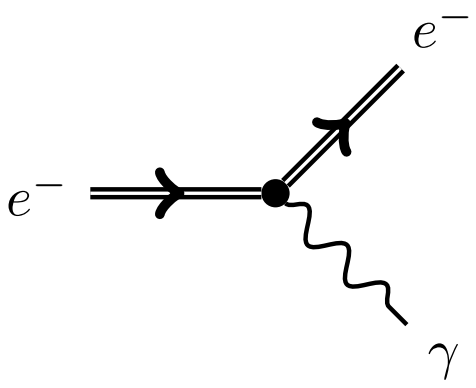
$$\boxed{\theta, \vartheta \simeq \frac{m}{k} \ll 1}, \quad \boxed{t_q \simeq \frac{1}{\Delta\varepsilon} \simeq \frac{k}{m^2}} \gtrsim \boxed{t_e \simeq \frac{\Delta\varepsilon}{eE\vartheta} \simeq \frac{m}{eE}}$$

- Процесс экспоненциально подавлен ($\propto e^{-t_e/t_q}$) при $\chi_\gamma = \frac{eEk}{m^3} \lesssim 1$:
$\Delta\varepsilon(t_*) = \frac{2\left(e^2E^2t_*^2+m^2\right)}{k} = 0 \implies t_* = i\frac{m}{eE} \simeq t_e,$

$$W_{\gamma\to e^+e^-} \propto \exp\left(-2\,\mathrm{Im}\int_0^{t_*} \Delta\varepsilon(t)\,dt\right) = e^{-8/3\chi_\gamma}$$

Простейшие процессы: сводка результатов

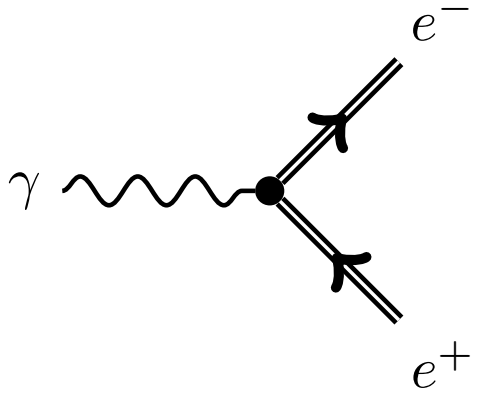
Излучение жесткого фотона (нелинейный эффект Комптона)



$$W_{e\to e\gamma}(\chi \gtrsim 1) \simeq 1.46\frac{\alpha m^2 c^4}{\hbar\varepsilon}\chi^{2/3},$$

$W_{e\to e\gamma}(\chi \ll 1) \leftrightarrow$ классика

Фоторождение пары (нелинейный процесс Брейта-Уиллера)

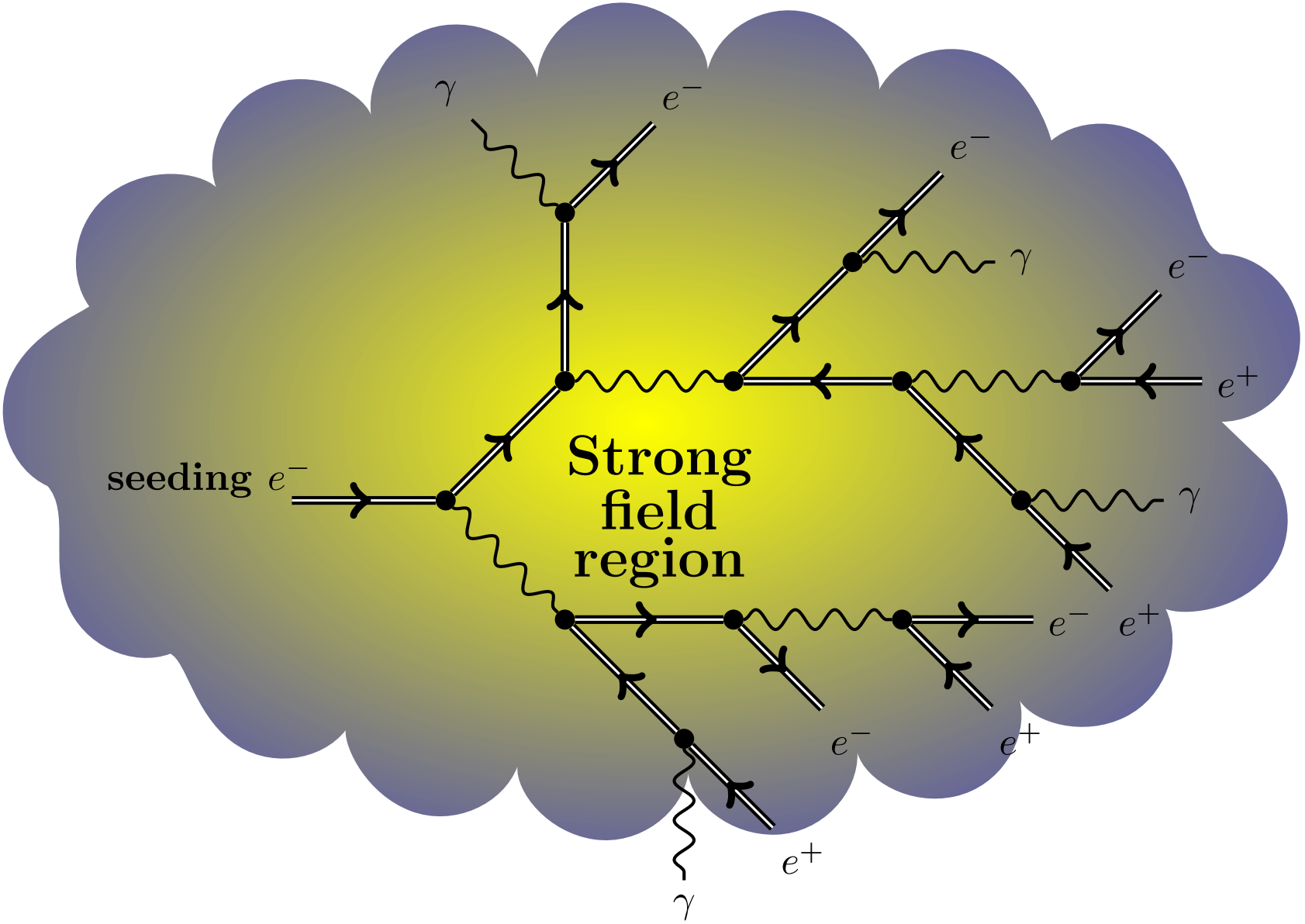


$$W_{\gamma\to e^+e^-}(\chi_\gamma \gtrsim 1) \simeq 0.23\frac{\alpha m^2 c^4}{\hbar^2\omega}\chi_\gamma^{2/3},$$

$$W_{\gamma\to e^+e^-}(\chi_\gamma \ll 1) \propto e^{-8/3\chi_\gamma} \approx 0$$

Множественные процессы (самоподдерживающиеся каскады)

Каскады


γ
e^-
e^-
γ
e^-
e^+
seeding e^-
Strong field region
γ
e^-
e^+
e^-
e^+
e^+
γ

Характеристика самоподдерживающихся каскадов

Свойство	КЭД каскады во внешнем поле	
	обычные	самоподдерживающиеся
Источник энергии	затравочная частица	внешнее поле (непрерывно **ускоряет**)
Множественность $N_{e^+e^-}$	ограничена энергией ε_0 затравочной частицы	экспоненциально растет ($\propto e^{\Gamma t}$), вплоть до макроскопических значений (?)
Остановка:	вторичные частицы потеряли энергию и χ	• ... выталкивание из области сильного поля (?); • ... истощение поля (?); • ... термализация (?);
Аналогия	ШАЛ	пробой диэлектрика

Модель: равномерно вращающееся электрическое поле -I

- Первоначально медленный электрон в поле $\vec{E}(t) = \{E_0 \cos\omega t, E_0 \sin\omega t\}$ $[p(0) \ll mc,\ a_0 = \frac{eE_0}{mc\omega} \gg 1]$
- На временах $\frac{mc}{eE_0} \ll t \ll \frac{1}{\omega}$:
  - Поле и импульс:

$$\left.\begin{aligned} &\vec{E}(t) \approx E_0\{1, \omega t\} \\ &\vec{p}(t) = e\int_0^t \vec{E}(t)\,dt \approx eE_0\left\{t, \tfrac{\omega t^2}{2}\right\} \end{aligned}\right\} \text{угол} = \frac{\omega t}{2}, \quad E_\perp(t) \approx E_0\frac{\omega t}{2}$$

  - Энергия: $\varepsilon(t) \approx eE_0 t$, $\gamma(t) \simeq \frac{eE_0 t}{mc}$
  - Динамический квантовый параметр:

$$\chi(t) \simeq \frac{E_\perp(t)}{E_S}\gamma(t) \simeq \underbrace{\frac{E_0}{E_S}}_{\ll 1} \times \underbrace{\frac{\omega t}{2}}_{\ll 1} \times \underbrace{\frac{eE_0 t}{mc}}_{\gg 1} \simeq \left(\frac{E_0}{E_S}\right)^2 \frac{mc^2\omega}{\hbar} t^2$$

- **Время ускорения**: $\chi(t_{acc}) \sim 1$,

$$\boxed{t_{acc} \simeq \frac{1}{k\omega\mu}}, \quad \boxed{\mu = \frac{E_0}{E_*}}, \quad k = \sqrt{\frac{\alpha^2 mc^2}{\hbar\omega}} \approx 5$$

- Естественный масштаб: $E_* = \alpha E_S \approx \frac{E_S}{137}$, $\quad I_* \sim 2.5 \times 10^{25}$ Вт/см^2

Модель: равномерно вращающееся электрическое поле -II

- **Время** t_{free} **пробега** до излучения жесткого фотона:

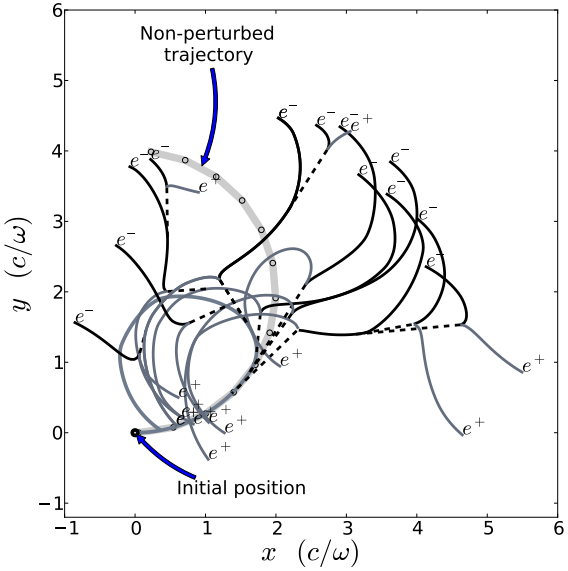
$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{t_{free}} \simeq W(t_{free}) \simeq \frac{\alpha m^2 c^4}{\hbar\varepsilon}\chi^{2/3}, \\ &\chi \simeq \left(\frac{E_0}{E_S}\right)^2 \frac{mc^2\omega}{\hbar} t_{free}^2, \\ &\varepsilon \simeq eE_0 t_{free} \end{aligned}\right\} \Longrightarrow \left\{\begin{aligned} &\boxed{t_{free} \simeq \frac{1}{k\omega\mu^{1/4}}}, \\ &\chi \simeq \mu^{3/2}, \\ &\varepsilon \simeq \frac{kmc^2}{\alpha}\mu^{3/4} \end{aligned}\right.$$

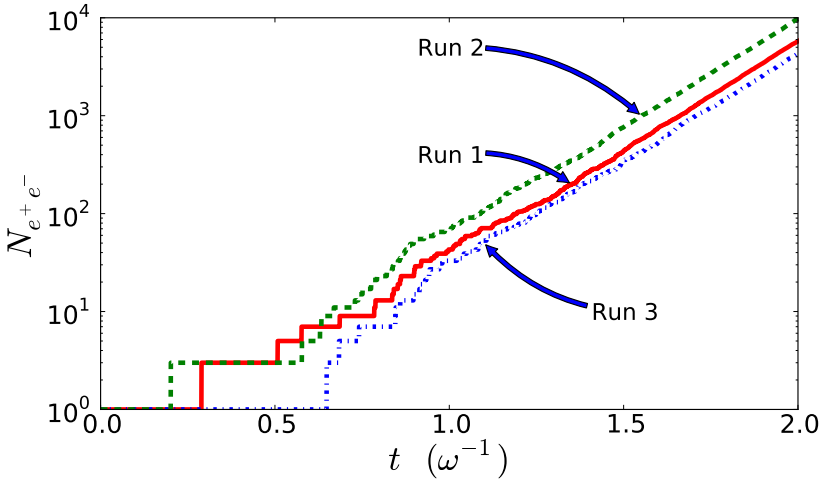
- **Множественность**: $N_{e^+e^-}(t) \sim e^{t/t_{free}}$
- Иерархия времен:

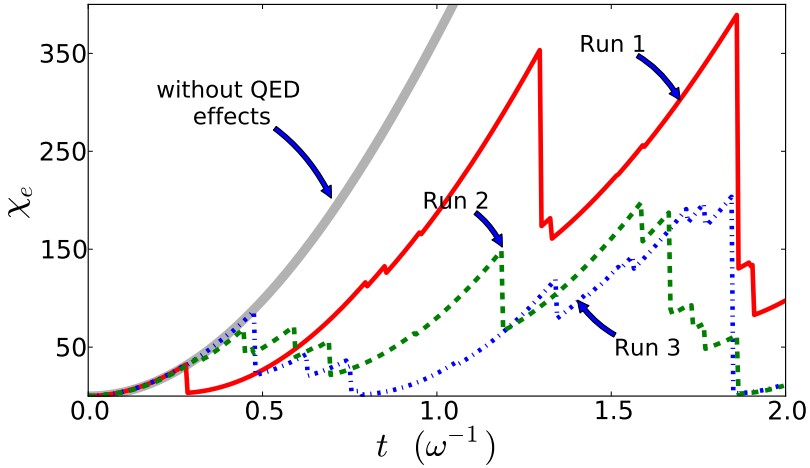
$$\boxed{t_q \overset{\boxed{\text{ПСП}}}{\ll} t_{acc} \simeq \frac{1}{k\mu\omega} \overset{\boxed{\chi_\gamma \sim \chi \gtrsim 1}}{\ll} t_{free} \simeq \frac{1}{k\mu^{1/4}\omega} \overset{\boxed{N_{e^+e^-} \gg 1}}{\ll} \frac{1}{\omega}}$$

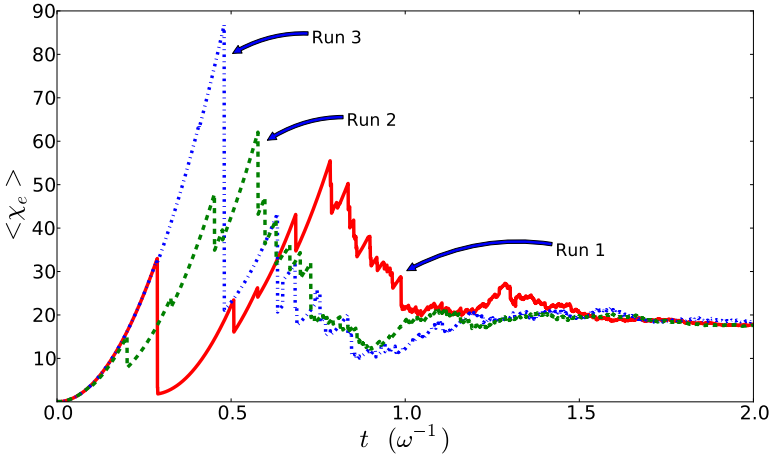
- **Эффективный порог каскадов**: $\boxed{\mu \gtrsim 1}$ $(I_L \gtrsim 2.5 \times 10^{25}\,\text{Вт/см}^2)$

Моделирование каскадов во вращающемся поле



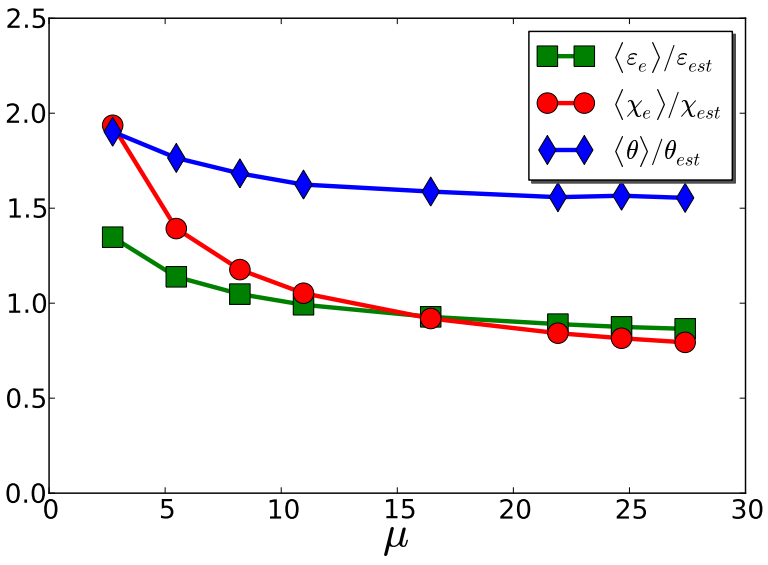


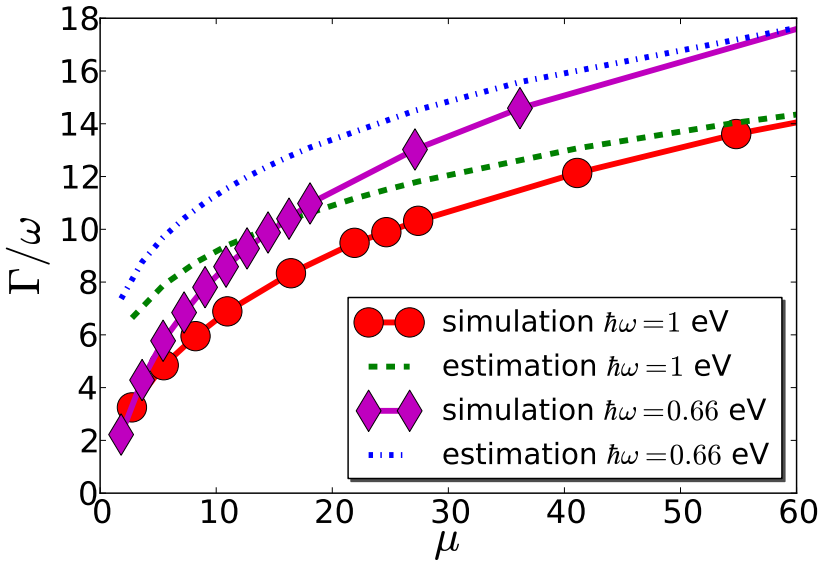




Elkina et al., Phys. Rev. ST Accel. Beams 14, 054401 (2011)

Моделирование -II: сравнение скейлингов

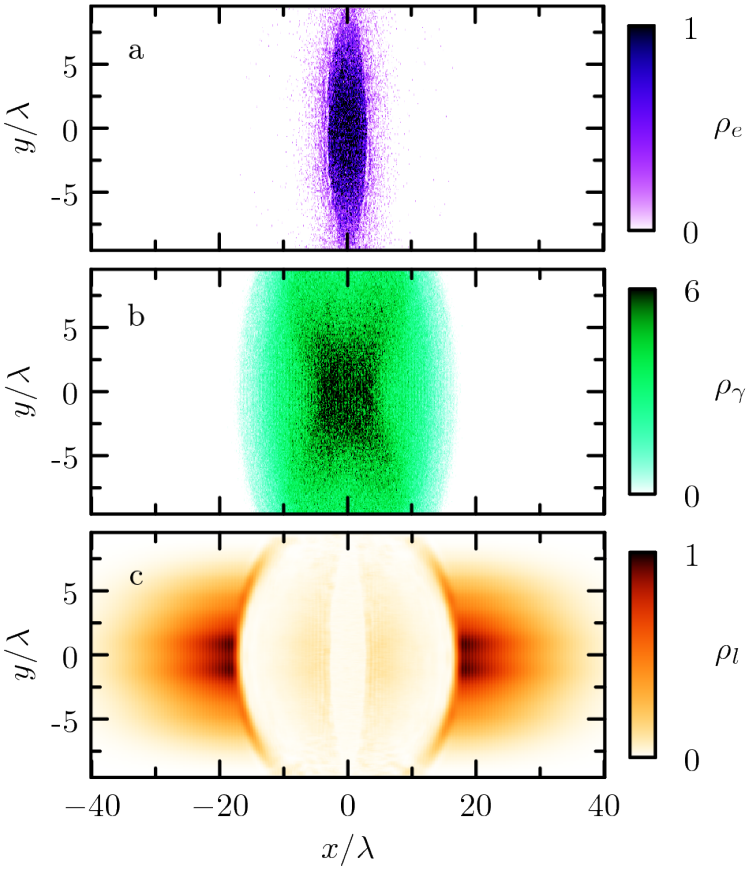


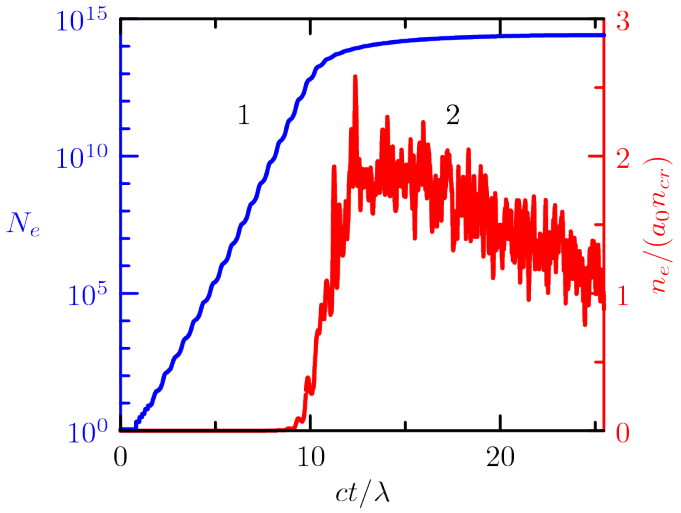


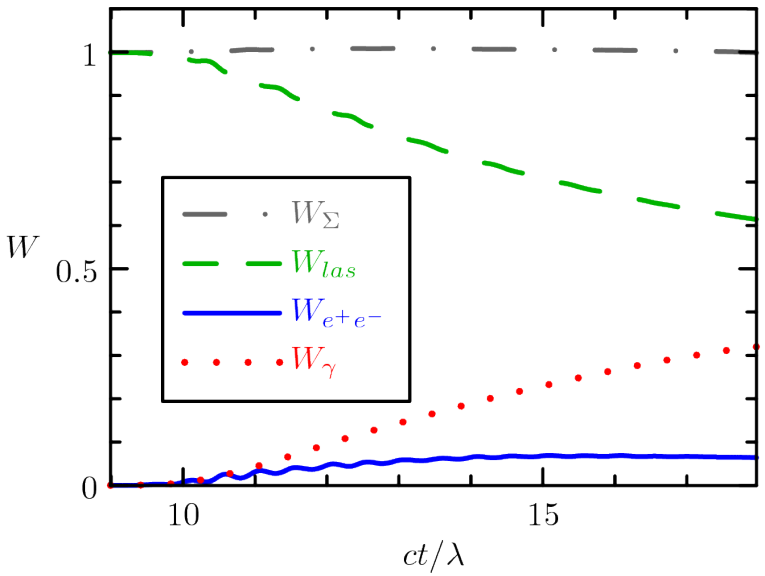
Elkina et al., Phys. Rev. ST Accel. Beams 14, 054401 (2011)

2D моделирование сталкивающихся фокусированных импульсов с учетом обратной реакции

$I_L = 3 \times 10^{24}\mathrm{W/cm}^2$, $\lambda_L = 0.8\mu\mathrm{m}$,
$R_f = 5\mu\mathrm{m}$, $\tau = 100\mathrm{fs}$







Nerush et al., Phys. Rev. Lett. 106, 035001 (2011)

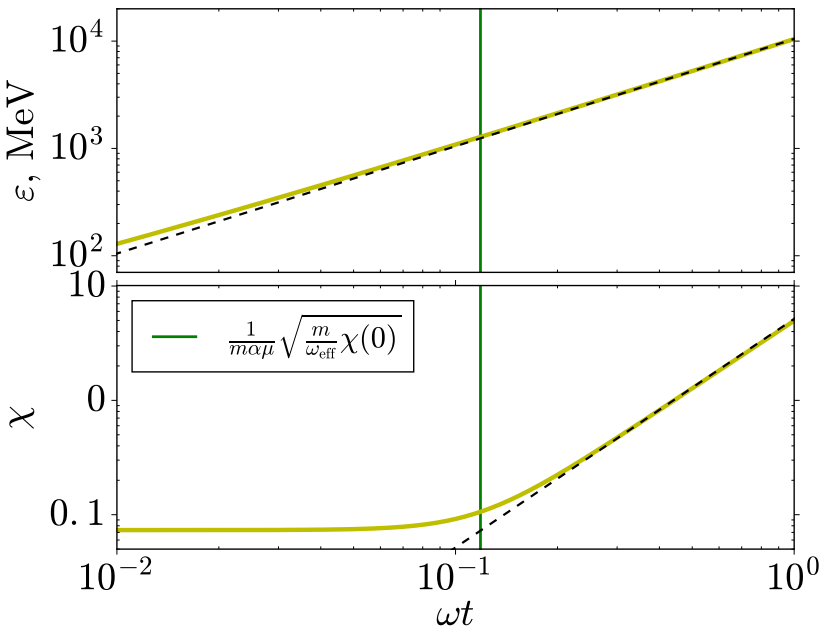
Обобщение критерия на общий случай

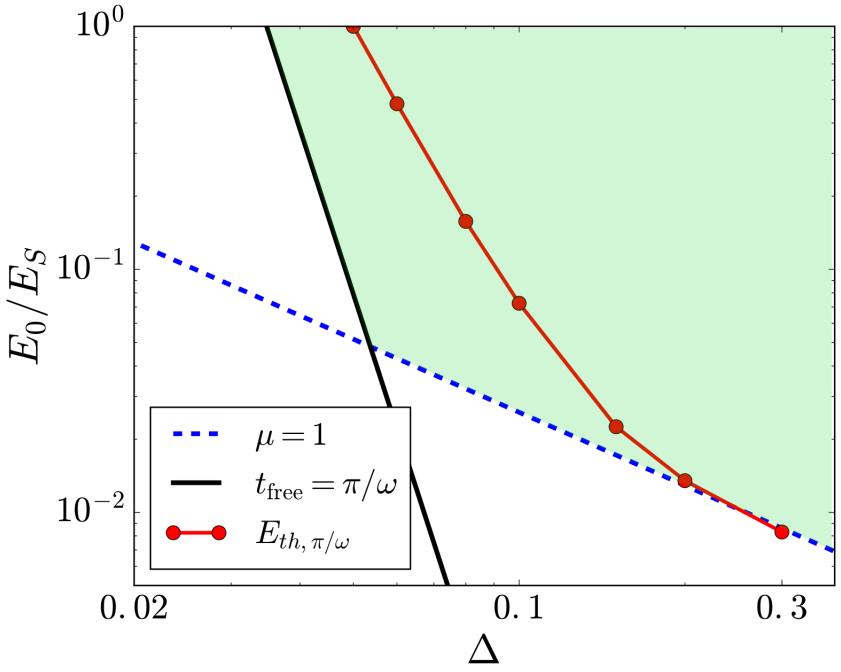
- Ускорение в общем случае:

$$\boxed{\chi(t) \approx \frac{e^2\epsilon^2}{m^3}\sqrt{x^\mu F_{\mu\nu,\sigma}x^\sigma \left(\frac{1}{4\epsilon^2 - F^2}\right)^\nu{}_\lambda F^\lambda{}_{\varkappa,\rho}x^\rho x^\varkappa}},$$

$$\boxed{\varepsilon(t) \approx e\epsilon t}, \quad F^\mu{}_\nu x^\nu(t) = \epsilon x^\mu(t), \quad x^0(t) = t.$$

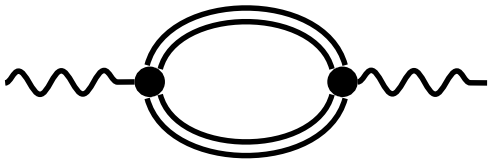
- Моделирование в одиночном фокусированном импульсе





Радиационные поправки и непертурбативный режим

Однопетлевые поправки в ПСП

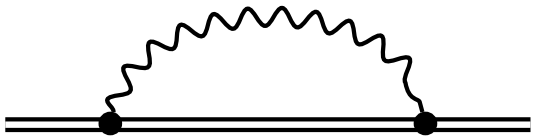


$$\mathscr{P}_{\mu\nu}(x,x') = e^2 \mathrm{Tr}\,[\gamma_\mu\, S^e(x,x')\,\gamma_\nu\, S^e(x',x)]$$

Масса фотона $m_\gamma^2 = \mathscr{P}^{(ren)}\left(k^2 = 0, \chi_\gamma = \frac{e}{m^3}\sqrt{-(F_{\mu\nu}k^\nu)^2}\right)$:

$$\boxed{m^2_{\gamma\,\parallel,\perp}(\chi) \simeq \frac{5\mp 1}{28\pi^2} 3^{7/6}\,\Gamma^4\left(\frac{2}{3}\right)(1-i\sqrt{3})\alpha m^2 \chi^{2/3}, \quad \chi \gg 1}$$

N.B. Narozhnyi, JETP **28**, 371 (1969); V.I. Ritus, JETP **30**, 1181 (1970).



$$\mathscr{M}(x,x') = e^2 \gamma^\mu\, S^e(x,x')\,\gamma^\nu\, D_{\mu\nu}(x-x')$$

Изменение массы электрона:
$\Delta m = \mathscr{M}^{(ren)}\left(p^2 = m^2, \chi = \frac{e}{m^3}\sqrt{-(F_{\mu\nu}p^\nu)^2}\right)$:

$$\boxed{\langle \Delta m_e(\chi)\rangle \simeq \frac{7}{27} 3^{1/6}\,\Gamma\left(\frac{2}{3}\right)(1-i\sqrt{3})\alpha m \chi^{2/3}, \quad \chi \gg 1}$$

V.I. Ritus, JETP **30**, 1181 (1970); Ann. Phys. **69**, 555 (1972).

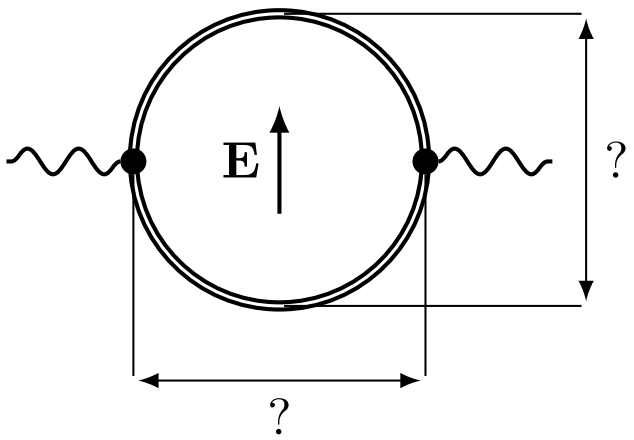
Следствие: нарушение теории возмущений при $\alpha\chi^{2/3} \gtrsim 1$

- Видно что при $\alpha\chi^{2/3} \simeq 1$ (явно: при $\chi \gtrsim 1600$):

$$m_\gamma^2 \simeq \alpha m^2 \chi^{2/3} \simeq m^2, \quad \Delta m_e \simeq \alpha m \chi^{2/3} \simeq m$$

– радиационные поправки перестают быть малыми (одновременно в собственной системе отсчета время свободного пробега сравнивается с комптоновским!) $\Longrightarrow$ **нарушается применимость теории возмущений** (Нарожный&Ритус, ≈1970)!

Оценка размеров вакуумной петли



- Недостаток энергии: $\Delta\varepsilon \simeq \frac{e^2E^2t^2}{k}$
- Принцип неопределенности $\Delta\varepsilon \cdot t \simeq 1$:

$$\Longrightarrow \quad \boxed{t_{loop} \simeq \left(\frac{k}{e^2E^2}\right)^{1/3} \simeq \frac{k}{m^2\chi^{2/3}}}$$

- Характерные поперечный импульс и размер петли:

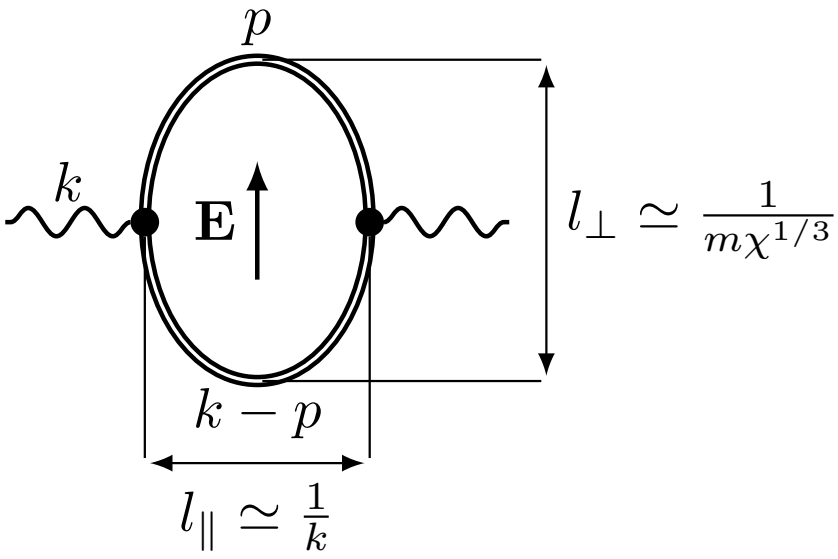
$$p_\perp \simeq eEt_{loop} \simeq m\chi^{1/3}, \quad \Longrightarrow \quad \boxed{l_\perp \simeq \frac{1}{p_\perp} \simeq \frac{1}{m\chi^{1/3}}}$$

- Оценка продольной протяженности:

$$\gamma \simeq \gamma_\parallel \cdot \gamma_\perp \simeq \frac{k}{m}, \quad \gamma_\perp \simeq \frac{p_\perp}{m} \simeq \chi^{1/3} \quad \Longrightarrow \quad \gamma_\parallel \simeq \frac{\gamma}{\gamma_\perp} \simeq \frac{k}{m\chi^{1/3}}$$

$$1 - v_{e^\pm} \simeq \frac{1}{2\gamma_\parallel^2} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{l_\parallel \simeq |v_{e^+} - v_{e^-}| \cdot t_{loop} \simeq \frac{t_{loop}}{\gamma_\parallel^2} \simeq \frac{1}{k} \ll l_\perp}$$

Наглядное объяснение



- Зная размеры петли, можно оценить ее объем:

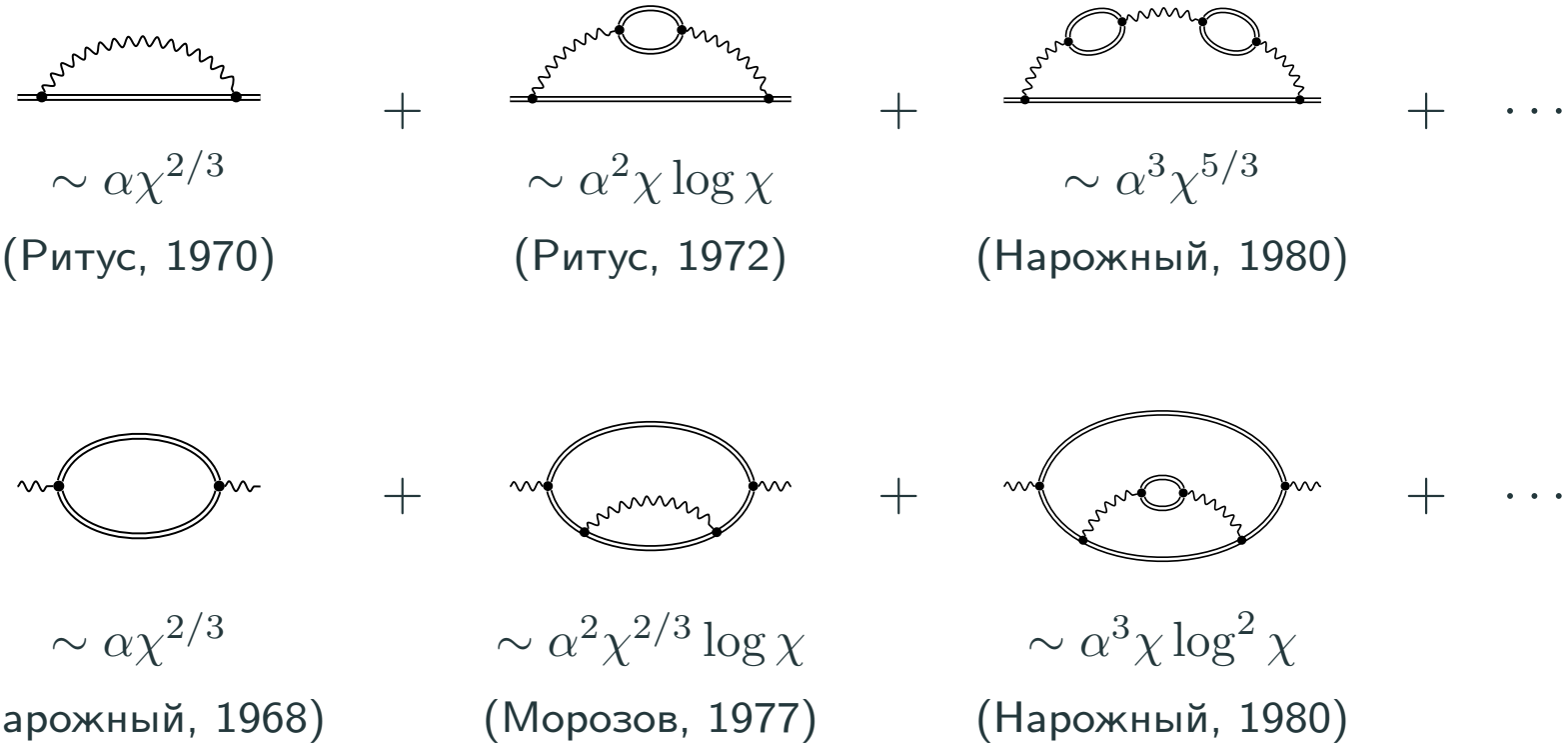
$$V_{loop} \simeq \pi l_\perp^2 l_\parallel$$
$$\simeq \frac{1}{m\chi^{1/3}} \times \frac{1}{m\chi^{1/3}} \times \frac{1}{k} \simeq \frac{1}{km^2\chi^{2/3}}$$

- ...и затем массу фотона как “плазменную частоту релятивистской плазмы виртуальных пар”:

$$\boxed{m_\gamma^2 \simeq \omega_p^2 \equiv \frac{8\pi e^2}{m\gamma} n_{e^+e^-} \simeq \frac{\alpha}{k}\frac{1}{V_{loop}} \simeq \alpha m^2 \chi^{2/3}}$$

Результаты прямых расчетов

- Некоторые вычисленные/оцененные диаграммы высших (вплоть до 3-петлевого) порядков:



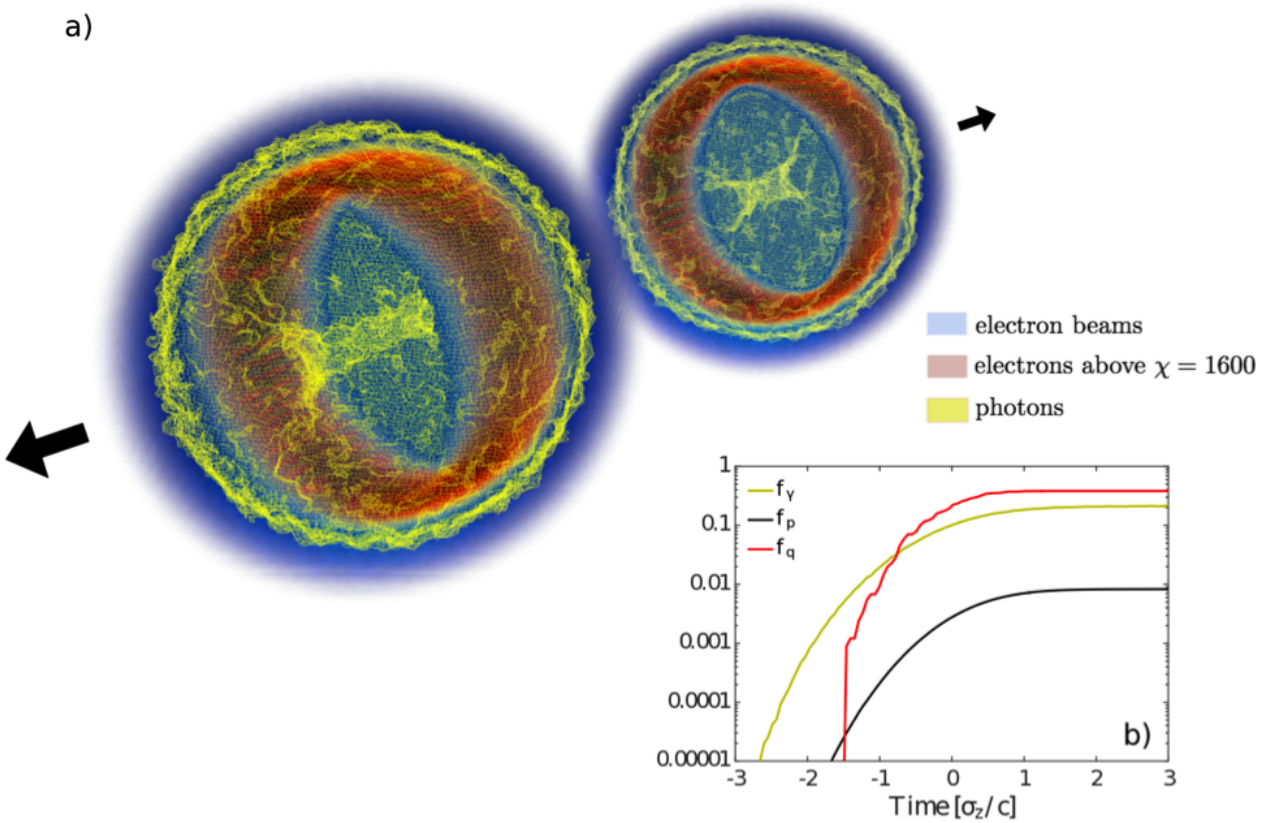
[см. обзор A.M.F., J. Phys.: Conf. Ser. 826, 012027 (2017)]

- Результаты согласуются с гипотезой Ритуса-Нарожного о том что параметром разложения теории возмущений служит $\alpha\chi^{2/3}$.

Proposal for upgrade of FACET-II facility (SLAC)

Parameter	Symbol [Unit]	FACET-II (e-)	HFQED Collider [small-z]	ILC (TDR)	CLIC (CDR)
Machine Length	L [km]	1	5	31	48
Beam Energy	E [GeV]	10.0	125	250	1500
Bunch Charge	Q [nC]	1.2	0.14	3.2	0.6
Peak Current	I_{pk} [kA]	300	1700	1.3	12.1
rms Bunch Length	σ_z [μm]	0.4	0.01	300	44
rms Energy Spread	δ_E/E [%]	0.85	0.1	0.12	0.34
rms Bunch Width, Height	$\sigma^*_{x,y}$ [μm]	3, 2	0.01,0.01	0.47, 0.006	0.045, 0.001
Pulse rate $\times$ #bunches/pulse	f_{rep} [Hz] $\times N_{bunch}$	30$\times$1	100$\times$1	5$\times$1312	50$\times$312
Beamstrahlung Parameter	Υ	0.1	2325	0.15	12
Disruption Parameter	D_y	-	0.001	24.4	6.8
Beam Power	P [MW]	0.0004	0.00175	5.2	14.0
Luminosity	$\mathscr{L}$ [cm^{-2}s^{-1}]	-	6.1E30	1.8E34	5.9E34

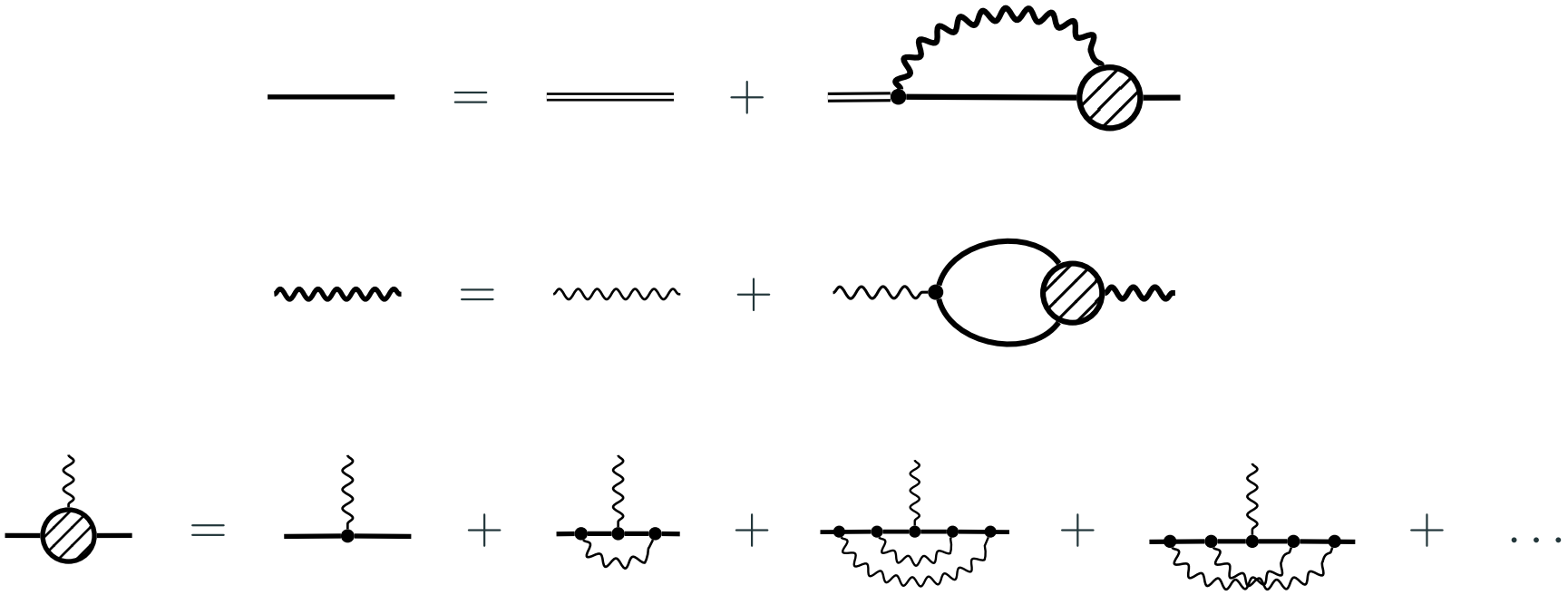
Simulation of bunch-bunch collision (courtesy of V. Yakimenko)



3D PIC simulation of the collision of two 125 GeV electron beams with the parameters of the HFQED Collider (small-z) in Table 1. a) Beams after collision. The blue volume rendering shows the electrons with $\alpha\chi^{2/3} < 1$, the gamma ray generated during the interaction are displayed with a yellow iso-surface ($0.065n_0$), and the electrons that experienced $\alpha\chi^{2/3} > 1$ are shows in a red volume rendering. b) Time evolution of the fraction f_q (red) of primary electrons that experienced $\alpha\chi^{2/3} > 1$, the number of emitted photons per primary electron f_γ (yellow), and the number of secondary pairs per primary electron f_p (black).

Теоретические вызовы

- Непертурбативные расчеты



- Новые эффекты?

Вопросы?