



ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

# АЗБУКА МОРСКОГО ВОЛНЕНИЯ

Сергей Ильич Бадулин

Институт океанологии П.П. Ширшова РАН  
Лаборатория нелинейных волновых процессов

27 февраля 2018, Москва



# Благодарности

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

Академик В.Е. Захаров, А.Н. Пушкарев (ФИАН), В.В. Геогджаев (ИОРАН), В.Г. Григорьева, А.В. Бабанин (Melbourne University), G. Caulliez (MIO, Marseille), P. Hwang (NRL, Washington), D. Resio (USA), E. Gagnaire-Renou (EDF-GDF, France), M. Benoit (IRPHE, France)

## Контакты

e-mail: badulin.si@ocean.ru;



# Содержание лекции

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

- 1 История прогноза ветрового волнения
- 2 Walter Heinrich Munk
- 3 Статистическая теория морского волнения
- 4 Автомодельность морского волнения
- 5 Азбука морского волнения
- 6 Автомодельность и автомодельность
- 7 Bibliography



# Grande y Felicísima Armada (1588)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography





# Grande y Felicísima Armada (1588)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

“The mission eventually failed due to early English attacks on the Armada, especially during the Battle of Gravelines, strategic errors by the Duke of Medina Sidonia, and **bad weather**”

## Battle of Gravelines

5 ships sunk or captured

Over 600 dead  
800 wounded  
397 captured

## Storms/Disease

51 ships wrecked  
10 ships scuttled

20,000 dead



# Admiral Francis Beaufort (1774-1857)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography



Sir Francis Beaufort  
(1774-1857)

## Formal definition

The Beaufort Scale is an empirical measure for describing wind speed based mainly on observed sea conditions.

Its full name is  
*the Beaufort Wind Force Scale*.



# Evolution of the Beaufort scale

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

- 1806 – commander Beaufort adopted the scale to unify reports of his officers (13 degrees).  
*Man-of-war as a sea state probe;*
- 1829–1855 – British Admiralty Hydrographer of the Navy, introduce the scale for the Navy;
- 1838 – the scale was introduced for use by British fleet and proposed for international use;
- 1846 – International Meteorological Committee extends the scale to 17 values by ranges of the wind speed at height of 10 meters above the surface.

Beaufort Wind Force Scale  
was transformed into  
Beaufort Wind Speed Scale



# 14th November, 1854: the Great Storm. The Crimean War 1853-1855

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельности

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ностях

Bibliography



## Anti-Russian coalition

1500 men lost,  
Goods and ammunition for  
60 000 000 francs

## Russian fleet in Sebastopol

No accidents

Near Balaklava harbour

53 ships of the anti-Russian  
coalition sunk (including  
25 transports)

Near Eupatoria wrecked: French  
100-canon and 90-canon  
Turkish battleships,  
3 steam ships





# Catastrophe of 14th November, 1854. Lost steam ships

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

- ① “Prince” — wrecked and sunk, 1 officer, 6 men survived
- ② “Resolute” — sunk, 1 officer, 8 men survived
- ③ “Rip Van Winkle” — sunk, no survived
- ④ “Kenilworth” — absolutely broken, 3 men survived
- ⑤ “Wild Wave” — sunk, 1 ship boy survived
- ⑥ “Progress” — sunk, 2 men survived
- ⑦ “Peltoma” — sunk, the only captain survived
- ⑧ “Maltese” — sunk, no survived
- ⑨ “Wanderer” — sunk, no survived



# Catastrophe of 14th November, 1854. Lost sail ships

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

- ① “*Vesuvius*” – dismasted, numerous damages, hull is heavily broken
- ② “*Retribution*” – lost rudder, lost cargo, serious damages and killed men
- ③ “*Melbourn*” – dismasted, avoided wreck by a happy chance
- ④ “*Mercia*” – destroyed absolutely
- ⑤ “*Lady Valiant*” – destroyed absolutely
- ⑥ “*Caduccus*” – destroyed absolutely
- ⑦ “*Pride of the Ocean*” – destroyed absolutely
- ⑧ “*Medora*” – destroyed absolutely
- ⑨ “*Sir Robert Sale*” – destroyed absolutely



# Urbain Jean Joseph Le Verrier (11 March 1811 – 23 September 1877)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельности

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ностях

Bibliography



“the man who discovered a  
planet with the point of his  
pen”

or

the man who organized a  
regular network of  
meteostations in France  
(1855)?



# Robert FitzRoy (1805-1865) and weather forecast

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельности

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography



- 1828-1830 – Captain of HMS Beagle
- 1831-1836 – HMS Beagle's second voyage
- 1841-1843 – MP
- 1843-1845 – Governor of New Zealand
- 1851 – elected to the Royal Society
- 1854 – Meteorological Statist to the Board of Trade

«еще нет научных оснований для ежедневных  
предсказаний» – решение парламентской комиссии



# Walter Heinrich Munk, born 1917, 19 October, Vienna, Austria-Hungary

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography



Иностранный член РАН (1994)



## II Мировая война

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

Высадка в Северной Африке 8 ноября 1942 (*Torch*)

В трех районах высажено 73 500

Сицилийская операция 10 июля 1943 (*Husky*)

За время операции (10 июля – 25 августа) высажено 470  
тыс.

Overlord (*Neptune*), 6 июня 1944

6 июня – 156 000 сухопутные войска, 11 590 самолетов, 6  
939 судов, 195 700 моряков

До конца июля 1944 на материк было переправлено еще 1.5  
млн. человек



# Морское волнение и концепция значимой высоты волнения Свердрупа и Манка

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

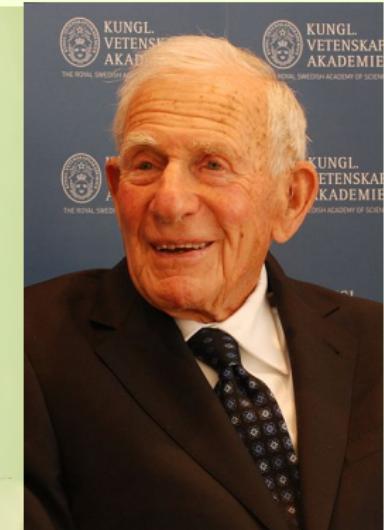
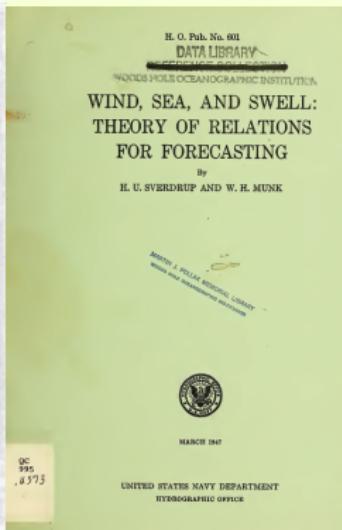
Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

The concept of 'significant waves' is essential for purpose of forecasting



Harald Ulrik Sverdrup  
(1888-1957)



Walter Munk  
(1917, Austria-Hungary)



# Спектральное описание ветрового волнения

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

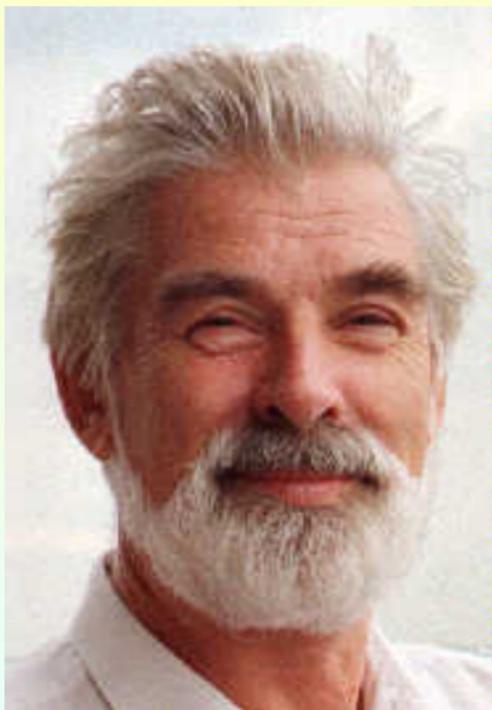
Bibliography

Работа, которую мало кто читал, но очень многие цитируют

Gelci, R., Cazalé, H. & Vassal, J. 1957 Prévision de la houle. La méthode des densités spectroangulaires. Bulletin d'information du Comité d'Océanographie et d'Etude des Côtes, (9), 416-435.



# Klauss Hasselmann



J.Fluid Mech. 1962

[ABC of wind  
wave growth](#)

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography



# Прогноз ветрового волнения.

## Кинетическое уравнение (Nordheim 1928)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

Describe the wind-wave spectrum as an ensemble of waves with random phases – quasi-particles:

kinetic equation, Boltzmann equation, Hasselmann equation

$$\frac{\partial N_{\mathbf{k}}}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} \nabla_{\mathbf{r}} N_{\mathbf{k}} = S_{nl}[N_{\mathbf{k}}] + S_{in}[N_{\mathbf{k}}] + S_{diss}[N_{\mathbf{k}}] \quad (1)$$

$N(\mathbf{k}) = E(\mathbf{k})/\omega(\mathbf{k})$  – distribution density of the quasi-particles  
– wave action,  $\mathbf{k}$  – an analogue of momentum of classic particle, frequency  $\omega_{\mathbf{k}}$  satisfies linear dispersion equation

$$\omega^2(\mathbf{k}) = g|\mathbf{k}| \tanh(|\mathbf{k}|d) \quad (2)$$

with  $d$  – the water depth.



# Волны на воде

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

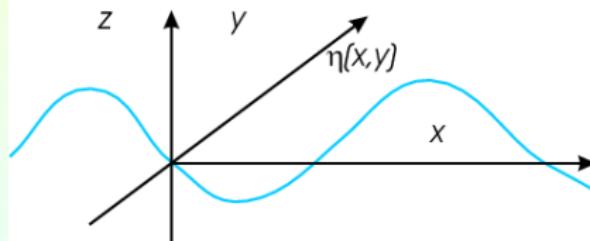
Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

Analytical theory of wind-driven seas is based on existence of a small parameter

$$\varepsilon = \frac{\rho_{\text{water}}}{\rho_{\text{air}}} \simeq 1.23 \cdot 10^{-3}$$

As a result the average steepness  $\mu \ll 1$   $\mu = \langle (\nabla \eta)^2 \rangle^{1/2}$ ;  
 $\eta(\mathbf{r}, t)$  – surface shape  $\mathbf{r} = (x, y)$  – horizontal coordinates



$$\operatorname{div} \mathbf{V} = 0; \quad \mathbf{V} = \nabla \Phi; \quad \Delta \Phi = 0$$

Typically,  $0.01 < \mu < 0.1$



# Гамильтоново описание волн на воде Zakharov (1968, 1999), Захаров (1974)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

$$\mathbf{V} = \nabla\phi; \quad \Delta\phi = 0; \quad \eta = \eta(\mathbf{r}, t) \quad - \text{shape of surface}$$

$$\Psi = \phi|_{z=\eta(\mathbf{r}, t)}; \quad \frac{\partial\phi}{\partial z} \rightarrow 0, \quad z \rightarrow \infty$$

$$T = \frac{1}{2} \int_{\mathbf{r}} d\mathbf{r} \int_{\infty}^{\eta} (\nabla\phi)^2 dz = - \int G(s, s') \Psi(s) \Psi(s') ds ds'$$

$$U = \frac{1}{2} g \int_{\mathbf{r}} \eta^2 d\mathbf{r};$$

$G(s, s') = G(s', s)$  – the Green function, Dirichlet-Neuman

$$H = T + U$$

$$\frac{\partial\eta}{\partial t} = \frac{\delta H}{\delta\Psi}; \quad \frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\delta H}{\delta\eta}$$



# Уравнения Гамильтона в нормальных переменных

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

The Fourier transform

$$\eta(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int \eta(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) d\mathbf{k}; \quad \Psi(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int \Psi(\mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r}) d\mathbf{k}$$

Normal variables

$$\eta_{\mathbf{k}} = \left( \frac{\omega_{\mathbf{k}}}{2g} \right)^{1/2} (a_{\mathbf{k}} + a_{-\mathbf{k}}^*); \quad \Psi_{\mathbf{k}} = -i \left( \frac{g}{2\omega_{\mathbf{k}}} \right)^{1/2} (a_{\mathbf{k}} - a_{-\mathbf{k}}^*)$$

$$H = \int \omega_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}}^* d\mathbf{k} + H_{int}; \quad \omega_{\mathbf{k}} = \sqrt{g|\mathbf{k}|} \text{ -- dispersion law}$$

$$\frac{\partial a_{\mathbf{k}}}{\partial t} = -i \frac{\delta H}{\delta a_{\mathbf{k}}^*};$$

$$H = H_0 + H_1 + H_2 + \dots$$

$$\mu^2 \quad \mu^3 \quad \mu^4$$



# Избавление от 3-волновых взаимодействий – эффективный Гамильтониан

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

Canonical transformation of normal variables

$$a_{\mathbf{k}} \rightarrow b_{\mathbf{k}}$$

$$H \Rightarrow \int \omega_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^* + \frac{1}{2} \int T_{\mathbf{k}\mathbf{k}_1\mathbf{k}_2\mathbf{k}_3} b_{\mathbf{k}}^* b_{\mathbf{k}_1}^* b_{\mathbf{k}_2} b_{\mathbf{k}_3} \delta_{\mathbf{k}+\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_3} d\mathbf{k} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3$$

$$T(\varepsilon \mathbf{k}, \varepsilon \mathbf{k}_1, \varepsilon \mathbf{k}_2, \varepsilon \mathbf{k}_3) = \varepsilon^3 T(\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3)$$

NB.  $a_{\mathbf{k}}$  – синусоиды,  $b_{\mathbf{k}}$  – нет



# Четырехволновые взаимодействия волн на глубокой воде

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

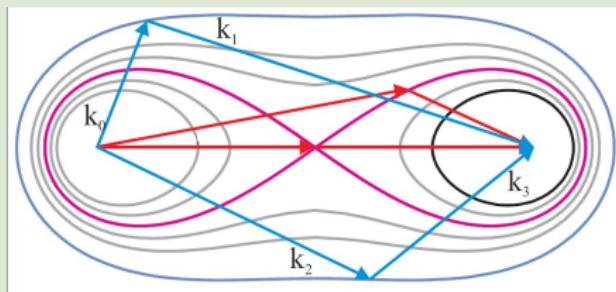
ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

## 4-wave resonances

$$\begin{cases} \omega_0 + \omega_1 = \omega_4 + \omega_3 \\ \mathbf{k}_0 + \mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_4 + \mathbf{k}_3 \end{cases}$$



Phillips' eight

$$\begin{cases} 2\omega_0 = \omega_4 + \omega_3 \\ 2\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_4 + \mathbf{k}_3 \end{cases}$$



# Резонансные взаимодействия Phillips (1957, 1958, 1985)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography



Owen Martin Phillips  
1930–2010



# Прогноз ветрового волнения.

## Кинетическое уравнение (Nordheim 1928)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

Describe the wind-wave spectrum as an ensemble of waves with random phases – quasi-particles:

kinetic equation, Boltzmann equation, Hasselmann equation

$$\frac{\partial N_{\mathbf{k}}}{\partial t} + \nabla_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}} \nabla_{\mathbf{r}} N_{\mathbf{k}} = S_{nl}[N_{\mathbf{k}}] + S_{in}[N_{\mathbf{k}}] + S_{diss}[N_{\mathbf{k}}] \quad (3)$$

$N(\mathbf{k}) = E(\mathbf{k})/\omega(\mathbf{k})$  – distribution density of the quasi-particles  
– wave action,  $\mathbf{k}$  – an analogue of momentum of classic particle, frequency  $\omega_{\mathbf{k}}$  satisfies linear dispersion equation

$$\omega^2(\mathbf{k}) = g|\mathbf{k}| \tanh(|\mathbf{k}|d) \quad (4)$$

with  $d$  – the water depth.



# Интеграл столкновений

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

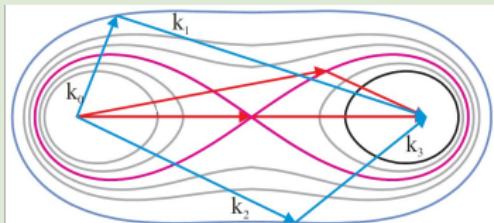
Bibliography

The collision integral  $S_{nl}$  is cubic in spectral density

$$S_{nl} [N_{\mathbf{k}}] = \int_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3} |T_{\mathbf{k}, \mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3}|^2 \{ N_2 N_3 (N + N_1) - N N_1 (N_2 + N_3) \} \\ \times \delta(\mathbf{k} + \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_3) \delta(\omega + \omega_1 - \omega_2 - \omega_3) d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3$$

## 4-wave resonances

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_0 + \omega_1 = \omega_4 + \omega_3 \\ \mathbf{k}_0 + \mathbf{k}_1 = \mathbf{k}_4 + \mathbf{k}_3 \end{array} \right.$$



## Properties of $S_{nl}$

- Symmetry

$$T_{0123} = T_{2301} = T_{1023} = \\ T_{0132}$$

- Homogeneity (deep water)

$$S_{nl} [\nu N(v\mathbf{k})] =$$

$$\nu^3 v^{19/2} S_{nl} [N(\mathbf{k})]$$

See Badulin et al. 2005



# Коэффициенты взаимодействия $T$ ( $g = 1$ )

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

$$\begin{aligned}\tilde{T}_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{k}_3 \mathbf{k}_4} = & -\frac{1}{4} \frac{1}{(k_1 k_2 k_3 k_4)^{1/4}} \left\{ \right. \\ & + \frac{1}{2} (k_{1+2}^2 - (\omega_1 + \omega_2)^4) [(\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 - k_1 k_2) + (\mathbf{k}_3 \mathbf{k}_4 - k_3 k_4)] \\ & - \frac{1}{2} (k_{1-3}^2 - (\omega_1 - \omega_3)^4) [(\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_3 + k_1 k_3) + (\mathbf{k}_2 \mathbf{k}_4 + k_2 k_4)] \\ & - \frac{1}{2} (k_{1-4}^2 - (\omega_1 - \omega_4)^4) [(\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_4 + k_1 k_4) + (\mathbf{k}_2 \mathbf{k}_3 + k_2 k_3)] \\ & + \left( \frac{4(\omega_1 + \omega_2)^2}{k_{1+2} - (\omega_1 + \omega_2)^2} - 1 \right) (\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 - k_1 k_2)(\mathbf{k}_3 \mathbf{k}_4 - k_3 k_4) \\ & + \left( \frac{4(\omega_1 - \omega_3)^2}{k_{1-3} - (\omega_1 - \omega_3)^2} - 1 \right) (\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_3 + k_1 k_3)(\mathbf{k}_2 \mathbf{k}_4 + k_2 k_4) \\ & \left. + \left( \frac{4(\omega_1 - \omega_4)^2}{k_{1-4} - (\omega_1 - \omega_4)^2} - 1 \right) (\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_4 + k_1 k_4)(\mathbf{k}_2 \mathbf{k}_3 + k_2 k_3) \right\}\end{aligned}$$



# Законы сохранения

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

## Conservative KE

$$\frac{\partial N(\mathbf{k}, t)}{\partial t} = S_{nl}$$

$$N = \int N(\mathbf{k}, t) d\mathbf{k}$$

$$E = \int \omega(\mathbf{k}) N(\mathbf{k}, t) d\mathbf{k}$$

$$M = \int \mathbf{k} N(\mathbf{k}, t) d\mathbf{k}$$

## Flux forms of KE

$$\frac{\partial N(\mathbf{k}, t)}{\partial t} = \mathbf{div}_{\mathbf{k}} \mathbf{Q}(\mathbf{k}, t)$$

$$\frac{\partial E(\omega, t)}{\partial t} = -\mathbf{div}_{\mathbf{k}} \mathbf{P}(\mathbf{k}, t)$$

$$\frac{\partial M(\omega, t)}{\partial t} = \mathbf{div}_{\mathbf{k}} \mathbf{K}(\mathbf{k}, t)$$

$\mathbf{Q}, \mathbf{P}, \mathbf{K}$  ( $2 \times 2$  tensor) – action,  
energy, momentum fluxes

NB.

$N$  – “true” integral of motion.  $E, M$  are conserved formally only due to divergence of the corresponding integrals.



# Rayleigh-Jeans spectrum

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

The kinetic equation (3) has stationary solutions that satisfy

$$S_{nl} = 0 \quad (5)$$

One of these solutions

$$N_0 N_1 N_2 + N_0 N_1 N_3 - N_0 N_2 N_3 - N_1 N_2 N_3 = 0$$

keeps balance at every point of resonant surface (26). This balance does not depend on interaction kernels and

$$N(\mathbf{k}) = \frac{T}{\omega_k + \mu} \quad (6)$$

where temperature  $T$  and  $\mu$  are arbitrary parameters. This Rayleigh-Jeans solution appears in a great number of physical problems. However, this solution is completely irrelevant to the problems of wind-driven sea because the corresponding energy spectrum does not decay at  $|\mathbf{k}| \rightarrow \infty$ .



# Потоковые (Колмогорова-Захарова) решения Абсолютно правильные (!) и бесполезные (?)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

## Isotropic solutions

$P = \text{const}$  – direct cascade

Zakharov, Filonenko 1966

$$E(\omega, \theta) = C_p g^{4/3} P^{1/3} \omega^{-4}$$

$Q = \text{const}$  – inverse cascade

Zakharov, Zaslavskii 1983

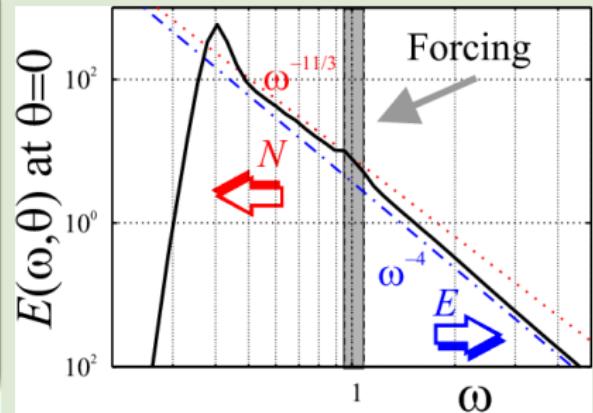
$$E(\omega, \theta) = C_q g^{4/3} Q^{1/3} \omega^{-11/3}$$

## Anisotropic solution

Katz, Kontorovich 1974

$$E(\omega, \theta) = 2g^{4/3} P^{1/3} \omega^{-4} (C_p + C_m g K \cos \theta / (\omega P) + \dots)$$

## Numerical simulation



KZ solutions are extremely  
robust !!!



# Ветровая накачка – черенковское излучение

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

## Quasi-linear wave input

$$S_{in} = \beta(\mathbf{k}, N_{\mathbf{k}}) N_{\mathbf{k}}$$

where growth rate  $\beta(\mathbf{k})$

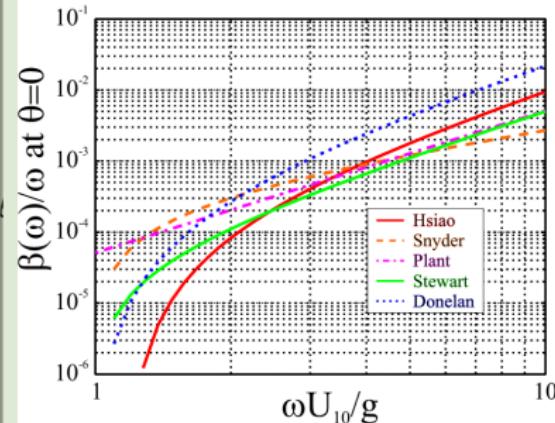
$$\beta(\mathbf{k}) = \varrho \omega(\mathbf{k}) (\varsigma - 1)^n \text{ at } \varsigma > 1;$$

The Cherenkov-like factor

$$\varsigma = s \frac{U_h}{C_{ph}} \cos \theta$$

$s = O(1)$ ,  $\theta$  is wave-to-wind direction. Generally,  $n = 1, 2$ .

## What growth rate is correct?



Collection of the growth rate parameterizations used in wave modeling



# White-capping dissipation (Hasselmann 1974)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

Wave dissipation is the most poorly understood term in KE

$$S_{diss}(\mathbf{k}) = -\frac{C_{diss}}{g^p} \bar{\omega}^{2p+1} E^{p/2} \left[ \delta \left( \frac{\omega}{\bar{\omega}} \right)^2 + (1-\delta) \left( \frac{\omega}{\bar{\omega}} \right)^4 \right] N(\mathbf{k}) \quad (7)$$

where mean frequency  $\bar{\omega}$

$$\bar{\omega} = E \times \left( \int_0^{+\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \omega^{-1} E(\mathbf{k}) d\omega d\theta \right)^{-1},$$

$C_{diss} = 4.5$ ,  $\delta = 0.5$ ,  $p = 4$  are default values in the WAM-4.

Recent studies Korotkevich et al. (2007, 2008) rely on threshold-like dependence of the dissipation on wave steepness

$$\mu = \bar{\omega} \sqrt{E}/g, \text{ with } p > 10.$$



# Кто все-таки главный?

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography



Прежде, чем объединиться, нам надо  
решительно размежеваться

“Искра”, 1900



Gentlemen we must all hang together or  
we shall most assuredly all hang separately

In the Continental Congress just before signing  
the Declaration of Independence, 1776.



# Нелинейная накачка и затухание

## Захаров, Бадулин 2011, ДАН

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

$S_{nl}$  can be casted into nonlinear damping  $\Gamma_k N_k$  and pumping  $F_k$

$$S_{nl} = F_k - \Gamma_k N_k$$

where

$$F_k = \pi g^2 \int |T_{0123}|^2 N_1 N_2 N_3 \delta_{\mathbf{k}+\mathbf{k}_1-\mathbf{k}_2-\mathbf{k}_3} \delta_{\omega_k + \omega_1 - \omega_2 - \omega_3} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3$$

$$\Gamma_k = \pi g^2 \int |T_{0123}|^2 (N_1 N_2 + N_1 N_3 - N_2 N_3) \delta_{\Delta \mathbf{k}} \delta_{\Delta \omega} d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}_3$$

Strong relaxation due to four-wave interactions “by itself” in absence of any external forcing.

Short-long wave quadruplets give a major contribution into spectra relaxation. For decrement of nonlinear damping one has

$$\Gamma_k = 36\pi\omega (\omega/\omega_p)^3 \mu^4 \cos^2 \Theta$$

with small parameter  $\mu$  (wave steepness) and a huge enhancing factor:  $36\pi \approx 113.1$ .



# Нелинейная накачка и затухание

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

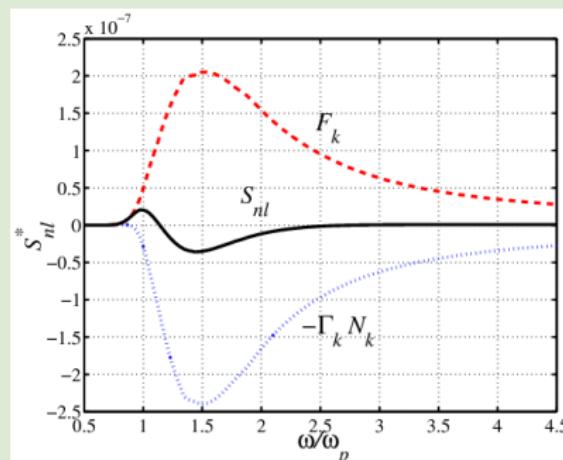
Автомодельность

ABC

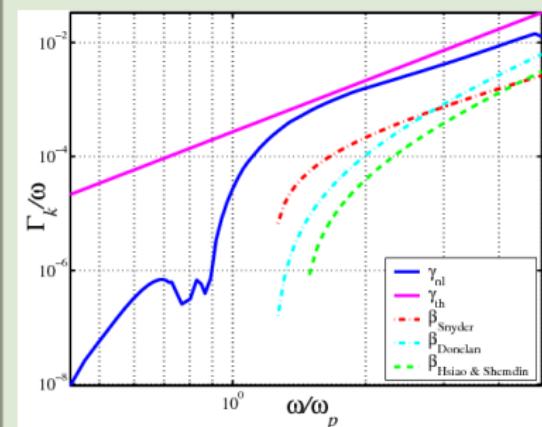
Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

## Decomposition of collision integral $S_{nl}$



## Nonlinear decrement vs wind pumping



NB.

Nonlinear relaxation is stronger than wind forcing !!?



# Split balance model (SBModel)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

An asymptotic model  $|S_{nl}| \gg |S_{in} + S_{diss}|$

The lowest order – conservative KE

$$\frac{dN_k}{dt} = S_{nl}$$

The closure (boundary) condition – integral balance

$$\frac{d\langle N_k \rangle}{dt} = \langle S_{in} + S_{diss} \rangle$$

Попробуем степенные зависимости

$$E_{tot} \sim t^{p_\tau}, \quad E_{tot} \sim x^{p_x}$$

$$\langle S_{in} + S_{diss} \rangle \sim t_\tau^r, \quad \langle S_{in} + S_{diss} \rangle \sim x_\tau^r$$



# Автомодельные решения и слаботурбулентные законы развития волнения

ABC of wind wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

## Second type (incomplete) self-similarity

Duration-limited growth solutions

$$E(\omega, \theta, \tau) = \tau^{p_\tau + 4q_\tau} \Phi((\omega/\omega_p)^{q_\tau} \tau, \theta); \quad \tau = t/t_0$$

or fetch-limited growth solutions

$$E(\omega, \theta, \chi) = \chi^{p_\chi + 4q_\chi} \Phi((\omega/\omega_p)^{q_\chi} \chi, \theta); \quad \chi = x/x_0$$

$E_{tot}$  and  $\langle S_{in} + S_{diss} \rangle$  are power-law functions of time (fetch).

'Magic' relations – св-ва однородности  $S_{nl}$

$$p_\tau = \frac{9q_\tau - 1}{2}; p_\chi = \frac{10q_\chi - 1}{2}$$

Замыкание SBModel – К3 связь энергия-поток

$$\frac{E\omega_p^4}{g^2} = \alpha_{ss} \left( \frac{\omega_p^3 \langle S_{in} + S_{diss} \rangle}{g^2} \right)^{1/3}; \quad \alpha_{ss} \sim p^{-1/3}$$



# Автомодельность в численных экспериментах

Pushkarev et al. 2004, Badulin et al, 2002, 2005, 2008

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодельности

Bibliography

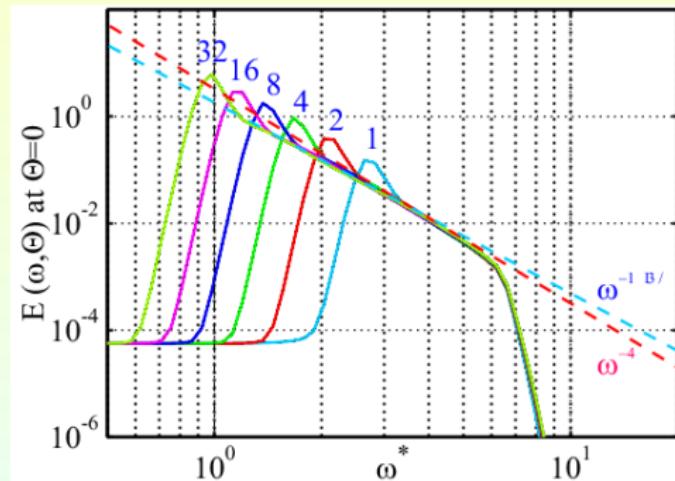


Рис. : Волновые спектры в случае пространственного роста.  
Накачка Hsiao & Shemdin, 1981,  $U_{10} = 10\text{m/s}$ , время в часах



# Есть ли универсальность?

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

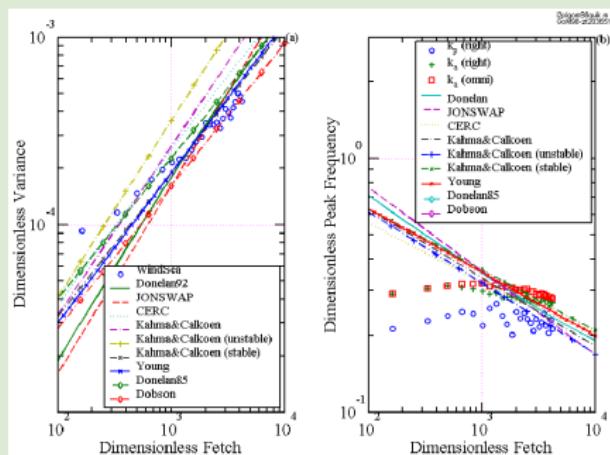
Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography



Range of coefficients

$$E = E_0 \chi^{p_\chi};$$

$$0.6 < p_\chi < 1.1;$$

$$0.68 < 10^7 E_0 < 18.6;$$

$$\omega = \omega_0 \chi^{-q_\chi}$$

$$0.23 < q_\chi < 0.33;$$

$$10.4 < \omega_0 < 22.6$$

Thanks to Paul Hwang

“PERHAPS IT IS TIME TO ABANDON THE IDEA THAT A UNIVERSAL POWER LAW FOR NON-DIMENSIONAL FETCH-LIMITED GROWTH RATE IS ANYTHING MORE THAN AN IDEALIZATION”.

M. Donelan et al., 1992



# Magic relations (27 experiments) Badulin et al. (2007), Zakharov (2018)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

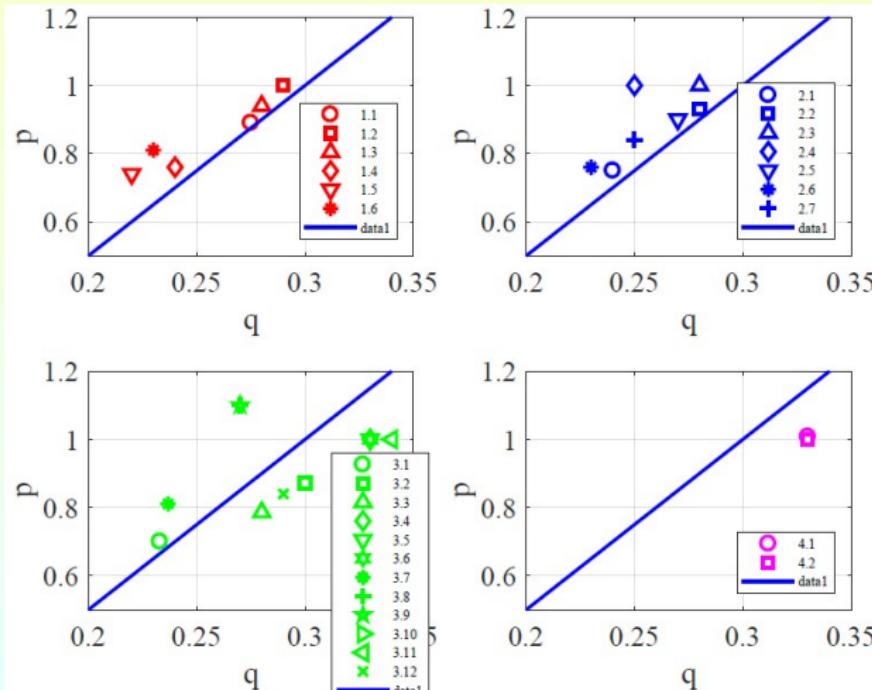
Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

$$p_\chi = (10q_\chi - 1)/2$$

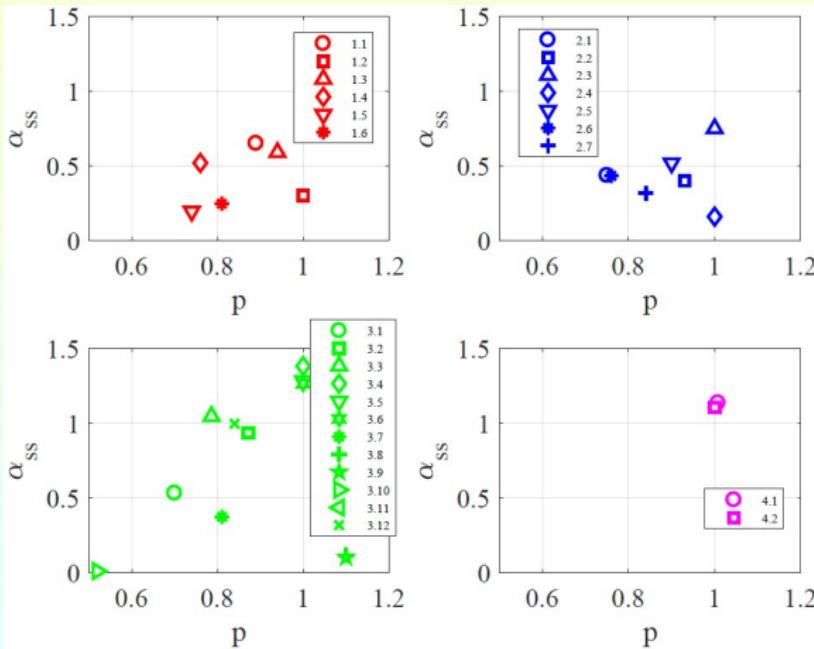




# Energy-to-flux relation (27 experiments)

1.2, 1.5, 1.6 – самолетные измерения

$$\frac{E\omega_p^4}{g^2} = \alpha_{ss} \left( \frac{\omega_p^3 \langle S_{in} + S_{diss} \rangle}{g^2} \right)^{1/3}$$



ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography



# К алфавиту !!! Gagnaire-Renou et al. (2011)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

$$H \sim T^z; \quad z = p/(2q)$$

Special cases of one-parametric dependencies  $H \sim T^z$

- $z = 5/3$  – Hasselmann, Ross, Müller, Sell 1976;
- $z = 3/2$  – Toba 1972;
- $z = 4/3$  – Zakharov & Zaslavskii 1983

“ALL ANIMALS ARE EQUAL BUT SOME ANIMALS ARE  
MORE EQUAL THAN OTHERS”



George Orwell, “Animal Farm”



# Case B. Constant energy flux – the Toba 3/2 law

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

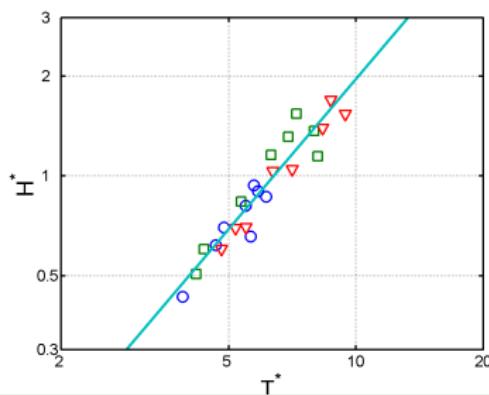
## Toba's theory (1972)

Stokes drift = wind stress

$$H_s = B(gu_*)^{1/2} T_s^{3/2} \quad (\text{Toba})$$

$B = 0.062$  – Toba's constant

## Wind-wave tunnel (Toba 1961)



## Wave turbulence

Within our approach Toba's law corresponds to constant energy flux !!!

$$\frac{dE}{dt} = \frac{E^3 \omega_p^9}{\alpha_{ss} g^4} = \text{const}$$

with (Toba)

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\pi^9 B^6 u_*^3}{8 \alpha_{ss}^3 g} = 0.16 \frac{\rho_a}{\rho_w} \frac{u_*^3}{\alpha_{ss}^3 g}.$$

Be careful!  
High powers of  $E$  and  
 $\omega_p$ !!!



# Cases A. Constant momentum flux – 5/3 law. Hasselmann et al. 1976

One-parametric dependence

$$\tilde{E} = C_0 \left( \frac{\tilde{\omega}_p}{2\pi} \right)^{-10/3}; \quad C_0 = 5.1 \times 10^{-6}$$

Energy is growing linearly with fetch ( $p_\chi = 1$ ,  $q_\chi = 3/10$ )

Momentum flux is constant in time

$$dM/dt = \text{const}$$

Energy-to-flux conversion gives immediately

$$\frac{dE}{dt} = 7.7 \times 10^{-3} \frac{\rho_a}{\rho_w} \frac{C_p u_*^2}{\alpha_{ss}^3 g}$$

Logically, momentum flux is related to turbulent wind stress

$$\tau_w = \langle u' w' \rangle$$

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography



# Case C. What we have and what we want

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

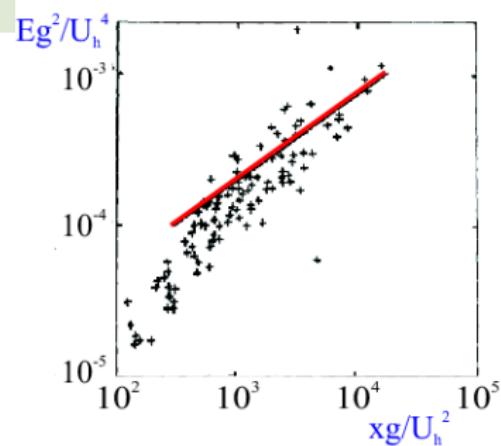
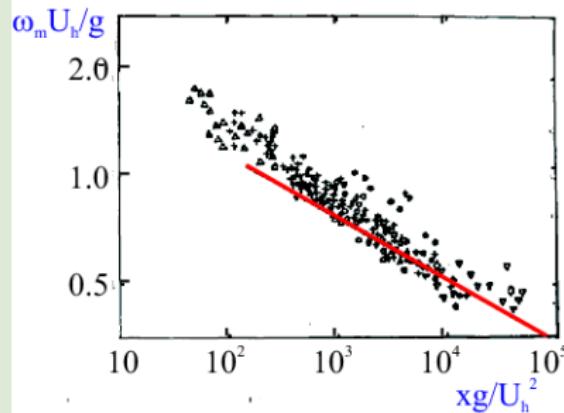
Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

Figures by Zakharov and Zaslavskii, 1983.  
Theory vs JONSWAP data





# Cases C. Constant momentum flux – 4/3 law. Zakharov & Zaslavskii 1983

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

## One-parametric dependence

$$\tilde{E} = 1.5 \times 10^{-3} \tilde{\omega}_p^{-8/3} \quad (8)$$

$p_\chi = 4/7$  and  $q_\chi = 3/14$  are close to minimal observed values

## Energy-to-flux conversion gives immediately

$$\frac{dE}{dt} = 1.6 \frac{\rho_a}{\rho_w} \frac{C_p^{-1} u_*^4}{\alpha_{ss}^3 g}$$

Wave action flux is constant in time

$$dN/dt = \text{const}$$

No ideas how to treat physics of  
this particular case



# ABC

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

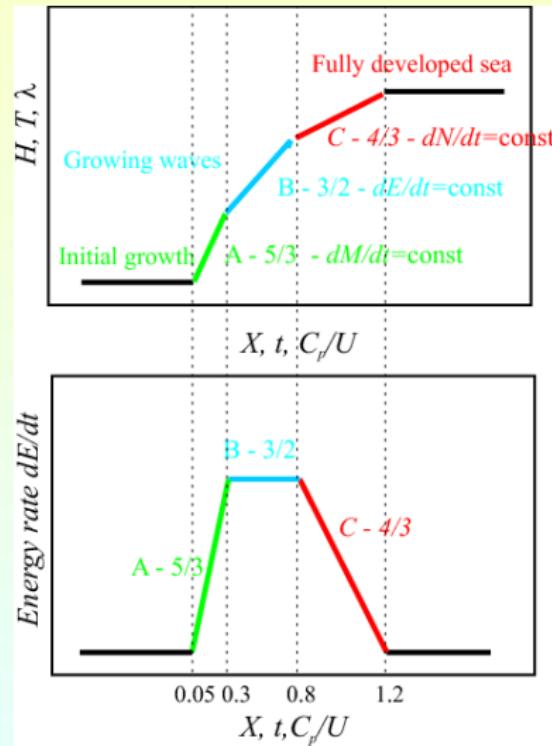
Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography





Еще одна буква D. Зыбь (swell)

$$p_\tau = -1/11, q_\tau = 1/11 \Rightarrow z = p_\tau/(2q_\tau) = -1/2$$

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

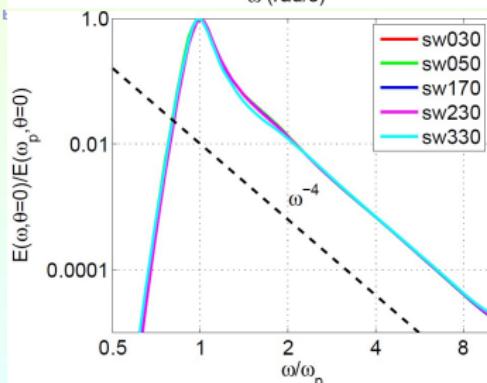
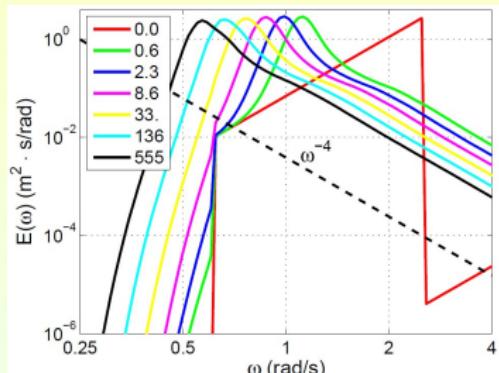
Теория

Автомодельность

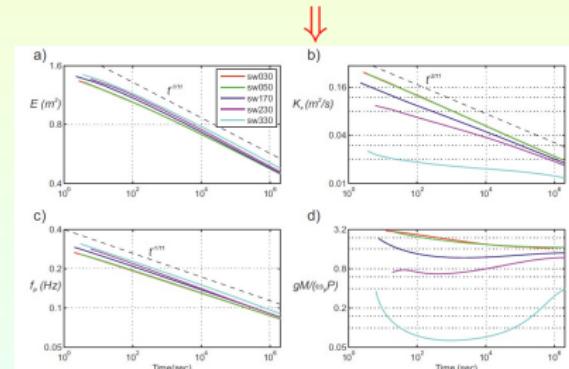
ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography



Total energy (a), momentum (b), peak frequency (d) tend to self-similar asymptotics. Anisotropy (e) tends to a limit (?)



← Solutions with different initial angular spreading collapse to a universal shape



Angular evolution: left – at spectral peak  $\omega_p$ ,  
right – integral over frequency range (WRT)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

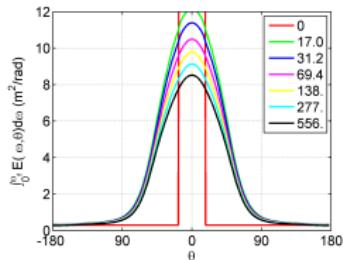
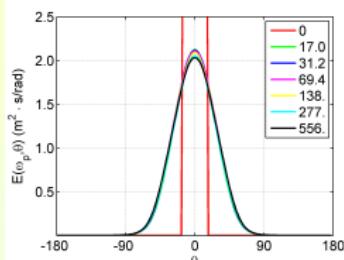
Теория

Автомодельнос

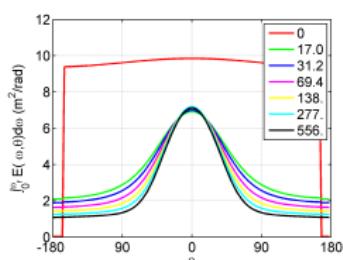
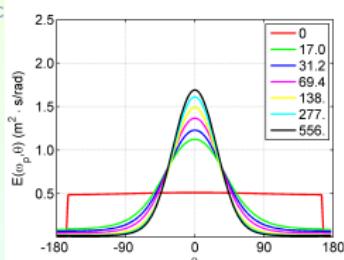
ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography



30° – (1) fast relaxation  
at peak frequency (1  
day),  
(2) a monotonic decay  
of the integral (right)



330° – (1) a long-term  
swell peak feeding by  
background,  
(2) a saturation of the  
integral

Badulin & Zakharov (2017)



# Самая трудная буква (Badulin & Grigorieva, 2012)

– Зыбь и ветровые волны **существуют**

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

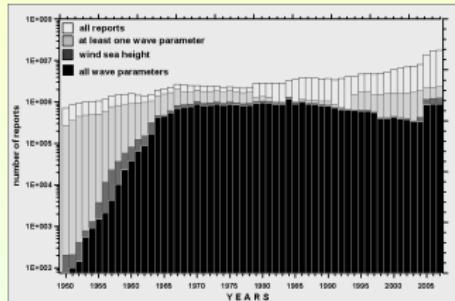
Автомодельность

ABC

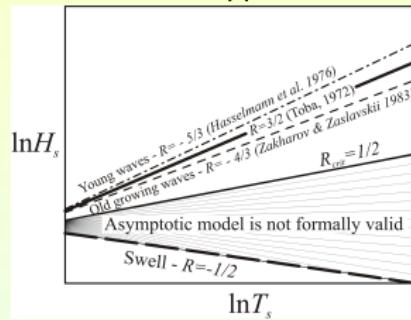
Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

## Данные

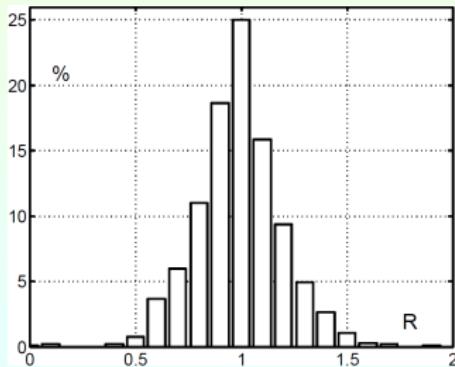


## Идея

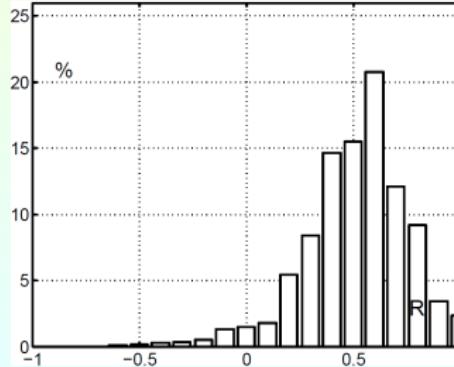


$$H \sim T^R$$

## Ветровые волны



## Зыбь





# Зачем нужна теория подобия для ветровых волн?

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

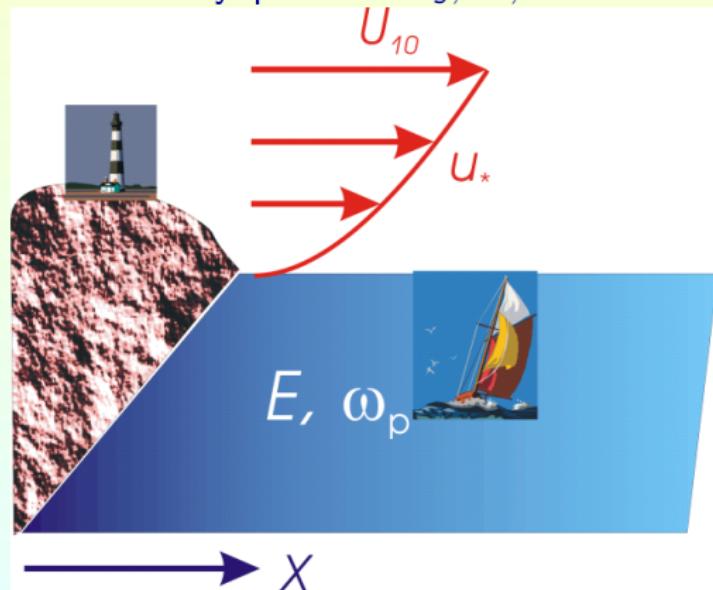
ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

По крайней мере 5 физических величин:

“внешние” параметры  $U_{wind}, g, x$  и  
“внутренние”  $H_s, T, \dots$



2 независимые размерности  $\Rightarrow$  3 безразмерных параметра



# Китайгородский С.А. 1962 Некоторые приложения теории подобия при анализе ветрового волнения как вероятностного процесса

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

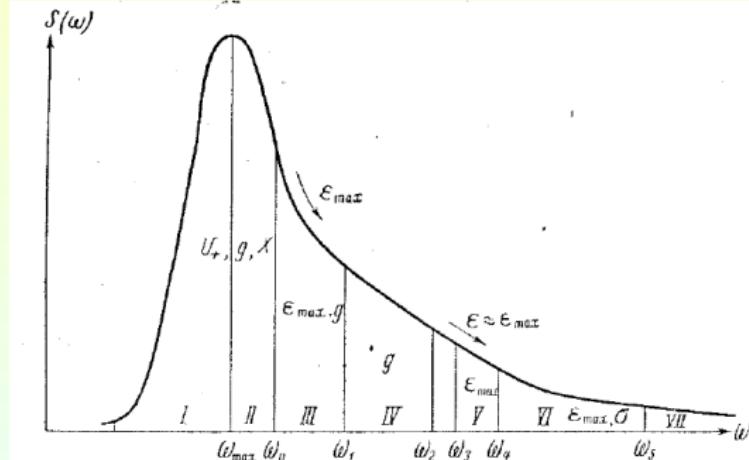
Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

## Самая непонятная работа по ветровому волнению



Фиг. 5 Схематический вид узкого спектра ветрового волнения:

I — линейный интервал, II — промежуточный интервал, III — интервал мелкомасштабной турбулентности, IV — интервал «равновесия» (опрокидывания гребней), V — интервал мелкомасштабной изотропной турбулентности, VI — капиллярно-турбулентный интервал, VII — интервал диссипации. В области каждого интервала на фиг. 5 указаны параметры (кроме  $\omega$ ), определяющие вид  $S(\omega)$  в данном интервале



# О безразмерных величинах в задаче

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

Можно следовать «ветроволновой традиции»

- $gT_p/(2\pi U_{10})$  – возраст волн;
- $gH_s/U_{10}^2$  – безразмерная высота;
- $gx/U_{10}^2$  – разгон (fetch)

а можно держаться за динамику волн

- $gT_p/(2\pi U_{10})$  – возраст волн;
- $\pi H_s/(2\lambda) = \pi^2 H_s/(gT_p^2)$  – крутизна;
- $x/\lambda$  – разгон в длинах волн



# Автомодельный закон роста ветровых волн Zakharov et al. (2015)

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

$$\mu^4 \nu = \alpha_0^3$$

$$\mu = ak_p = \frac{\omega_p^2 \sqrt{<\eta^2>}}{g} - \text{ крутизна}$$

$\nu$  – ЧИСЛО ВОЛН ( $\nu = \omega_p t$  or  $\nu = 2k_p x$ )

$\alpha_0$  – константа ( $\alpha_{0(d)} = 0.7$  or  $\alpha_{0(f)} = 0.62$ )

Рост волн – внутреннее дело самих волн!?



# Физический смысл нашего инварианта для семейства автомодельных решений

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

$$\mu^4 \nu = \alpha_0^3$$

- Волны ветровые – от ветра не зависит;
- Адиабатика – нет параметров адиабатичности

## Крутые долго не живут

$\mu = \frac{\omega_p^2 \sqrt{<\eta^2>}}{g}$  – крутизна;

$\nu = \omega_p t$  – время жизни в периодах

## Динамическая трактовка

$\nu \sim \tau_{nl}$  – время жизни пропорционально  
времени нелинейной релаксации

$\tau_{nl} \sim \omega^{-1} \mu^{-4}$  Захаров, Бадулин, 2011, ДАН



# Волновые буи Field Research Facility of the US Army Corps of Engineers

## ABC of wind wave growth

С.И.  
Бадулин

История

# Walter Heinrich Munk

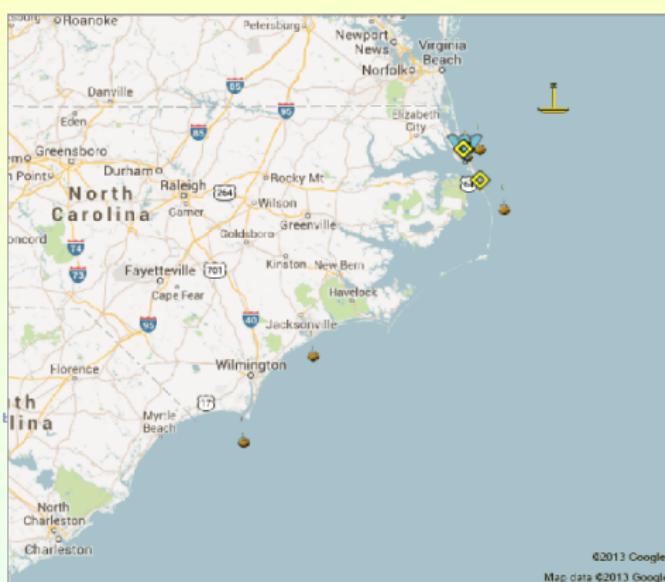
Теория

## Автомодельность

ABC

## Еще раз об автомодель- ности

## Bibliography



## 5 FRF wave riders

ID	Fetch	N
190	6.1 km	102
192	18.5 km	35
200	18.5 km	24
430	18.5 km	606
630	3.0 km	171

Отбор данных только по направлению волнения  
 $\pm 30^\circ$  относительно ветра с берега (exc. B200)  
|||



# Волновые буи Field Research Facility of the US Army Corps of Engineers

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

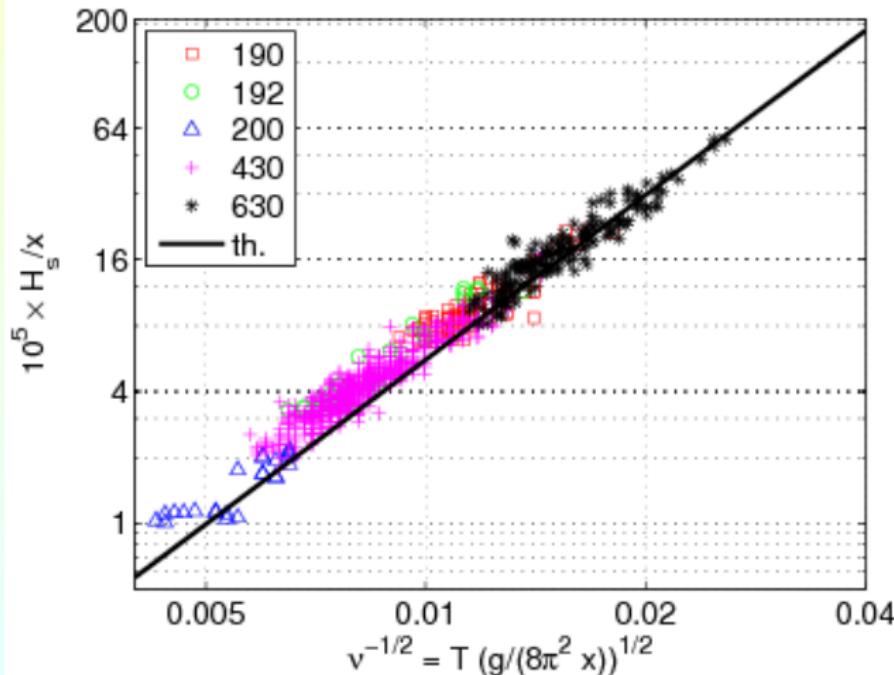
ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

Wind-free law of wind wave growth

$$\tilde{H} = 5.59 \tilde{T}^{5/2}$$





# Заключение

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

- Представлена аналитическая теория морского волнения, исходящая из гипотезы (факта) доминирования нелинейных взаимодействий над процессами накачки и диссипации;
- Сформулированы асимптотические законы развития волнения, не содержащие параметров ветрового воздействия



# Еще раз о важности четырехволновых взаимодействий для волн на воде

ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

«Бежит волна, волной волне  
хребет ломая»

О. Э. Мандельштам



ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

-  [https://scripps.ucsd.edu/symposiums/munk100/  
Waves Across the Pacific](https://scripps.ucsd.edu/symposiums/munk100/Waves%20Across%20the%20Pacific)  
<https://www.youtube.com/watch?v=MX5cKo0m6Pk>
-  ЗАХАРОВ, В. Е. 1974 Гамильтоновский формализм  
для волн в нелинейных средах с дисперсией.  
*Радиофизика XVII* (4), 531–453.
-  BADULIN, S. I., BABANIN, A. V., RESIO, D. &  
ZAKHAROV, V. 2007 Weakly turbulent laws of wind-wave  
growth. *J. Fluid Mech.* **591**, 339–378.
-  BADULIN, S. I., PUSHKAREV, A. N., RESIO, D. &  
ZAKHAROV, V. E. 2005 Self-similarity of wind-driven seas.  
*Nonl. Proc. Geophys.* **12**, 891–946.



ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

-  BADULIN, S. I. & ZAKHAROV, V. E. 2017 Ocean swell within the kinetic equation for water waves. *Nonl. Proc. Geophys.* **24**, 237–253.
-  GAGNAIRE-RENOU, E., BENOIT, M. & BADULIN, S. I. 2011 On weakly turbulent scaling of wind sea in simulations of fetch-limited growth. *J. Fluid Mech.* **669**, 178–213.
-  GELCI, R., CAZALÉ, H. & VASSAL, J. 1957 Prévision de la houle. La méthode des densités spectroangulaires. *Bulletin d'information du Comité d'Océanographie et d'Etude des Côtes* (9), 416–435.
-  GRIGORIEVA, V., BADULIN, S. & GULEV, S. 2012 Voluntary Observing Ship (VOS) data as an experimental background of wind-sea studies. *Geophysical Research Abstracts* **14** (2012), EGU2012–8542.



ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

- HASSELMANN, K. 1962 On the nonlinear energy transfer in a gravity wave spectrum. Part 1. General theory. *J. Fluid Mech.* **12**, 481–500.
- HASSELMANN, K. 1963a On the nonlinear energy transfer in a gravity wave spectrum. Evaluation of the energy flux and swell-sea interaction for a Neumann spectrum. P. 3. *J. Fluid Mech.* **15**, 385–398.
- HASSELMANN, K. 1963b On the nonlinear energy transfer in a gravity wave spectrum. Part 2 Conservation theorems; wave-particle analogy; irreversibility. *J. Fluid Mech.* **15**, 273–281.
- HASSELMANN, K. 1974 On the spectral dissipation of ocean waves due to white capping. *Boundary-Layer Meteorol.* **6**, 107–127.



ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

- HASSELMANN, K., ROSS, D. B., MÜLLER, P. & SELL, W. 1976 A parametric wave prediction model. *J. Phys. Oceanogr.* **6**, 200–228.
- KATS, A. V. & KONTOROVICH, V. M. 1971 Drift stationary solutions in the weak turbulence theory. *JETP Letters* **14**, 265–267.
- KATS, A. V. & KONTOROVICH, V. M. 1974 Anisotropic turbulent distributions for waves with a non-decay dispersion law. *Soviet Physics JETP* **38**, 102–107.
- KITAIGORODSKII, S. A. 1962 Applications of the theory of similarity to the analysis of wind-generated wave motion as a stochastic process. *Bull. Acad. Sci. USSR, Geophys. Ser., Engl. Transl.* **N1**, 105–117.



ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

- NORDHEIM, L. W. 1928 On the kinetic method in the new statistics and its applications in the electron theory of conductivity. *Proc. Roy. Soc. Lond. A* **119**, 689–698.
- PHILLIPS, O.M. 1958 The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves. *J. Fluid Mech.* **4**, 426–434.
- PHILLIPS, O. M. 1957 On the generation of waves by turbulent wind. *J. Fluid Mech.* **2**, 417–445.
- PHILLIPS, O. M. 1985 Spectral and statistical properties of the equilibrium range in wind-generated gravity waves. *J. Fluid Mech.* **156**, 505–531.
- PUSHKAREV, ANDREI & ZAKHAROV, VLADIMIR 2016 Limited fetch revisited: Comparison of wind input terms, in surface wave modeling. *Ocean Modelling* pp. –.



ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

- SVERDRUP, H. V. & MUNK, W. H. 1947 *Wind, sea, and swell: Theory of relations for forecasting*. Hydrographic Office Pub. 60, U.S. Navy.
- ТОВА, Y. 1972 Local balance in the air-sea boundary processes. Part I. On the growth process of wind waves. *J. Oceanogr. Soc. Japan* **28**, 109–121.
- ZAKHAROV, V. E. 1968 Stability of periodic waves of finite amplitude on the surface of a deep fluid. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics (U.S.S.R.)* .
- ZAKHAROV, V. E. 1999 Statistical theory of gravity and capillary waves on the surface of a finite-depth fluid. *Eur. J. Mech. B/Fluids* **18**, 327–344.



ABC of wind  
wave growth

С.И.  
Бадулин

История

Walter  
Heinrich  
Munk

Теория

Автомодельность

ABC

Еще раз об  
автомодель-  
ности

Bibliography

- ZAKHAROV, V. E. & BADULIN, S. I. 2011 On energy balance in wind-driven seas. *Doklady Earth Sciences* **440** (Part 2), 1440–1444.
- ZAKHAROV, V. E., BADULIN, S. I., HWANG, P. A. & CAULLIEZ, G. 2015 Universality of sea wave growth and its physical roots. *J. Fluid Mech.* **708**, 503–535.
- ZAKHAROV, V. E. & FILONENKO, N. N. 1966 Energy spectrum for stochastic oscillations of the surface of a fluid. *Soviet Phys. Dokl.* **160**, 1292–1295.
- ZAKHAROV, V. E. & ZASLAVSKY, M. M. 1983 Dependence of wave parameters on the wind velocity, duration of its action and fetch in the weak-turbulence theory of water waves. *Izv. Atmos. Ocean. Phys.* **19** (4), 300–306.