

Излучение и структура релятивистских ударных волн

Е.В. Деришев

Институт прикладной физики РАН

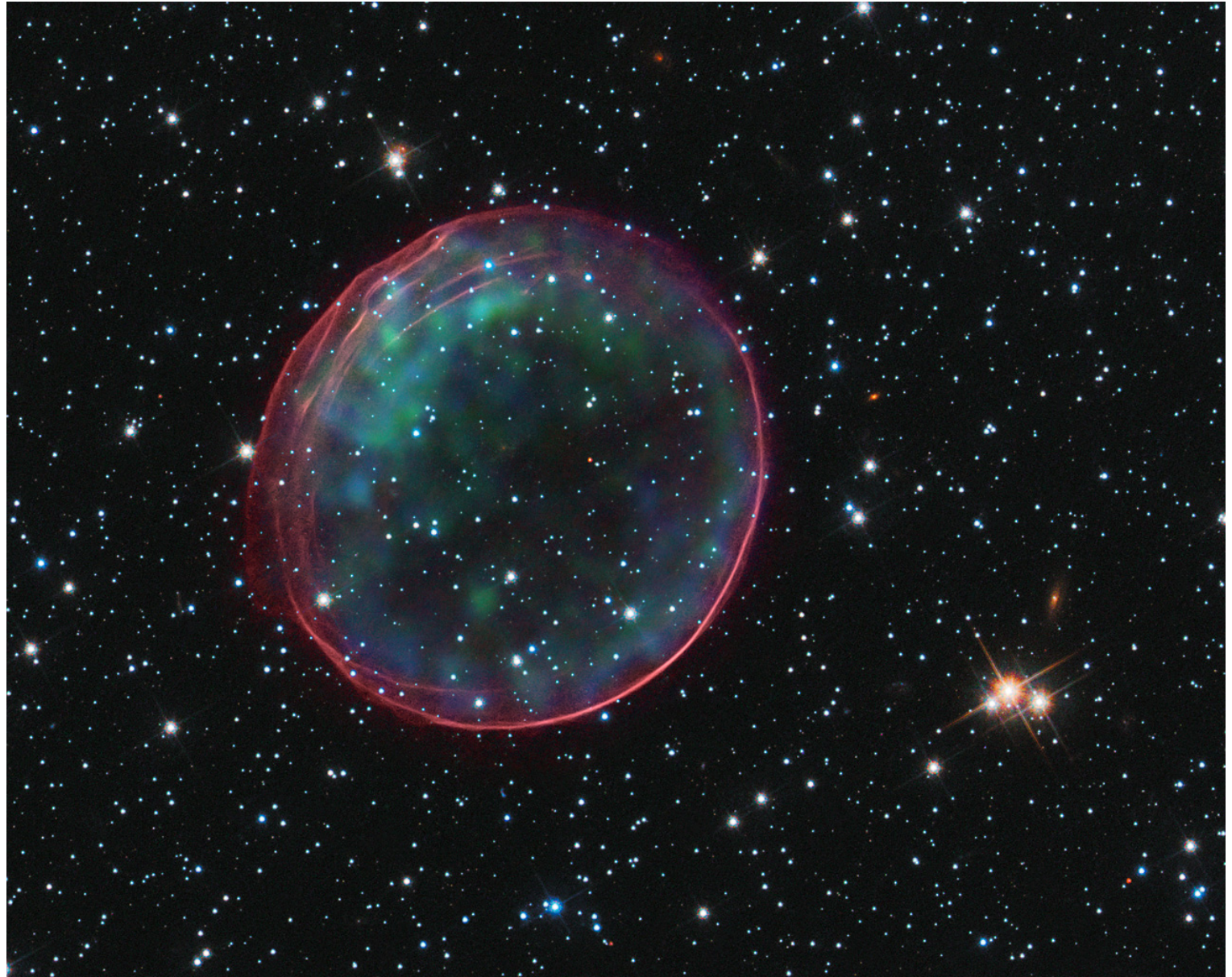
- **Ударные волны в космической плазме**
- **Механизмы излучения**
- **Ускорение частиц**
- **Структура ударной волны**

Ударные волны в космической плазме

Хорошо видны ударные волны, которые:

- сильные (число Маха $M \gg 1$)
- бесстолкновительные

Остатки сверхновых



SNR B0509-67.5

Изображение телескопа Хаббла и Chandra X-ray Observatory

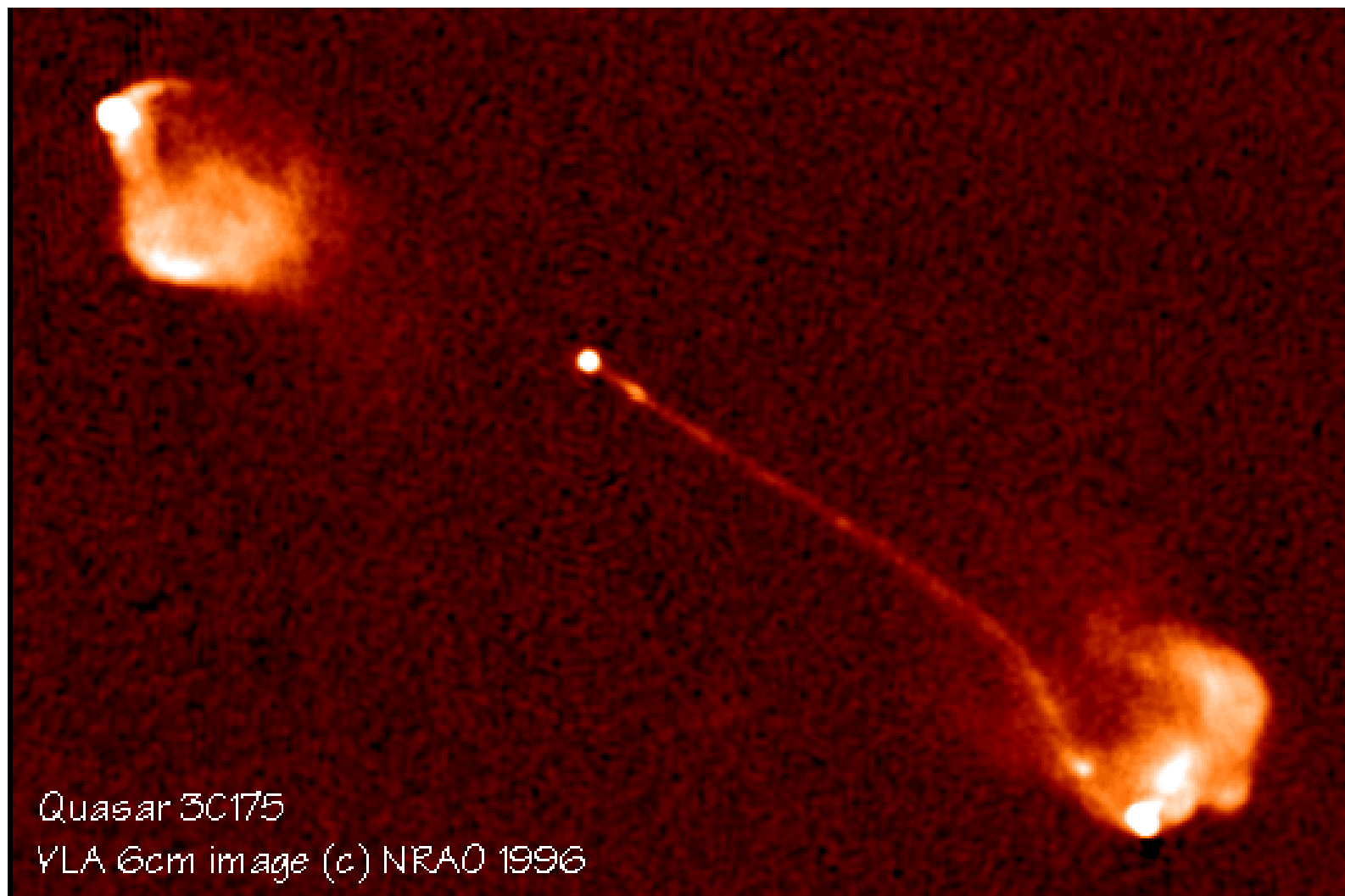
Пульсарные туманности



Крабовидная туманность

Chandra (рентген, голубой) + Hubble (видимый, желтый и красный) + Spitzer (ИК, пурпурный)

Активные ядра галактик



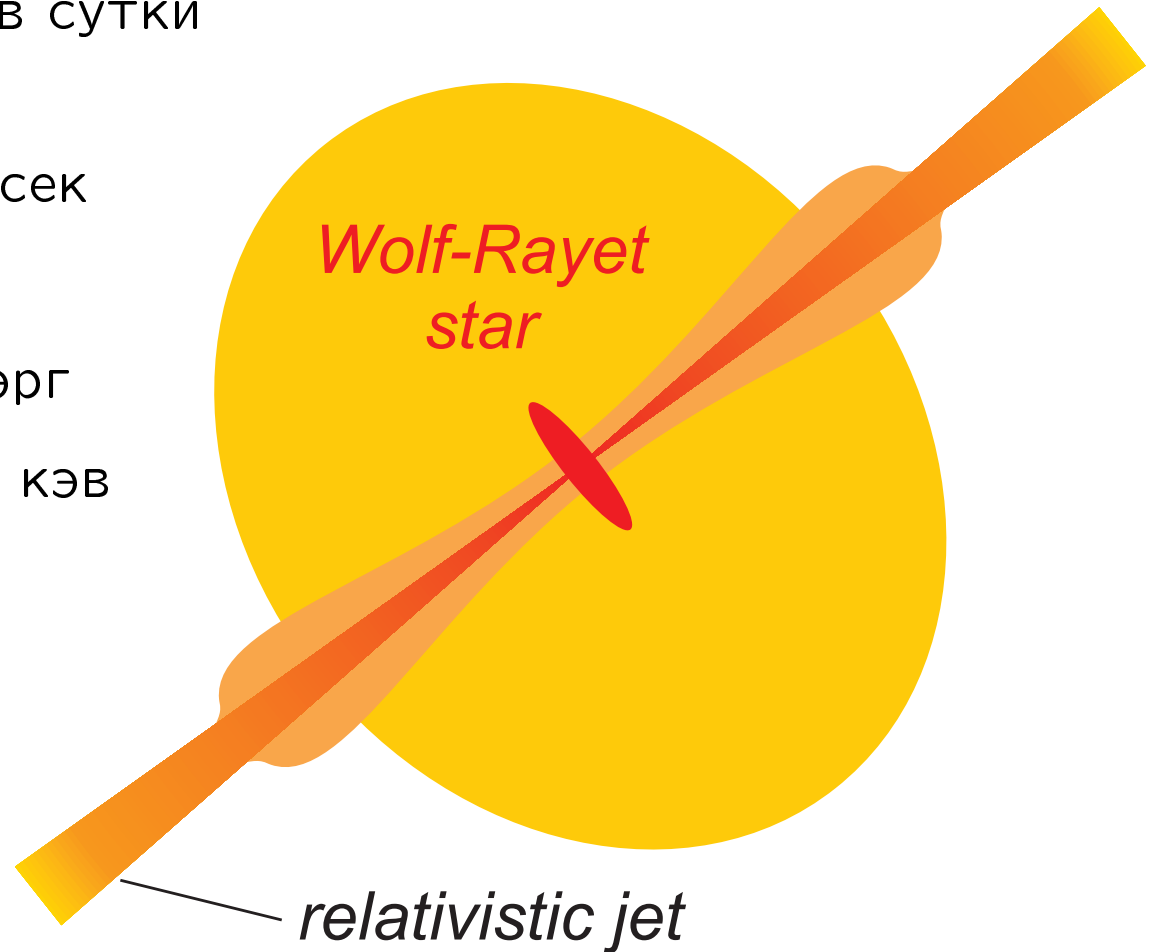
Квазар 3C175

Quasar 3C175
VLA 6cm image (c) NRAO 1996

Изображение радиотелескопа VLA

Гамма-всплески

- Происходят с частотой 1000 в сутки (изотропно по всему небу)
- Продолжительность: 0.1 - 100 сек
- Расстояние: неск. гигапарсек
- Энерговыделение: $10^{51} - 10^{54}$ эрг
- Максимум в спектре около 100 кэВ



**Источники прозрачны
по двухфотонному поглощению,
значит, лоренц-фактор $\Gamma > 100$**

Релятивистские ударные волны: адиабата Тауба



Ультрарелятивистская ударная адиабата:

$$\begin{cases} p_2 \equiv \frac{1}{3}e_2 = \frac{2}{3}\Gamma^2(n_1 mc^2 + p_1) \\ n_2 = 2\Gamma^2 n_1 \\ \gamma_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}\Gamma \end{cases}$$

Γ и γ – лоренц-факторы фронта и вещества,
 e – плотность энергии, p – давление,
 n – концентрация,
 mc^2 – энергия покоя частиц

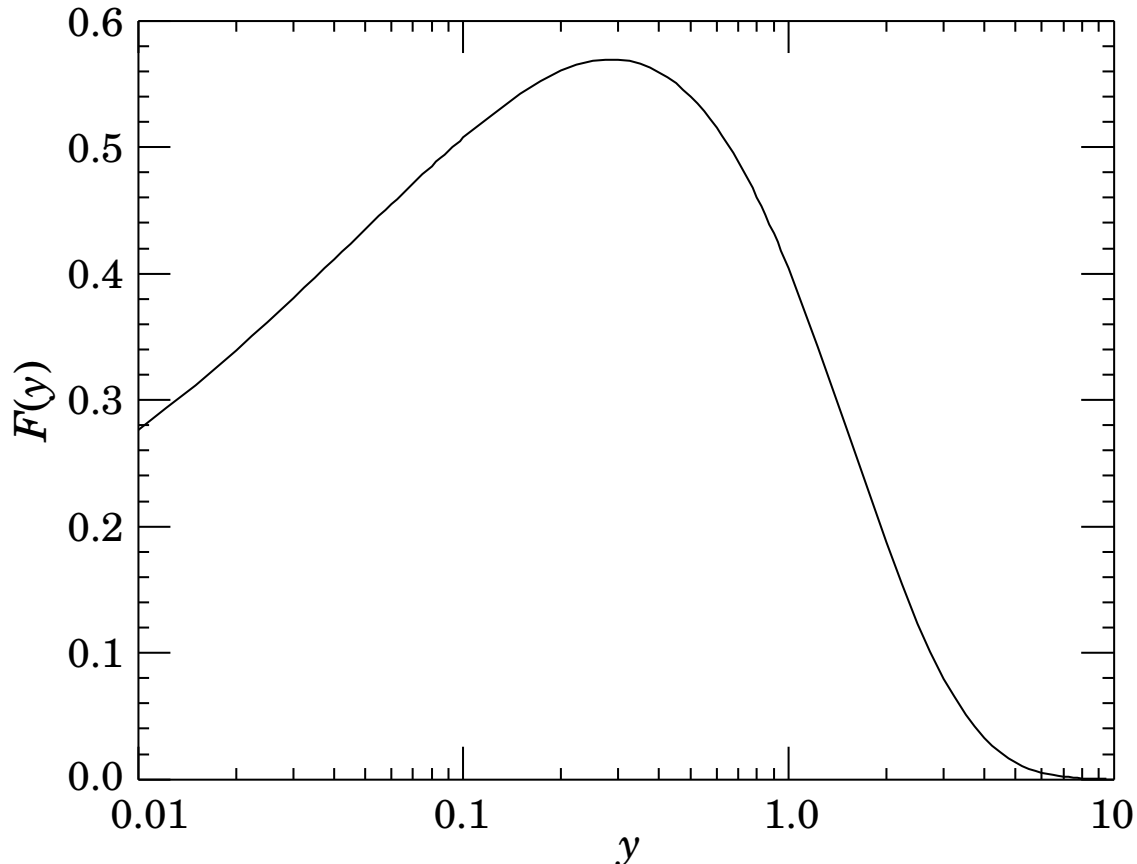
Средняя энергия частиц в отходящем потоке: $\varepsilon_2 = \frac{1}{2}\Gamma^2 mc^2$,
концентрация в сопутствующей системе отсчета: $n'_2 = 2\sqrt{2}\Gamma n_1$,
скорость отходящего потока по отношению к фронту: $c/3$

Механизмы излучения

Синхротронное излучение

Спектральная мощность излучения релятивистской заряженной частицы при движении поперек силовых линий магнитного поля

$$P_\omega = \frac{4}{9} q^2 \alpha \hbar \omega_B F\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$



$$F(y) = \frac{9\sqrt{3}}{8\pi} y \int_y^\infty K_{5/3}(x) dx$$

$$\left(\int_0^\infty F(y) dy = 1 \right)$$

B — индукция магнитного поля

m — масса частицы

q — заряд частицы

$\gamma \gg 1$ — лоренц-фактор частицы

$\omega_B = qB/mc$ — гирочастота

$$\omega_c = \frac{3}{2} \gamma^2 \omega_B$$

$\alpha = e^2/\hbar c$ — постоянная тонкой структуры

Асимптотики синхротронного спектра

- для низких частот $\omega \ll \omega_c$: $P_\omega \approx 0.6 q^2 \alpha \hbar \omega_B \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{1/3}$
- для высоких частот $\omega \gtrsim 3\omega_c$: $P_\omega \approx 0.35 q^2 \alpha \hbar \omega_B \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^{1/2} \exp(-\omega/\omega_c)$

Для изотропной функции распределения мощность синхротронного излучения в расчете на один электрон (или позитрон) составляет

$$P_{sy} = \frac{4}{3} \gamma^2 \sigma_T c W_m$$

$$\sigma_T = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{e^2}{m_e c^2}\right)^2 \quad - \quad \text{томсоновское сечение}$$

$$W_m = \frac{B^2}{8\pi} \quad - \quad \text{плотность энергии магнитного поля}$$

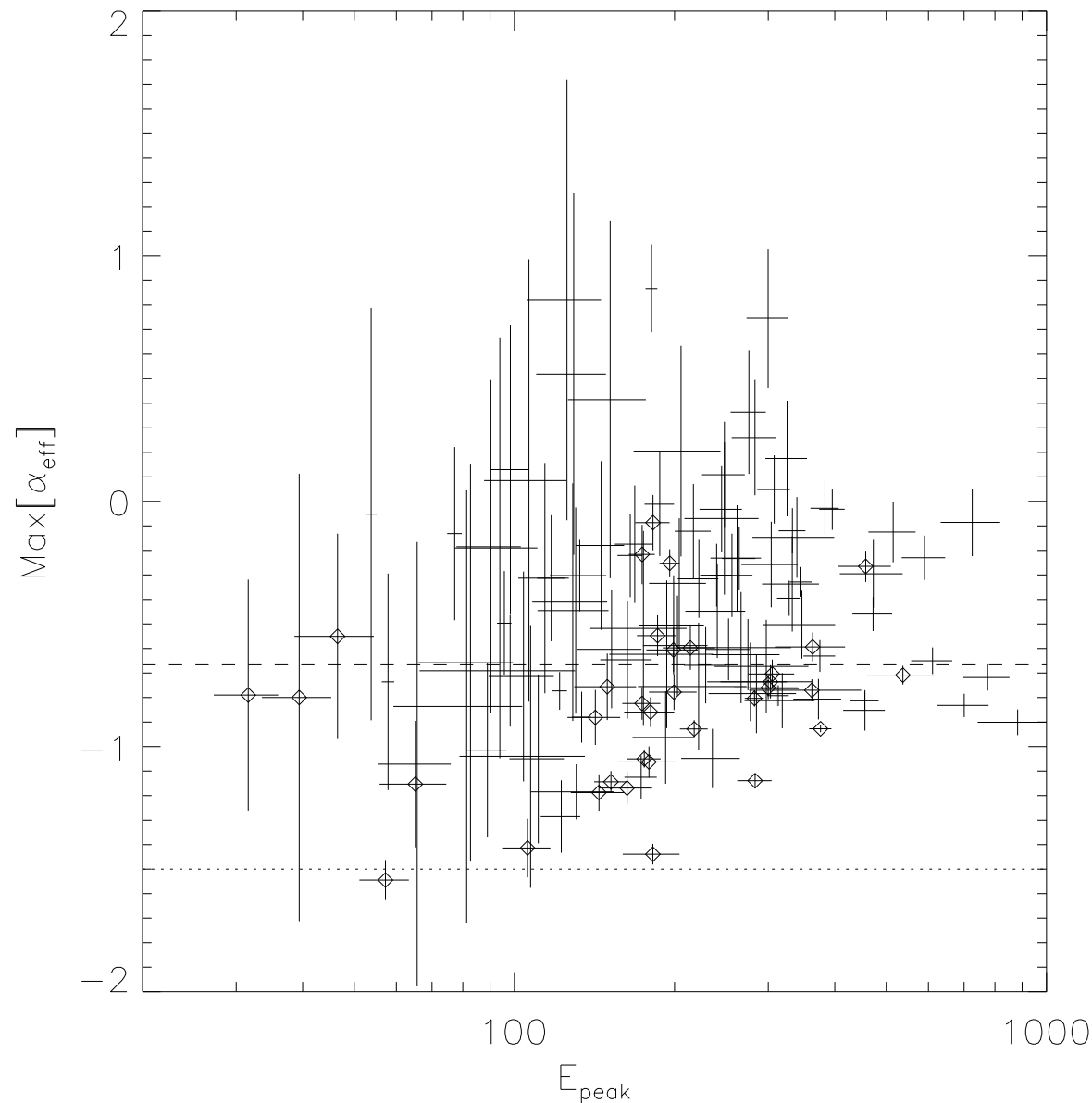
Спектральный индекс в низкочастотной области

Быстрое остывание:

$$\alpha < -1.5$$

Синхротрон от одного

электрона: $\alpha < -2/3$



Изображение из [Preese et al. ApJ 506 \(1998\)](#)

Особые случаи

- Сильно турбулентное магнитное поле

$$|\langle B^2 \rangle - \langle B \rangle^2| \sim \langle B \rangle^2$$

изменение высокочастотной асимптотики спектра

- Мелкомасштабная неоднородность магнитного поля

$$\ell_c \lesssim c/\omega_B$$

изменение спектра, включая положение максимума

- Плотная плазма $N \gtrsim \frac{\gamma^2 B^2}{4\pi m_e c^2}$

подавление синхротронного излучения
(эффект Разина-Цитовича)

Комптовское рассеяние (релятивистский предел)

Для изотропного поля излучения в пределе $\gamma \gg 1$

$$W'_{em} = \frac{1}{c} \int_0^\infty \oint I'_\omega d\omega' d\omega' = \frac{4}{3} \gamma^2 W_{em}$$

Средняя энергия рассеянных фотонов $\langle \hbar\omega_{sc} \rangle = \frac{4}{3} \gamma^2 \langle \hbar\omega \rangle$

Мощность обратного комптовского излучения

$$P_{IC} = \frac{4}{3} \gamma^2 \sigma_{Tc} W_{em}$$

Изотропия функции распределения электронов эквивалентна изотропии фотонного поля

Темп излучательных потерь $P_{sy} + P_{IC} = \frac{4}{3} \gamma^2 \sigma_{Tc} (W_m + W_{em})$

Эффект Клейна-Нишины

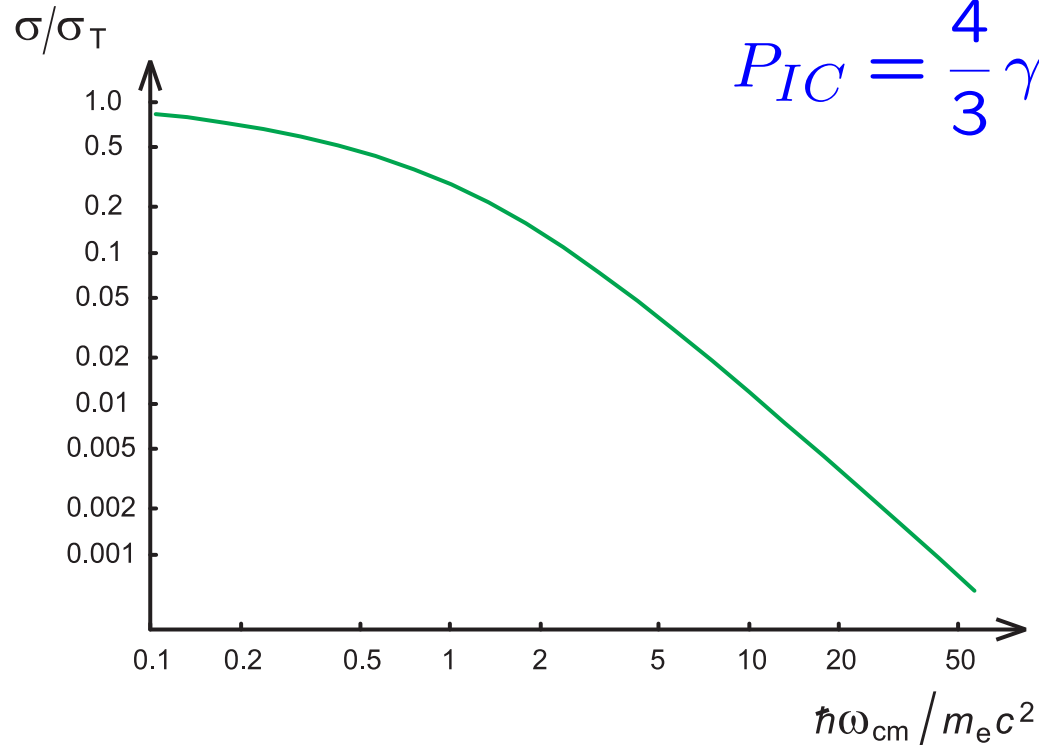
Мощность комптоновского излучения

$$P_{IC} = c \int_0^{\infty} \sigma_{tr}(\omega') W'_{em,\omega'} d\omega'$$

$\sigma_{tr}(\omega)$ – транспортное сечение рассеяния

В большинстве случаев можно приближенно считать

$$P_{IC} = \frac{4}{3} \gamma^2 \sigma_T c \int_0^{\frac{m_e c^2}{\gamma \hbar}} W_{em,\omega} d\omega$$



$\hbar\omega_{cm}$ – энергия фотона в системе центра инерции

Излучение электронов

Электроны

- синхротронное излучение
ундуляторное излучение
- КОМПТОНОВСКОЕ излучение
- **тормозное излучение**

Протоны

- синхротронное излучение
- неупругие столкновения
- кулоновские столкновения

объемный коэффициент излучения:

$$\dot{w}_{ff} = \frac{2}{\pi} \alpha_f \sigma_{Tc} n_e^2 \sqrt{T m_e c^2} G(n_e, T)$$

На оптической глубине τ
каждый электрон в среднем излучает

$$\frac{w_{ff}}{n_e} = \frac{2}{\pi} \alpha_f \tau \sqrt{T m_e c^2} G(n_e, T)$$

эффективно если $T \lesssim \alpha_f^2 m_e c^2 \sim 25 \text{ eV}$

Излучение протонов

Электроны

- синхротронное излучение
ундуляторное излучение
- комптоновское излучение
- тормозное излучение

Протоны

- **синхротронное излучение**
- неупругие столкновения
- кулоновские столкновения

При заданной энергии

$$L_{sy}^{(p)} = \left(\frac{m_e}{m_p} \right)^4 L_{sy}^{(e)} \sim 10^{-13} L_{sy}^{(e)}$$

Очень медленный механизм, но работает в диапазоне многих ГэВ!

Излучение протонов

Электроны

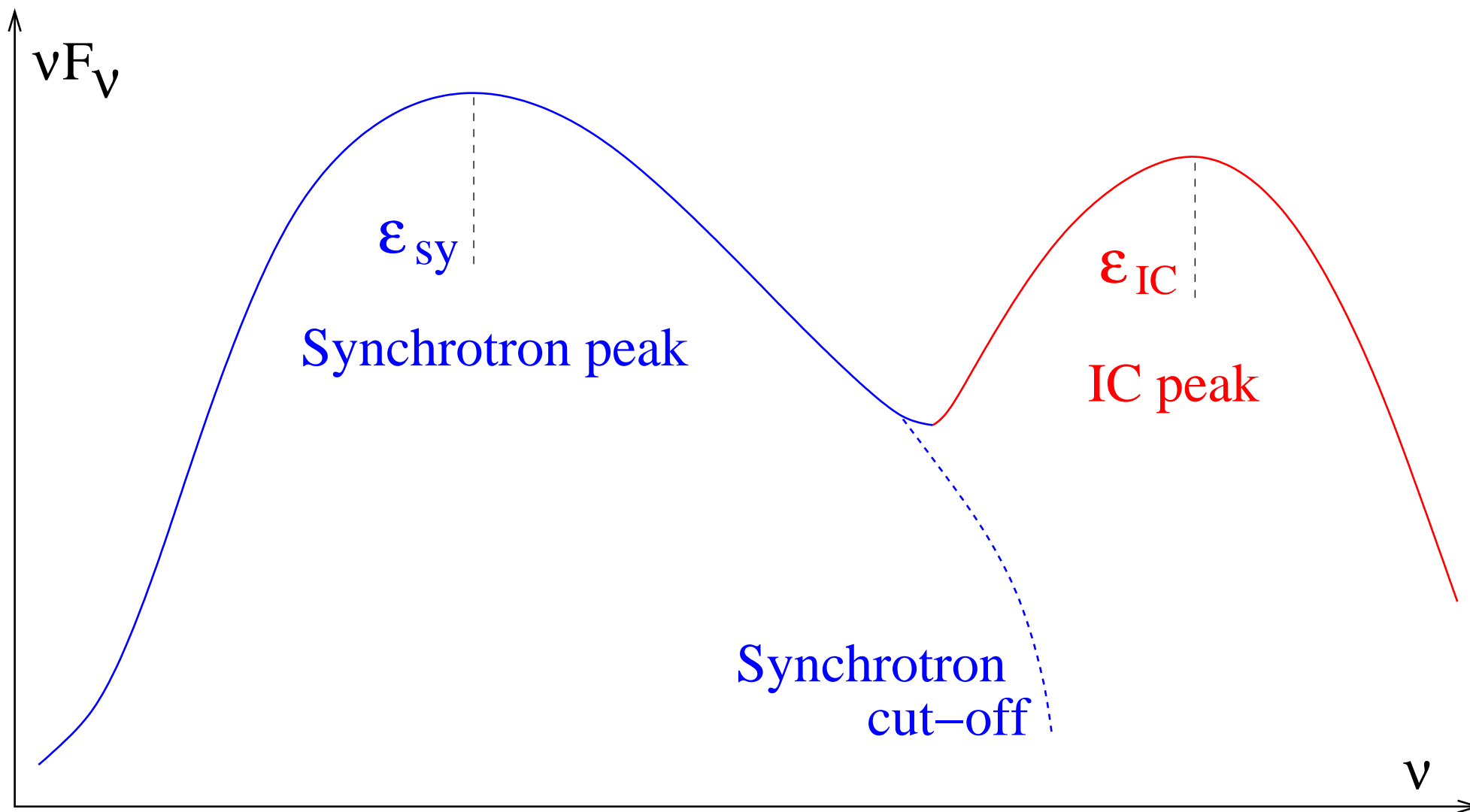
- синхротронное излучение
ундуляторное излучение
- комптоновское излучение
- тормозное излучение

Протоны

- синхротронное излучение
- **неупругие столкновения**
- **кулоновские столкновения**

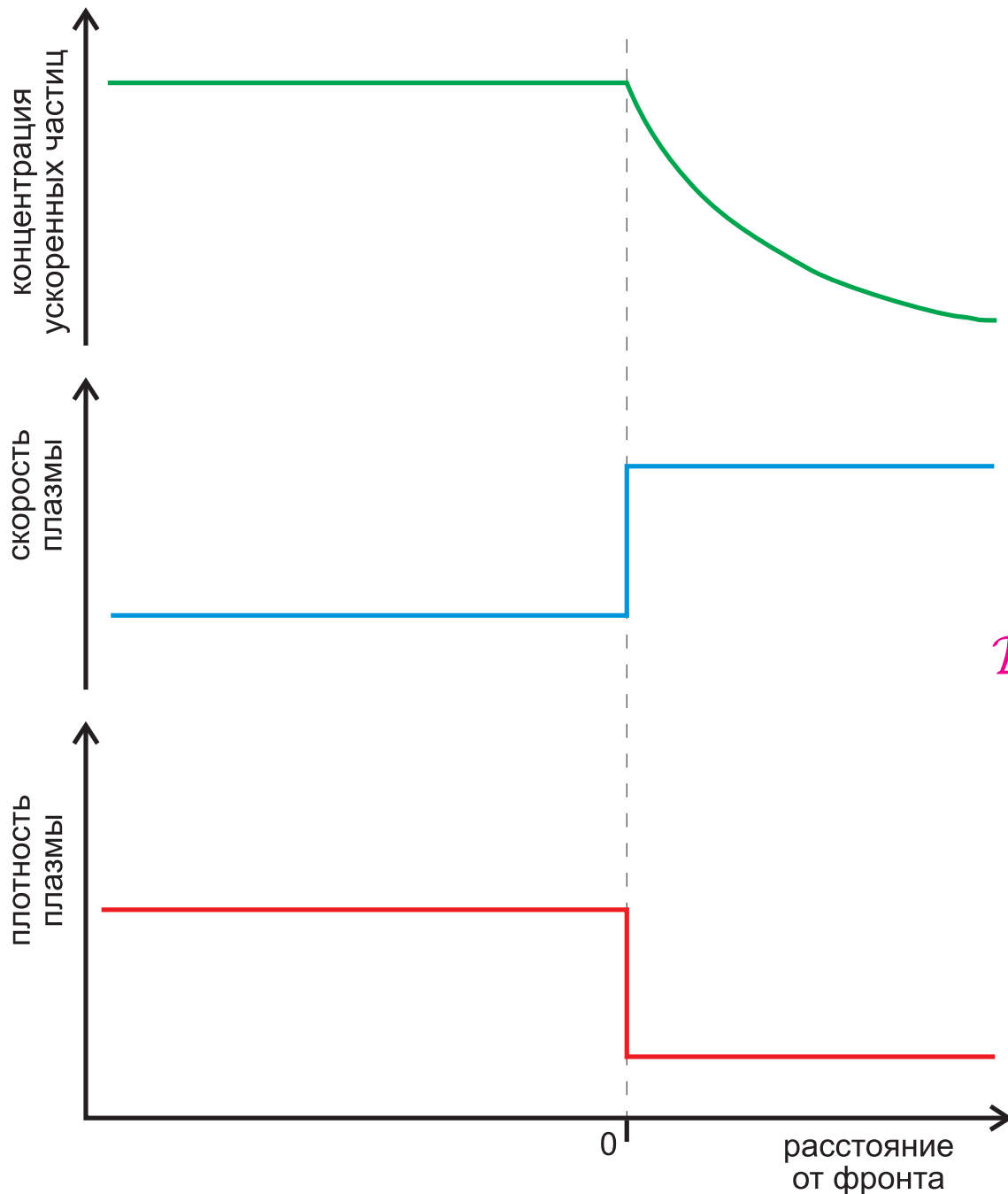
так или иначе приводят к
появлению энергичных электронов,
которые излучают посредством
одного из электронных механизмов

Основное излучение: синхротронное и комптоновское



Ускорение частиц

Ускорение на ударной волне



Темп ускорения

$$\dot{\varepsilon} \approx \frac{1}{6} \frac{r-1}{r} \frac{V^2}{D} \varepsilon \quad \left(\eta \approx \frac{V^2}{c^2} \right)$$

$$r = \frac{u_1}{u_2} \leq 4 \text{ — степень сжатия в ударной волне}$$

V — скорость ударной волны

$$D = \frac{pc^2}{3eB} \text{ для боровской диффузии}$$

Спектр ускоренных

частиц $\frac{dN}{d\varepsilon} \propto \varepsilon^{-\alpha}$

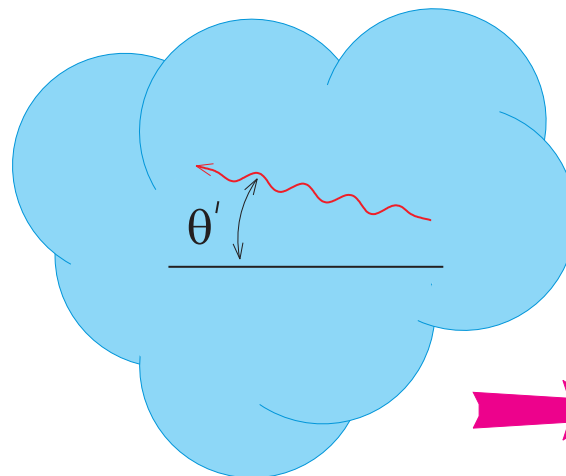
$$\alpha = -\frac{r+2}{r-1}$$

Преобразования Лоренца для релятивистских частиц

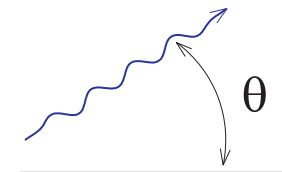
- Углы: $\cos \theta = \frac{\beta - \cos \theta'}{1 - \beta \cos \theta'}$; $\cos \theta' = \frac{\beta - \cos \theta}{1 - \beta \cos \theta}$
- Интенсивность: $I'_\omega(\omega') = \delta^3 \times I_\omega(\omega)$
- Частота (энергия): $\omega' = \delta \times \omega$

$\delta = \gamma(1 - \beta \cos \theta)$ —
доплер-фактор.

Сопутствующая
система



Лабораторная
система

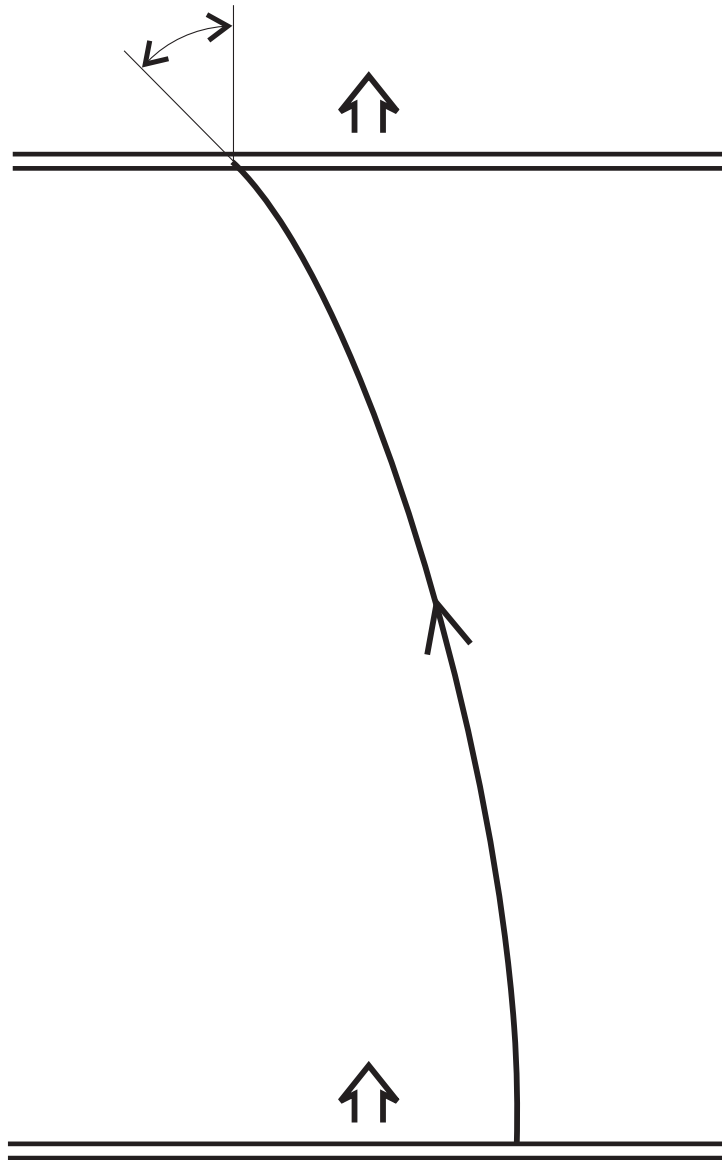


Для малых углов
можно использовать

$$\theta \simeq \frac{2}{\sqrt{(\gamma\theta')^2 + 1}} \quad \text{и} \quad \delta \simeq \frac{(\gamma\theta)^2 + 1}{2\gamma}$$

Ускорение на релятивистской ударной волне

$$\theta \sim 2/\Gamma$$



Распределение ускоренных частиц сильно коллимировано.

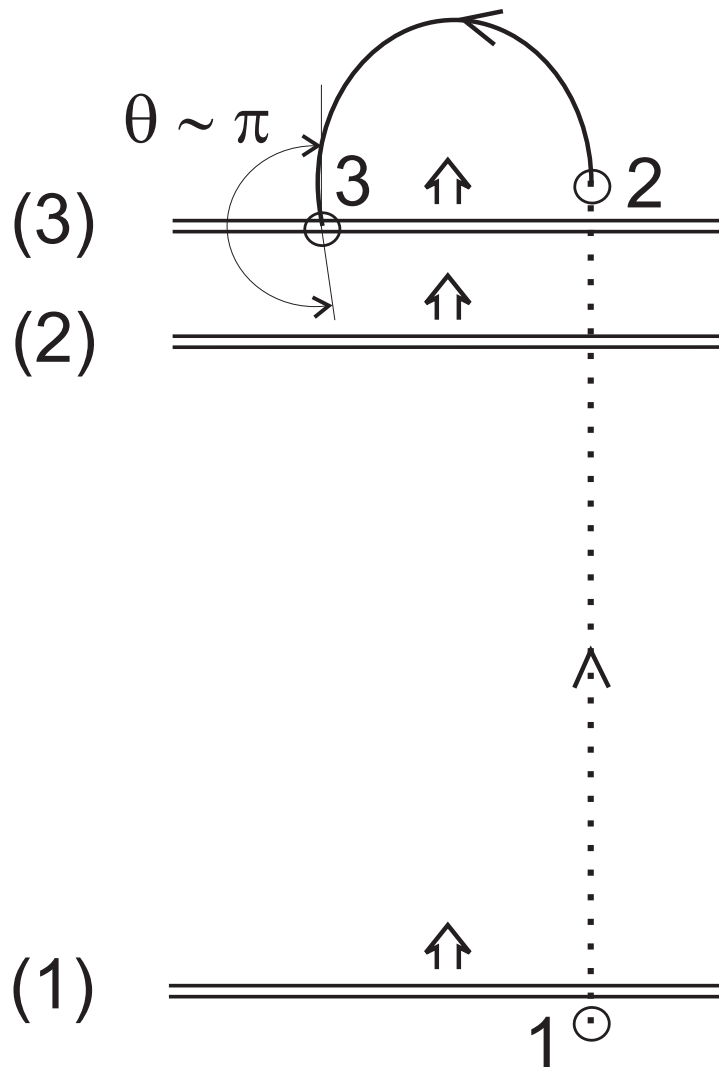
Увеличение энергии в $g = (1/2) (\Gamma\theta)^2 \simeq 2$ раз за цикл

Вероятность выхода частицы из ударной волны должна быть ~ 1 для эффективного ускорения. Эта вероятность зависит от геометрии силовых линий.

Благоприятная геометрия: $\frac{dN}{d\varepsilon} \propto \varepsilon^{-\frac{22}{9}}$

“Реалистичная” геометрия: очень мягкие спектры, энергия частиц около $\Gamma^2 mc^2$

Ускорение с конверсией частиц



Изотропизация во внешней среде ($\theta \sim 1$)
приводит к увеличению энергии

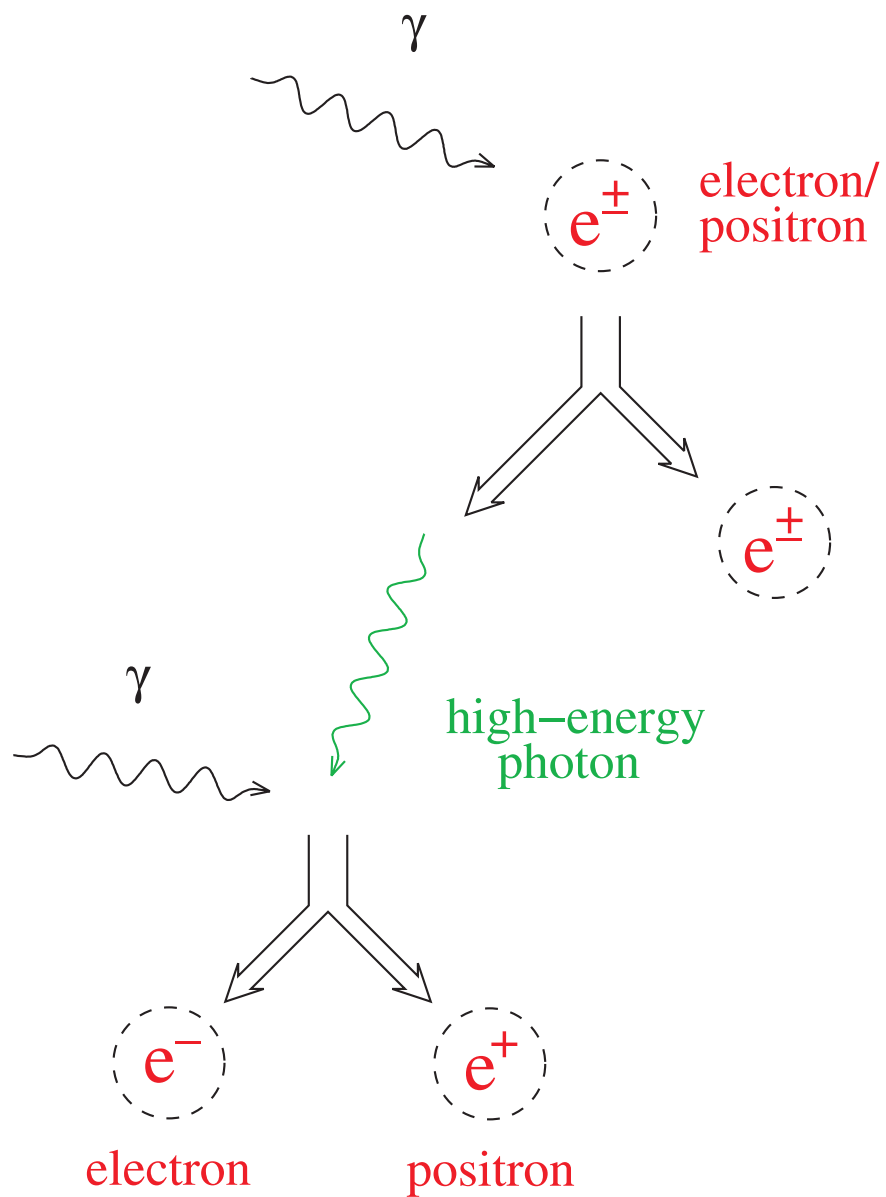
в $g = \frac{1}{2} (\Gamma \theta)^2 \sim \Gamma^2$ раз за цикл

Столкновения с фотонами обратимо
“превращают” ускоряемые частицы в
нейтральные

⇒ **Конверсионный механизм
ускорения**

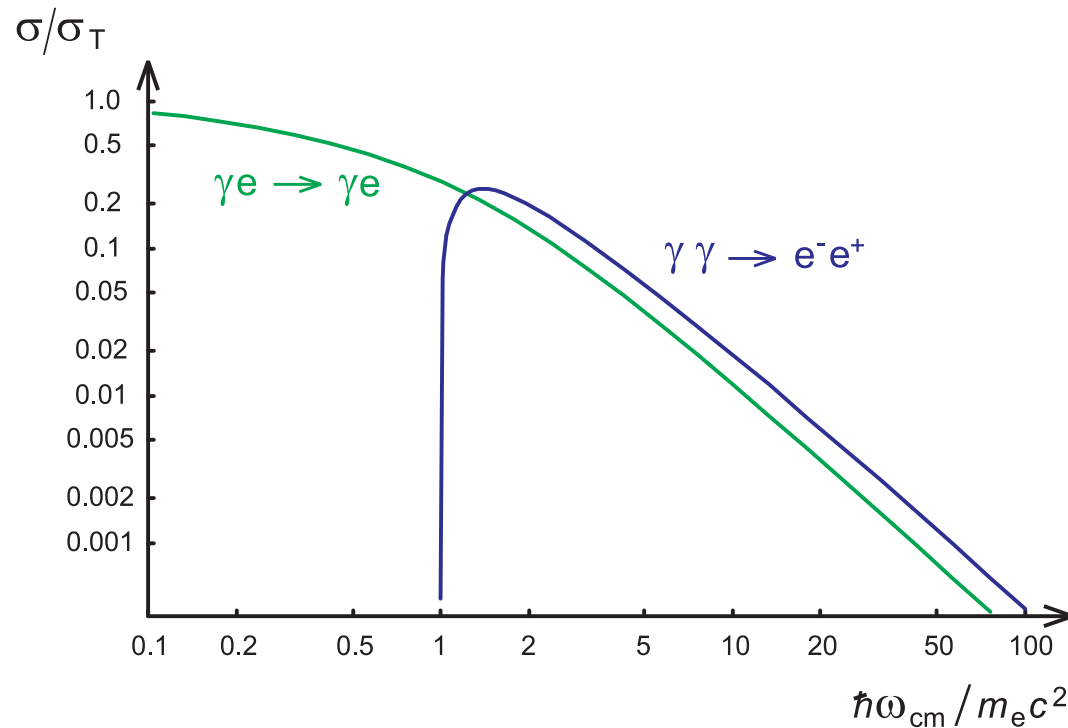
- (1) – превращение частицы в нейтральную
- (2) – обратное превращение в заряженную
- (3) – встреча с фронтом ударной волны

Конверсия для электронов и позитронов



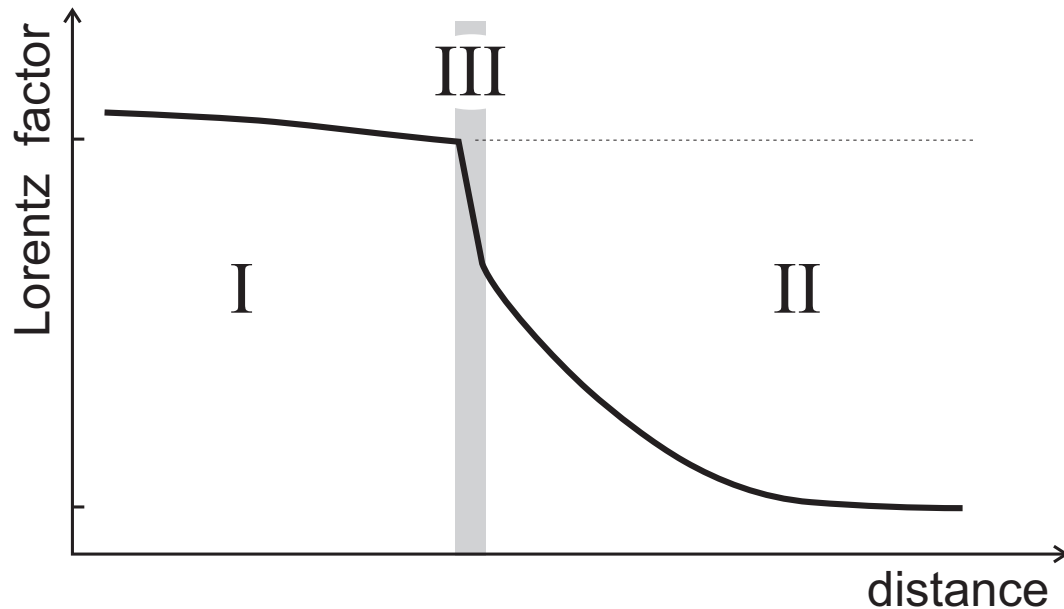
Рассеяние фотонов идет
в клейн-нишиновском режиме

$$(\varepsilon_\gamma^{\text{c.o.i.}} \gtrsim m_e c^2) !$$



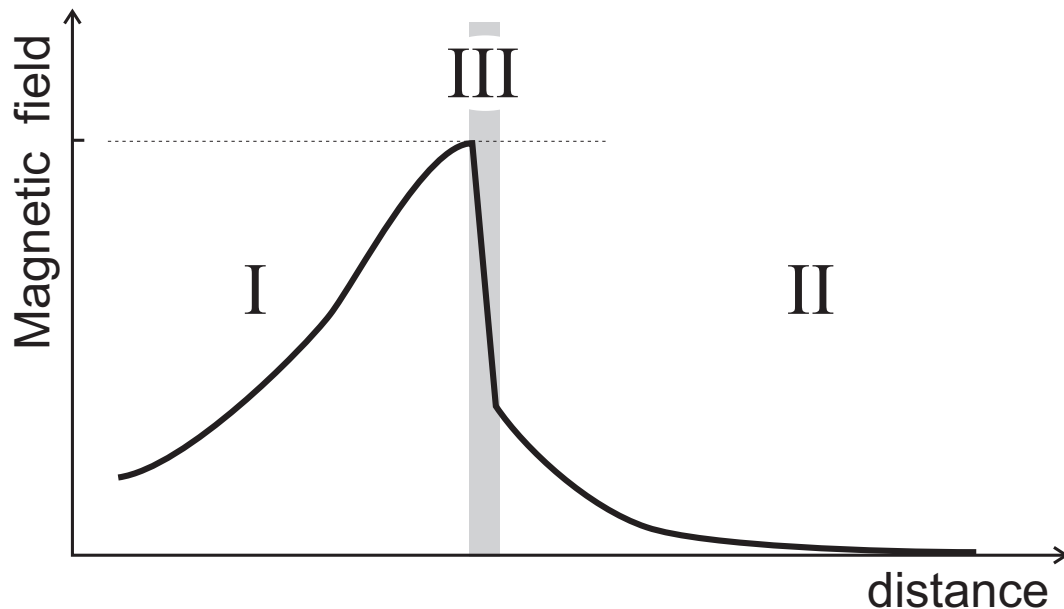
Структура ударной волны

Структура ударной волны



Зона **I**: отходящий поток. Затухание магнитного поля. Равновесие между разогревом и радиационным остыванием электронов.

Зона **II**: набегающий поток. Инжекция энергичных электронов, постепенный рост магнитного поля.



Зона **III**: контактный разрыв. Первоначальная генерация магнитного поля отходящего потока. *Ускорения частиц нет.*

Иерархия масштабов

Длина нарастания магнитного поля (релятивистская неустойчивость Вейбеля):

$$l_s = \left(\frac{\Gamma m_p c^2}{4\pi e^2 n_p} \right)^{1/2} = \frac{1}{n_p} \left(\frac{W}{4\pi e^2} \right)^{1/2}$$

Длина остывания электронов (синхротронное и обратное комптоновское излучение):

$$l_c = \frac{\epsilon c}{3\dot{\epsilon}} = \frac{m_e c^2}{4\sigma_T \gamma (1 + y) W_m}$$

Длина затухания магнитного поля (механизм неизвестен):

$$l_d = \lambda l_s, \quad \lambda \gg 1$$

Γ – лоренц-фактор ударной волны,
 m_p и m_e – массы протона и электрона,
 e – элементарный заряд,

γ – лоренц-фактор электрона,
 n_p – концентрация протонов,
 σ_T – томсоновское сечение,

W и W_m – плотности энергии (полная и магнитного поля),
 y – комптоновский параметр

Равновесие в отходящем потоке

Функция распределения электронов (релятивистская максвелловская)

$$f_e(\gamma) = \frac{27}{2\gamma_0^3} \gamma^2 \exp(-3\gamma/\gamma_0) n_e$$

Баланс между радиационными потерями и нагревом:

$$\frac{4}{3} \sigma_T W_m c \int_1^\infty \gamma^2 (1 + y) f_e(\gamma, \gamma_0) d\gamma = -u \frac{\partial W_m}{\partial r}$$

Объемный коэффициент синхротронного излучения:

$$j = -\frac{u}{4\pi(1 + \bar{y})} \frac{\partial W_m}{\partial r}$$

u – скорость отходящего потока ($= c/3$),

n_e – концентрация электронов,

r – расстояние от фронта ударной волны

Эффективность комптоновского излучения

Плотность энергии синхротронного излучения

$$W_{sy} \simeq \frac{2\pi\Lambda}{c} \int_0^\infty j dr \simeq -\frac{\Lambda}{6} \int_0^\infty \frac{\partial W_m / \partial r}{1 + \bar{y}} dr$$

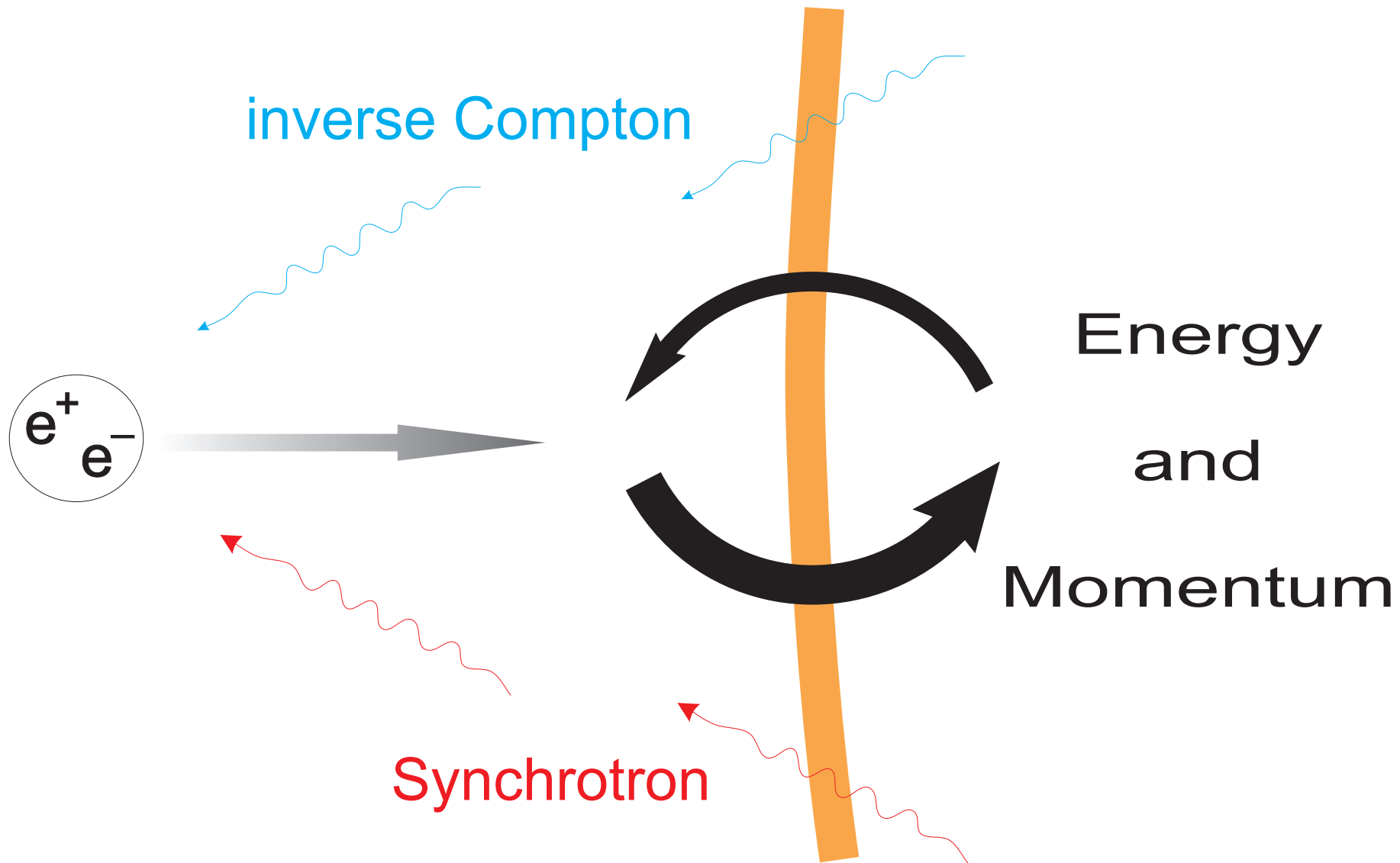
Если комптонизация синхротронного излучения идет в томсоновском режиме, то

$$\frac{W_{sy}(0)}{W_m(0)} = \frac{\Lambda}{6} \left[1 - \bar{y}_0 \ln \left(1 + \frac{1}{\bar{y}_0} \right) \right]$$

Эффективность комптонизации порядка 1/2 ($\bar{y}_0 \sim 1$) !

$\Lambda \simeq \ln \left(\frac{R}{\Gamma l_d} \right)$ – геометрический фактор, R – радиус кривизны фронта

Торможение набегающего потока



Торможение набегающего потока

Уравнения непрерывности для потоков энергии и импульса

$$w_1 \beta_1^2 \Gamma_1^2 + p_1 = w_2 \beta_2^2 \Gamma_2^2 + p_2 + S_{\text{mom}}$$

$$w_1 \beta_1 \Gamma_1^2 = w_2 \beta_2 \Gamma_2^2 - S_{\text{en}}$$

Потоки энергии и импульса комптоновского излучения

$$S_{\text{en}} = a w_2 \beta_2 \Gamma_2^2$$

$$S_{\text{mom}} = b S_{\text{en}}$$

- Скорость потока у разрыва в ультрарелятивистском течении

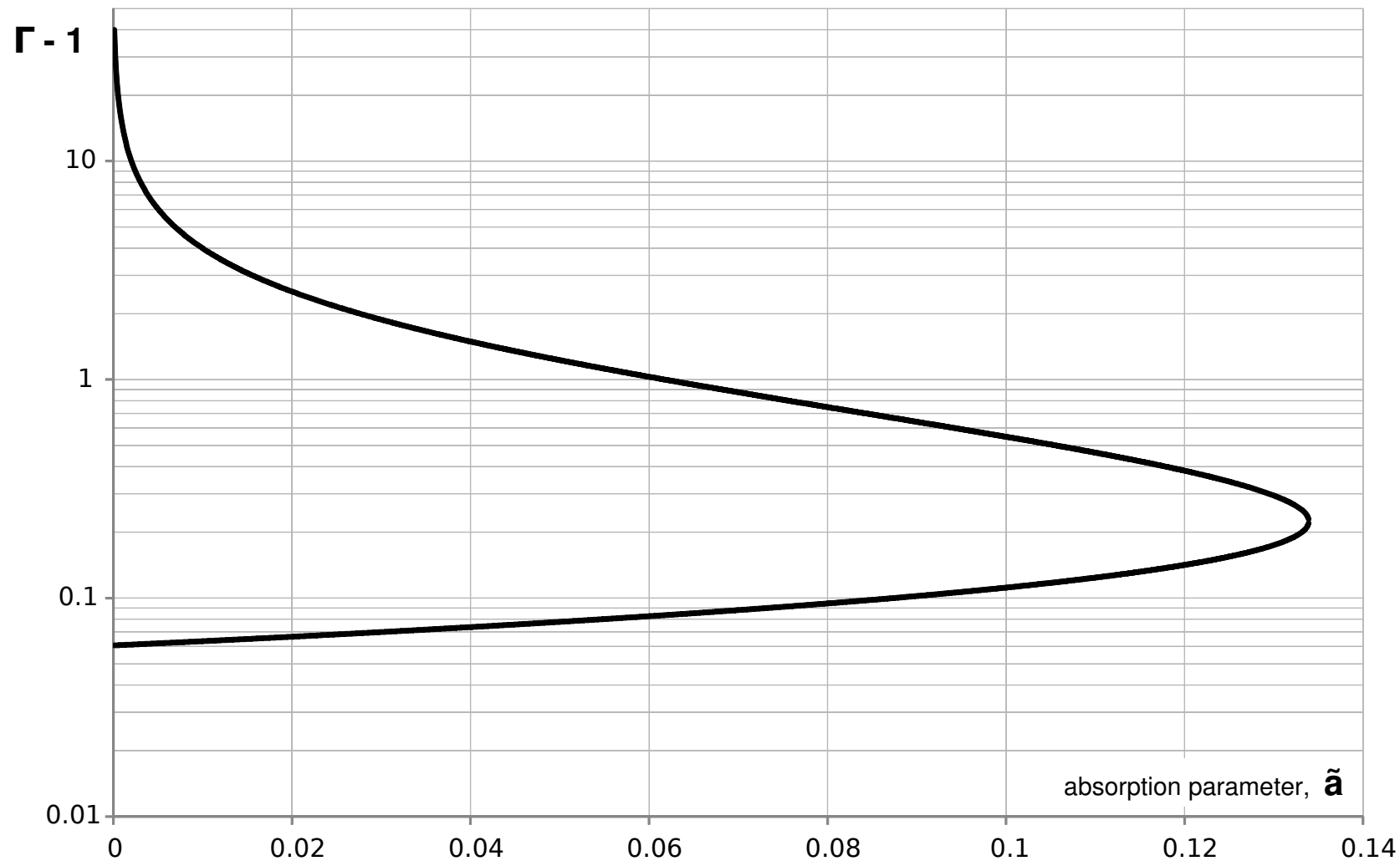
$$\beta_2 = \frac{2f \pm \sqrt{4f^2 - 3}}{3}, \quad \text{где} \quad f = (1 - a)\beta_1 - ab$$

- Для релятивистского уравнения состояния

$$d\chi = -\chi d\tilde{a}, \quad \text{где} \quad \chi = \left(3\beta + \frac{1}{\beta}\right), \quad \tilde{a} = a(1 + b)$$

w – удельная энтальпия, p – давление
релятивистское уравнение состояния: $p = w/4$

Скачок лоренц-фактора на фронте ударной волны



Верхняя ветвь кривой – лоренц-фактор набегающего потока

Нижняя ветвь кривой – лоренц-фактор отходящего потока

Инжекция энергичных пар на фронте ударной волны

Уравнение для скорости набегающего потока интегрируется :

$$\left(3\beta + \frac{1}{\beta}\right) = 4 \exp(-\tilde{a}) \quad \Rightarrow \quad \Gamma_u = \frac{1}{2\tilde{a}^{1/2}} \quad \text{в пределе} \quad \Gamma \gg \Gamma_u \gg 1$$

Γ_u – лоренц-фактор набегающего потока

**Определить зависимость от координаты $\tilde{a}(x)$ сложно,
но и не нужно!**

Энергия образованной пары в сопутствующей системе $\simeq \Gamma_u E_{ic}$

Число частиц, образованных с лоренц-фактором больше γ_i ,
составляет $N(\gamma_i) \propto \gamma_i^{-2}$

Из-за сжатия набегающего потока энергия частиц при достижении
фронта $\gamma_f \simeq \Gamma_u^{1/3} \gamma_i \propto \gamma_i^{4/3}$

Функция распределения инжектированных частиц на фронте

ударной волны – степенная: $N(\gamma_f) \propto \gamma_f^{-3/2}$

Критический лоренц-фактор

Для электрона с критическим значением лоренц-фактора энергия синхротронных фотонов соответствует границе включения релятивистских эффектов при комптонизации

- Энергия синхротронных фотонов $\varepsilon_{sy} \simeq \gamma_{cr}^2 \frac{\hbar e B}{m_e c}$
- Граница включения релятивистских эффектов $\gamma_{cr} \varepsilon_{sy} = m_e c^2$
- Критический лоренц-фактор $\gamma_{cr} = \left(\frac{B_{cr}}{B} \right)^{1/3}$

$$B_{cr} = \frac{m_e^2 c^3}{\hbar e} \simeq 4.5 \times 10^{13} \text{ Гс} - \text{квантовое (швингеровское) магнитное поле}$$

Самонастройка ударной волны

- **Начальное условие** $\gamma_0 \gg \gamma_{cr}$:

комптоновские фотоны выше порога рождения e^-e^+ пар
количество e^-e^+ пар в набегающем потоке увеличивается
средний лоренц-фактор частиц γ_0 падает
рождение новых пар становится неэффективным, когда $\gamma_0 \rightarrow \gamma_{cr}$

- **Начальное условие** $\gamma_0 \ll \gamma_{cr}$:

из-за конвертерного ускорения средний лоренц-фактор частиц γ_0
растет
предускорение набегающего потока становится более эффективным
темп эволюции параметров ударной волны падает, когда $\gamma_0 \rightarrow \gamma_{cr}$

- **Конечный итог эволюции параметров** — $\gamma_0 \sim \gamma_{cr}$