

# Волновая турбулентность на поверхности классической и квантовой жидкости

Л.В.Абдурахимов, М.Ю. Бражников, Г.В. Колмаков, А.А. Левченко, А.А. Межов-Деглин, И.А. Ремизов, С.В. Филатов, А.В. Поплевин, П.Г. Селин

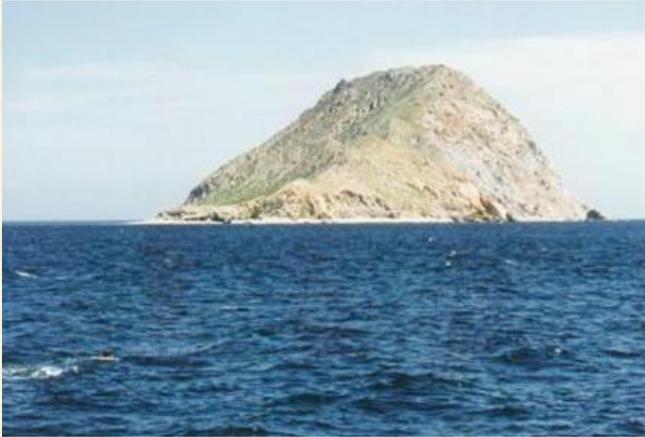
*ИФТТ РАН*

*Лаборатория квантовых кристаллов*



- 1. Введение**
- 2. Свойства жидкого гелия и водорода, воды**
- 3. Как и где возбуждать волны**
- 4. На что влияют размеры ячеек**
- 5. Локальный максимум в турбулентном спектре**
- 6. Обратный поток энергии в турбулентном каскаде.**
- 7. Вихревое движение. Наша мотивация.**
- 8. Что уже известно.**
- 9. Метод формирования и наблюдения.**
- 10. Завихренность производится!**
- 11. Квантовые вихри в сверхтекучем гелии**
- 12. Как интересно!**
- 13. Заключение**

Мотивация

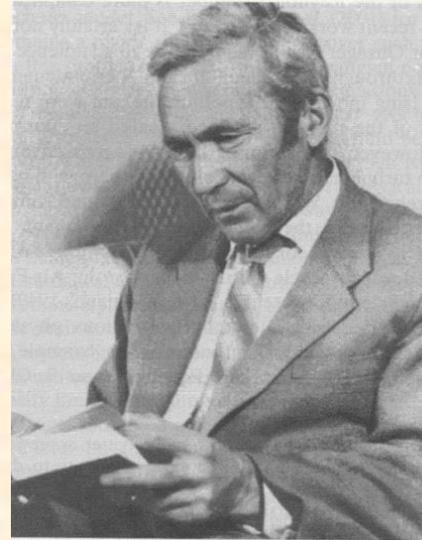
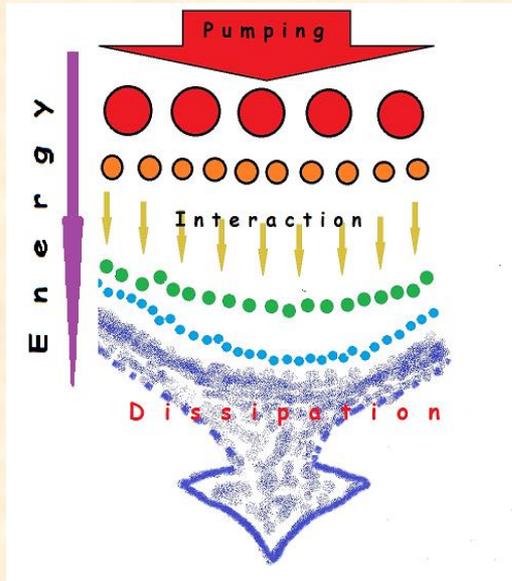


- Волны на поверхности жидкости



- Вихри на поверхности воды

## Прямой каскад

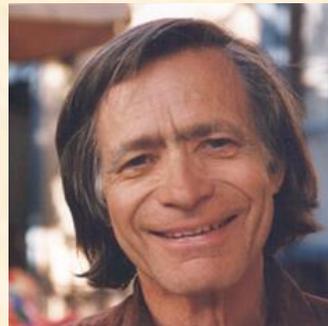
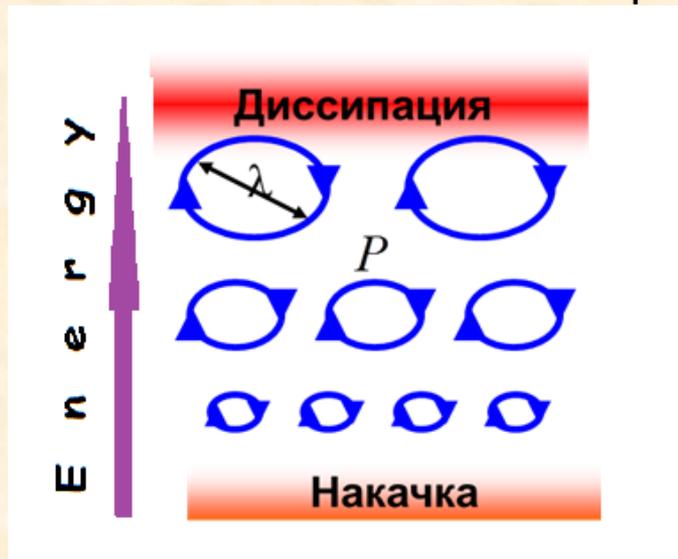


Колмогоровский спектр изотропной турбулентности:

$$E(k) \sim P^{2/3} k^{-5/3}$$

A.N. Kolmogorov, 1941

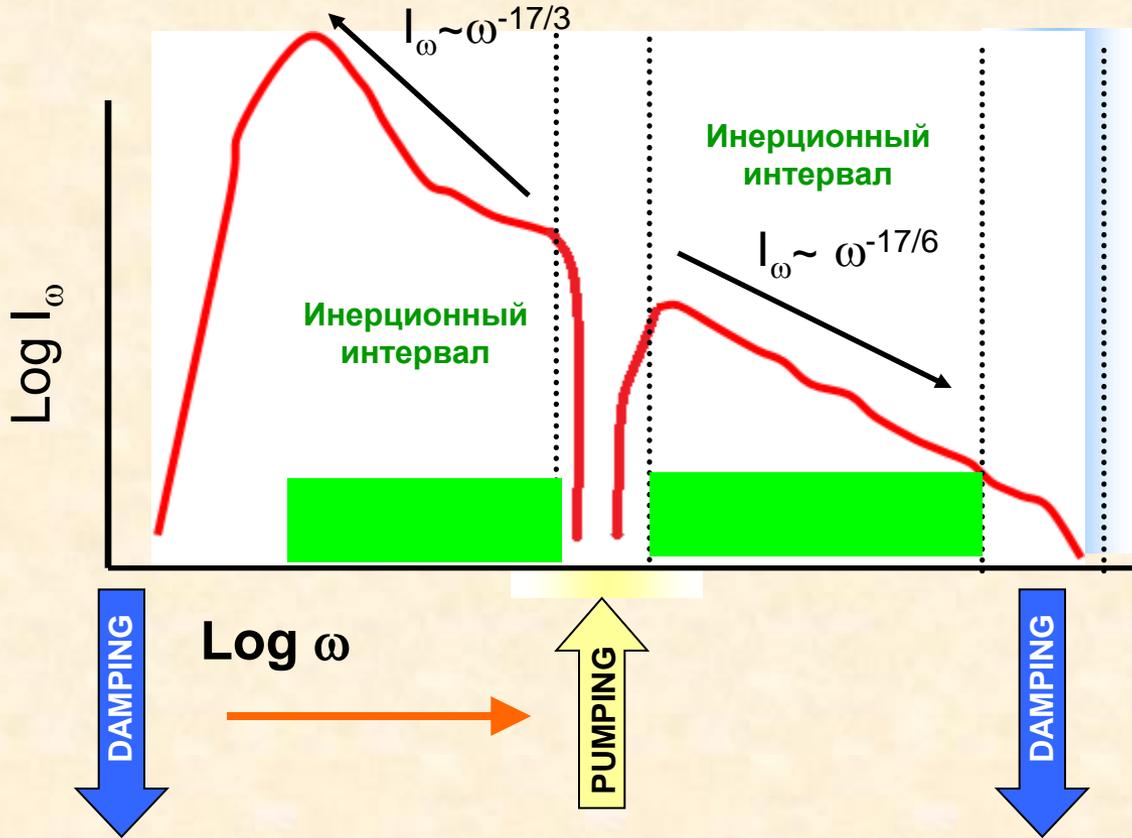
## Обратный каскад



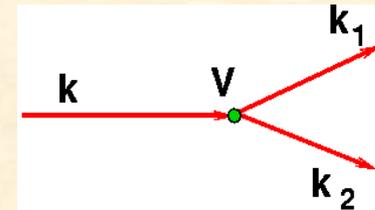
$$E(k) \sim k^{-5/3}$$

V.E. Zakharov and R. Kraichnan, Медаль Дирака 2003

$$\omega^2 = gk + \sigma/\rho k^3$$

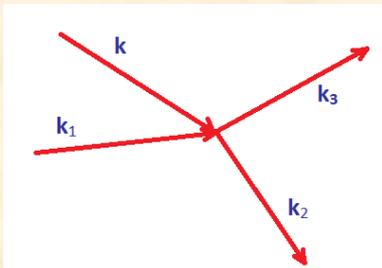


Передача энергии по каскаду:  
прямой и обратный каскады



$$k = k_1 + k_2$$

$$\omega = \omega_1 + \omega_2$$



Количество волн N

$$k + k_1 = k_3 + k_2$$

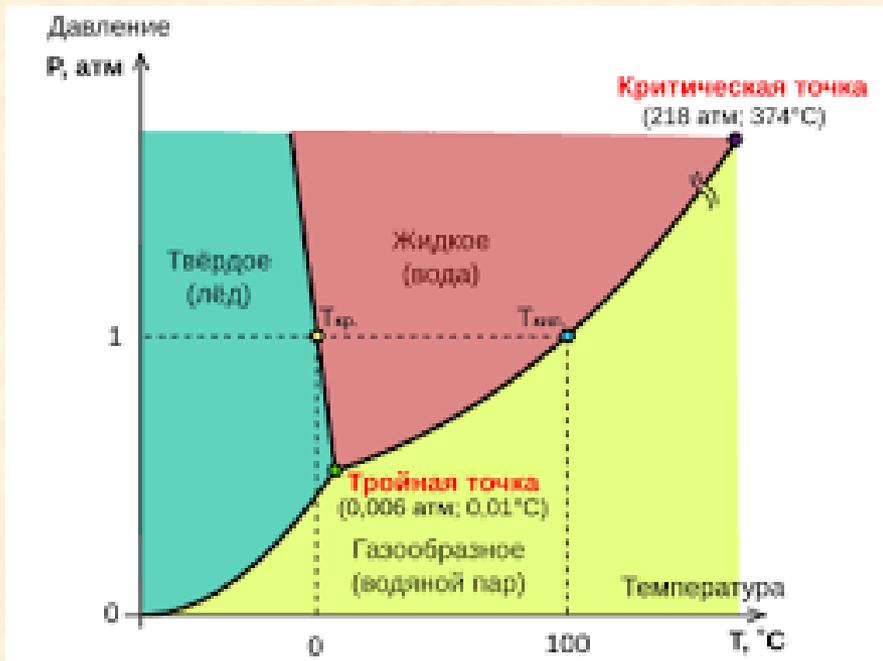
$$\omega + \omega_1 = \omega_3 + \omega_2$$

Роток энергии  $P > 0$

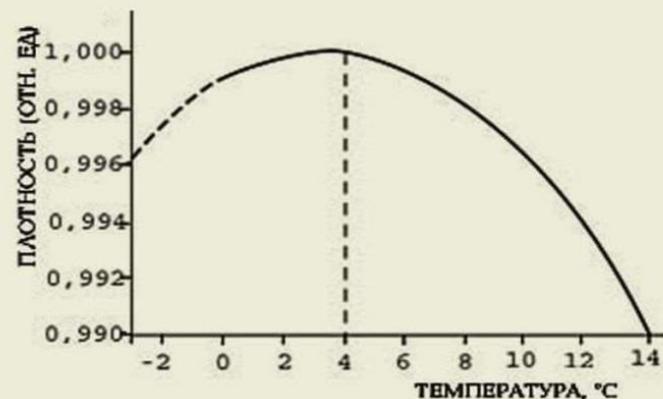
Высоковозбужденное состояние системы со многими степенями свободы, в котором имеется направленный в  $k$ -пространстве поток энергии, называется турбулентным. В режиме турбулентности система находится вдали от своего термодинамического равновесия и характеризуется существенным нелинейным взаимодействием степеней свободы, а так же диссипацией энергии. Нелинейное взаимодействие приводит к эффективному перераспределению энергии между степенями свободы (модами).

Почему выбрали воду, водород и гелий ?

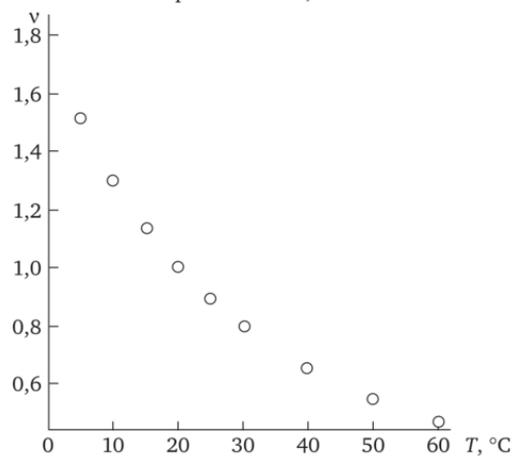
# Вода



## ЗАВИСИМОСТЬ ПЛОТНОСТИ ВОДЫ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

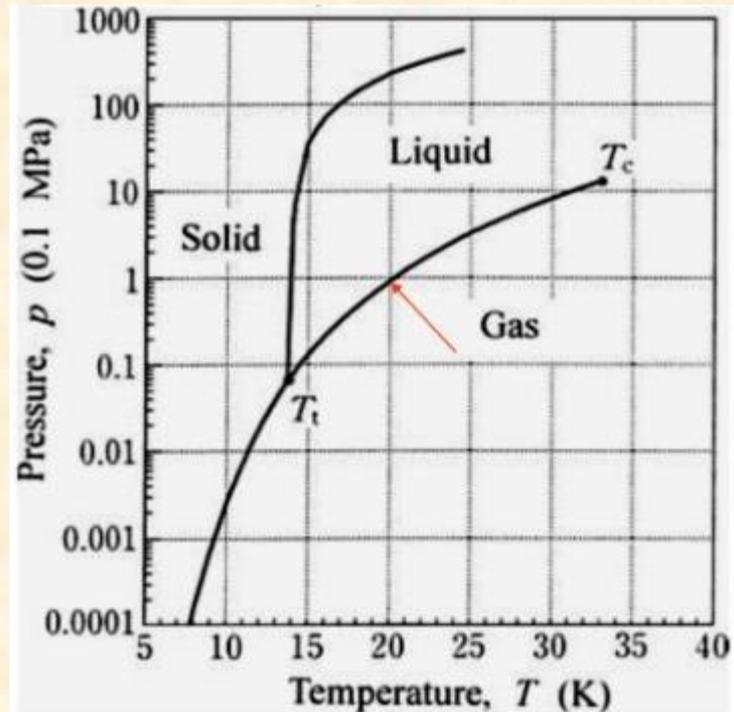


Кинематическая вязкость  $\nu$  воды,  $10^{-2}$  см<sup>2</sup>/с, при  $P = 98\,066,5$  Па



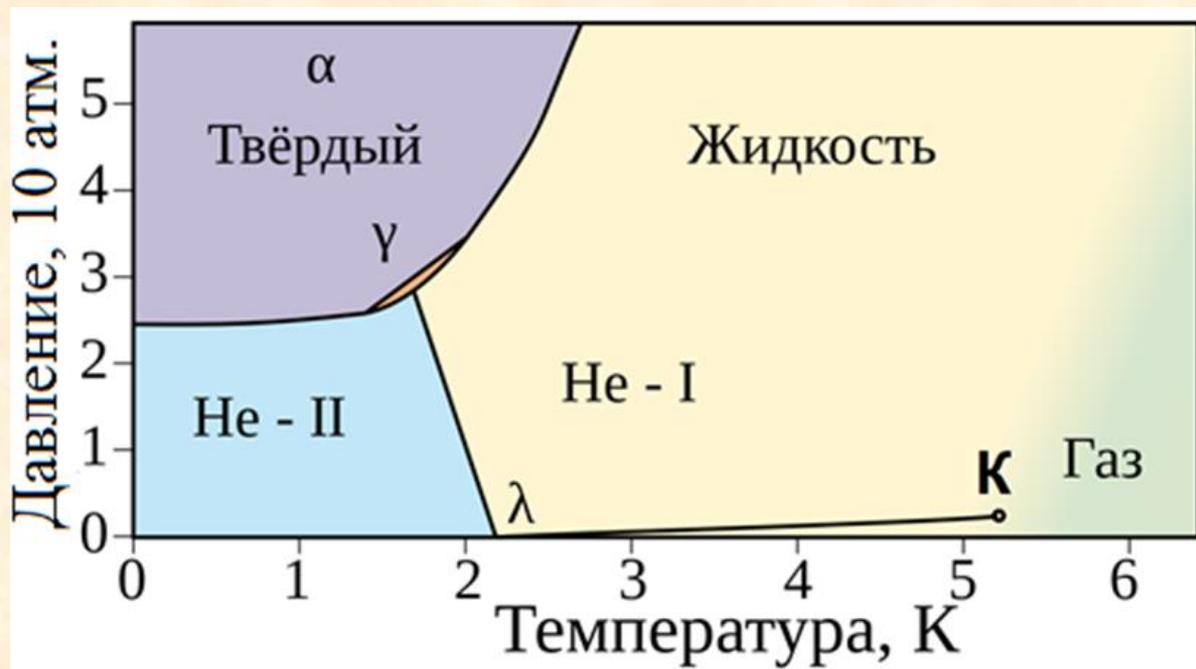
$$[\nu] = \frac{[\mu]}{[\rho]} = \frac{M/(L \cdot T)}{1/L^3} = \frac{L^2}{T}$$

# Водород



$p$ - $T$  фазовая диаграмма водорода  
 $T_t$  and  $T_c$  тройная и критическая точки.  
Стрелка – точка кипения при атм. давлении

# Гелий -4

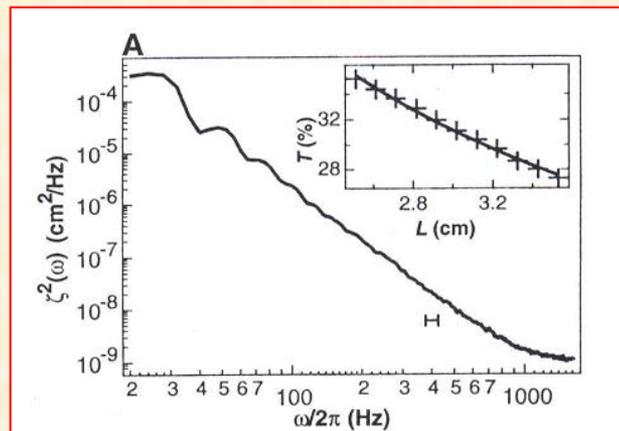
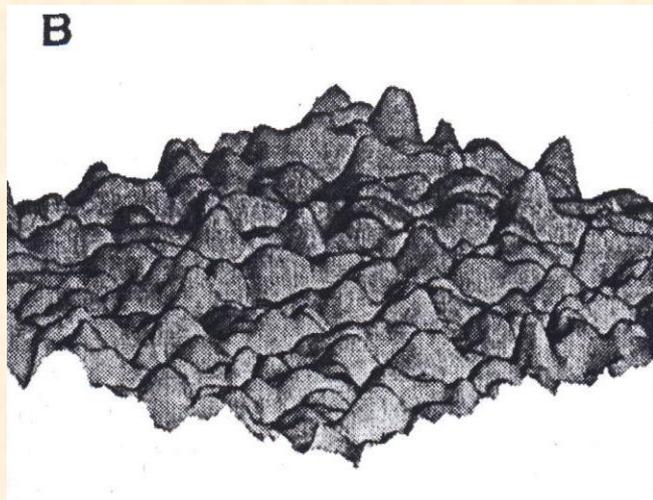


## Свойства жидкого водорода, гелия и воды

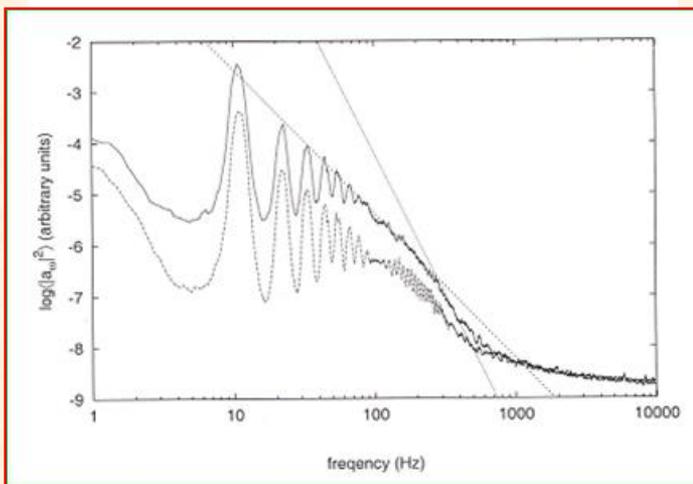
	Liquid Hydrogen, T=15 K	Liquid Helium, T=4.2 K	Water, T=300 K
Плотность $\rho$ , g/cm <sup>3</sup>	0.076	0.145	1.0
Поверхностное натяжение $\alpha$ , dyn/cm	2.7	0.12	77
Капиллярная длина $\lambda$ , cm	1.18	0.18	1.74
Кинематическая вязкость $\nu$ , cm <sup>2</sup> /s	0.0026	0.0002	0.01
Диэлектрическая проницаемость, $\epsilon$	1.26	1.047	81

Методы возбуждения и регистрации волн на  
поверхности жидкости  
Новые возможности

# Турбулентность на поверхности воды



W.Wright, R.Hiller and S.Putterman, *J.Acoust.Soc.Am.*, **92**, 2360 (1992).



E.Henry, P.Alstrom and M.T.Levinsen, *Euro.Phys.Lett.*, **52**, 27 (2000)

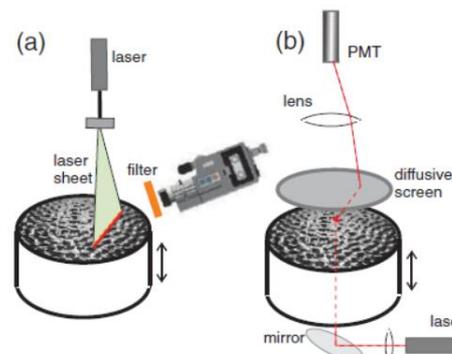


FIG. 1 (color online). Experimental setup: (a) fast video recording of the fluorescing water surface, (b) local measurement of the laser beam transmission through diffusing liquid.

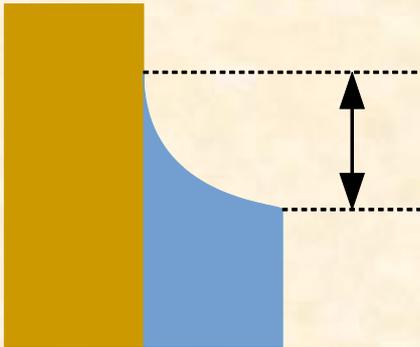
## Capillary Rogue Waves

M. Shats,<sup>\*</sup> H. Punzmann, and H. Xia

Research School of Physics and Engineering, The Australian National University, Canberra ACT 0200, Australia  
(Received 8 December 2009; published 11 March 2010)

# Метод возбуждения

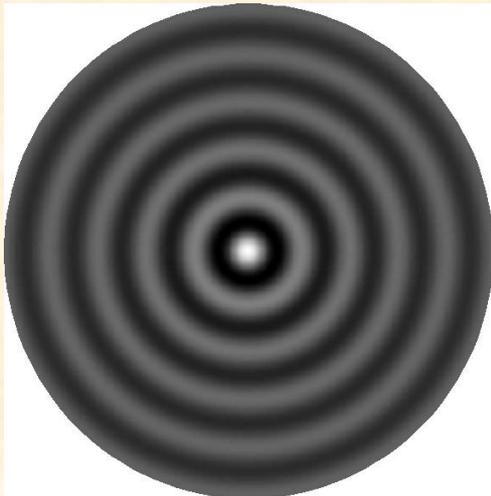
Накачка мениском



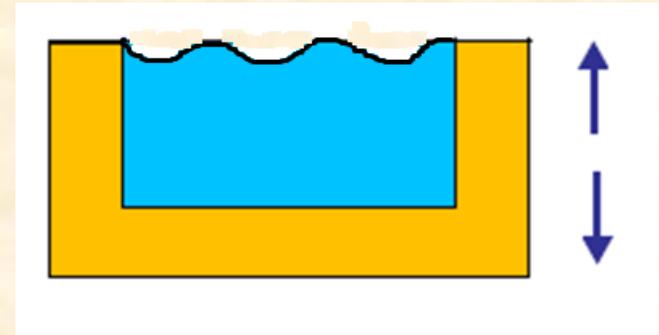
$$h = 2s \lambda_{cap} \left( 1 - \frac{\beta \cos \omega p t}{2} \right)$$

$$h^2 = 2\sigma(1 - \sin \phi) / \rho g$$

$$\zeta(\mathbf{r}, t) = a e^{i\omega t} J_0(kr), \omega = \omega_p$$

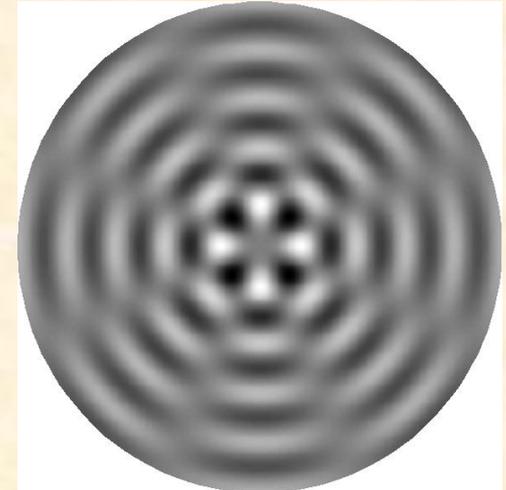


Параметрическая накачка

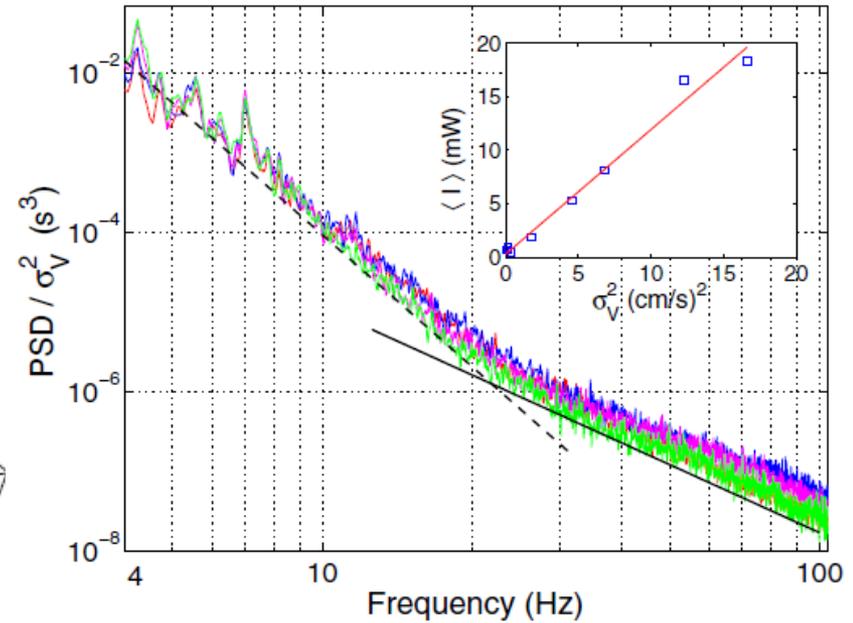
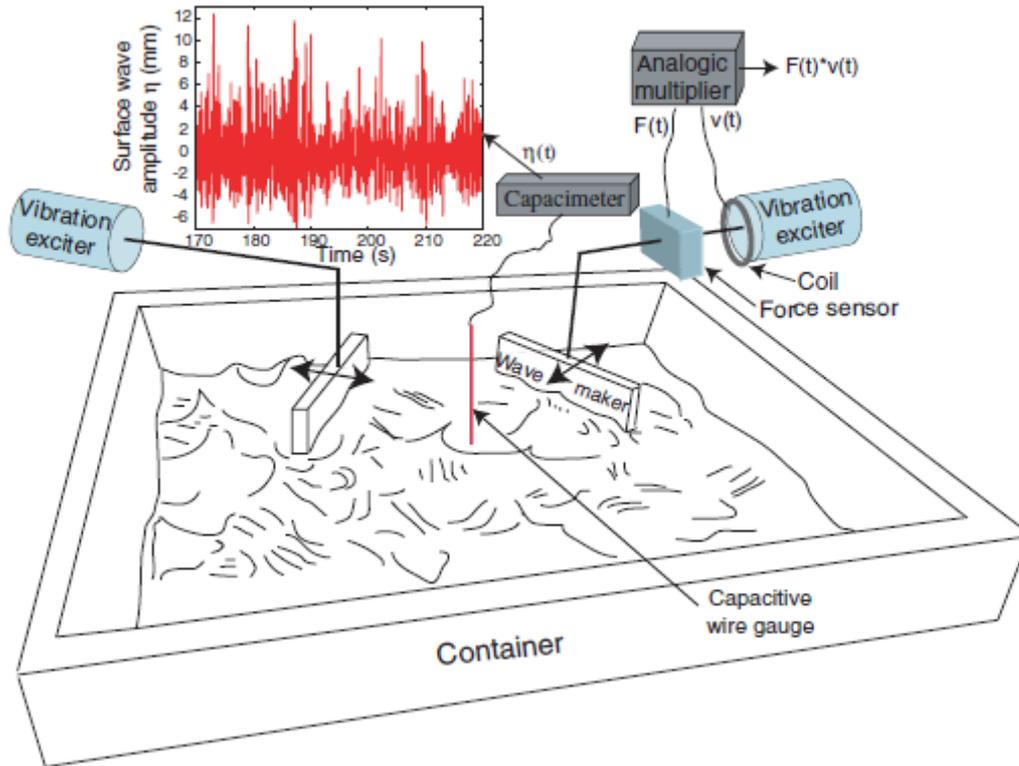


$$g(t) = g_0(1 + \beta \cos(\omega_p t))$$

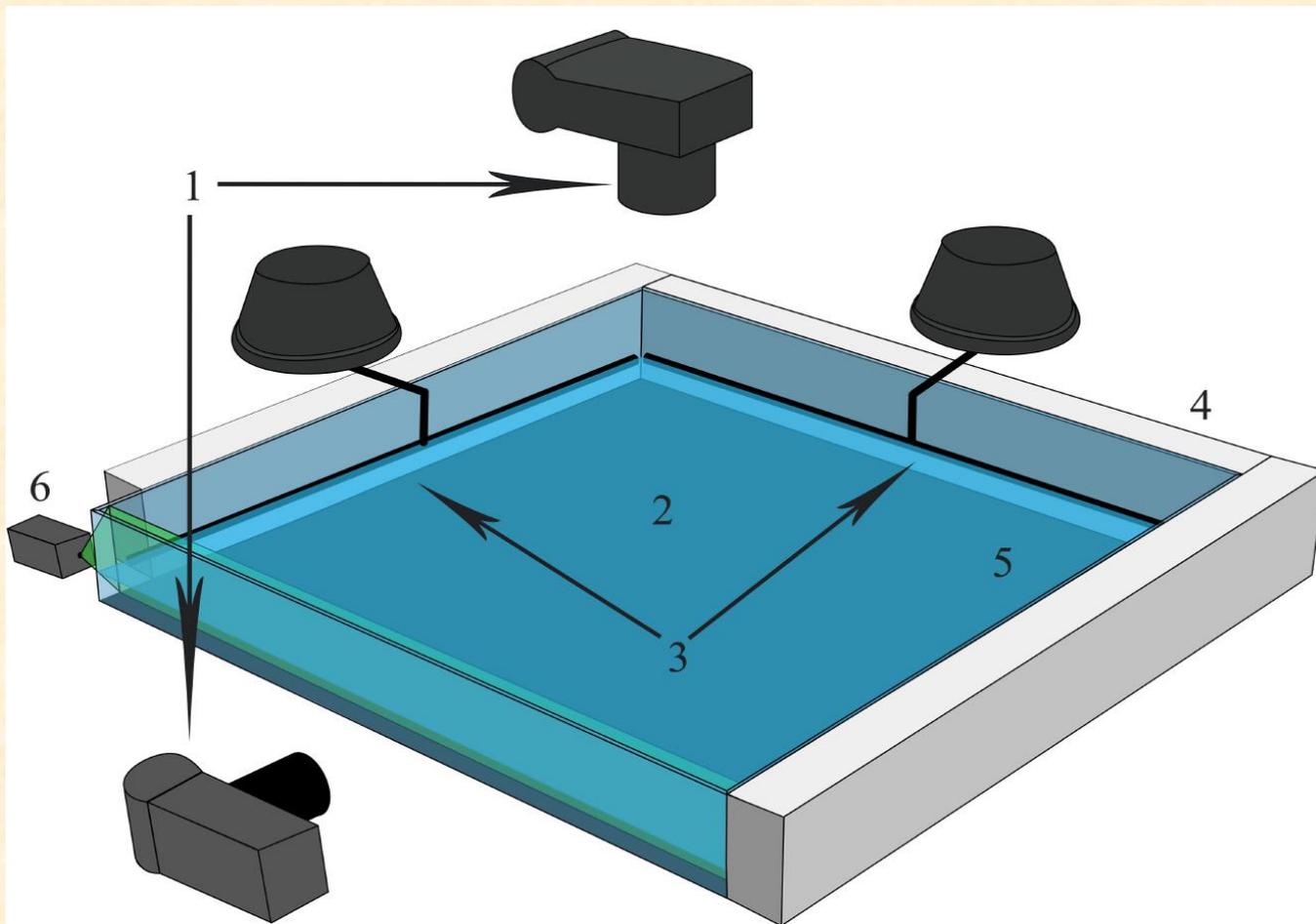
$$\zeta(\mathbf{r}, t) = a e^{i\omega t} J_n(kr) \cos n\theta, \omega = \omega_p / 2$$



# Турбулентность на поверхности ртути



Observation of Gravity-Capillary Wave Turbulence  
Eric Falcon, Claude Laroche, and Stephan Fauve, PRL 98,  
094503 (2007)



1 – видеокамера, 2 – приводы плунжеров,  
3 – плунжеры, 4 – ванна, 5 – вода.

# Метод измерений

Корреляционная функция в Фурье  
представление

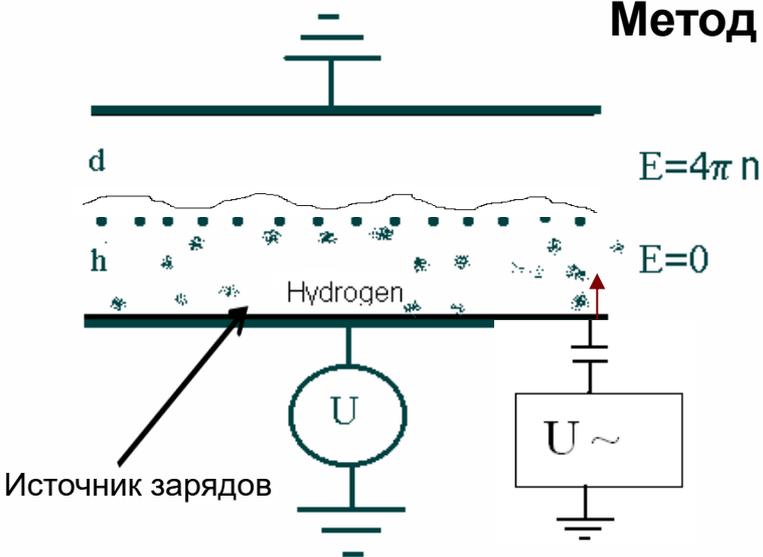
Узкий луч ( $ka \ll \pi$ ,  $a$  – размер  
лазерного пятна):

$$I_{\omega} \sim \omega^{4/3} P_{\omega}^2$$

Широкий луч ( $ka \gg \pi$ ):

$$I_{\omega} \sim P_{\omega}^2$$

$P_{\omega}$  – Фурье амплитуда



Источник зарядов

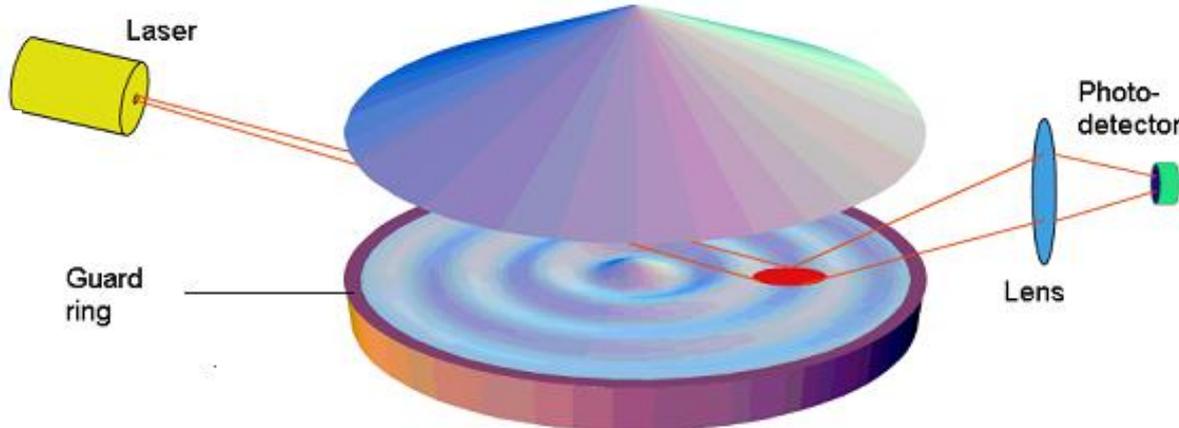
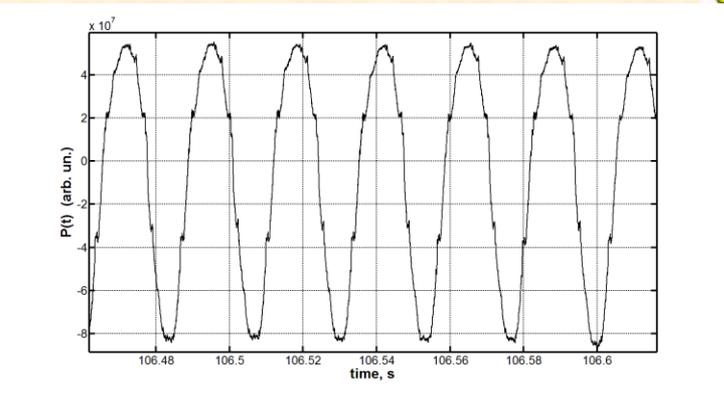


Схема регистрации поверхностных колебаний



Фрагмент экспериментальной записи P(t).  
Монохроматическая накачка.

Основной вопрос в исследовании волновой турбулентности - нахождение закона распределения энергии системы волн по шкале частот  $E\omega$

В.Е. Захаров, Н.Н. Филоненко, 1967

$$E = \int \omega_{\mathbf{k}} n_{\mathbf{k}} d\mathbf{k} = \int \omega n(\omega) d\omega = \int E_{\omega} d\omega$$

$$n(\omega) = C P^{1/2} \rho^{3/2} \sigma^{-1/4} \omega^{-15/6}$$

“occupation numbers” for wave modes of frequency  $\omega$ .

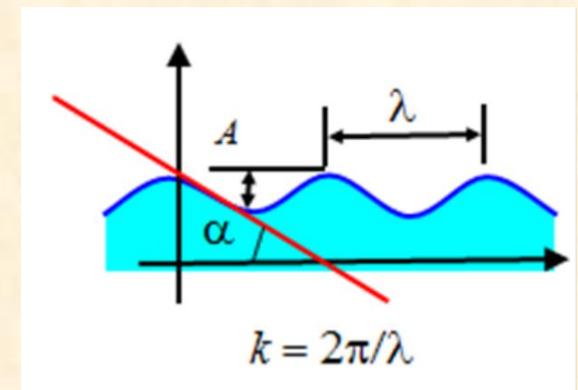
$$I_{\omega} = \langle |\eta_{\omega}|^2 \rangle$$

pair correlation function

of deviations of the surface  $\eta(r,t)$

$$I_{\omega} \sim \rho^{-17/6} \sigma^{-7/12} n(\omega) \omega^{-1/3}$$

$$I_{\omega} = \langle |\eta_{\omega}|^2 \rangle = C P^{1/2} (\sigma/\rho)^{1/6} \omega^{-17/6}$$



Угловая амплитуда  $\alpha \ll 1$

$$\omega^2 = gk + \sigma/\rho k^3$$

На поверхности океана



$$\omega^2 = kth(kh) (g + k^2\sigma/\rho - 2k P cth(kd)/\rho)$$

На поверхности жидкости  
в экспериментальной  
ячейке

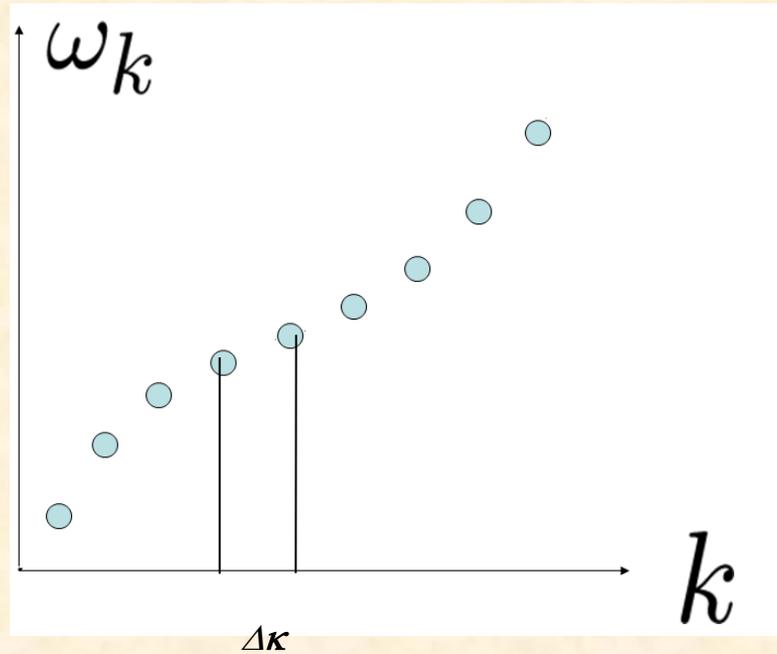
h – глубина жидкости

d – расстояние до верхнего электрода

P – давление электрического поля

## Спектр волн на поверхности жидкости

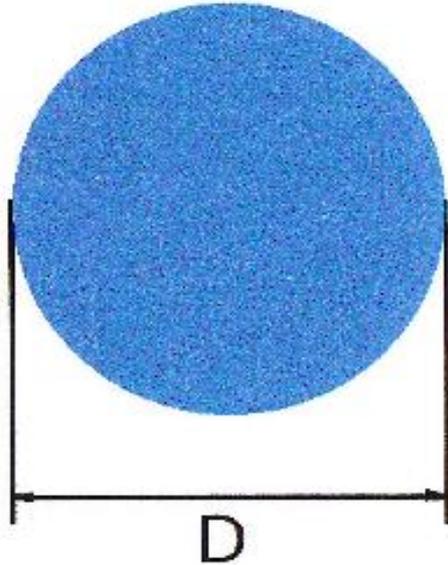
$$\omega^2 = gk + \sigma/\rho k^3$$



Расстояние между резонансами в  $k$ -пространстве

$$\Delta k \approx 2\pi/D$$

## Цилиндрическая геометрия



$k$  - скаляр

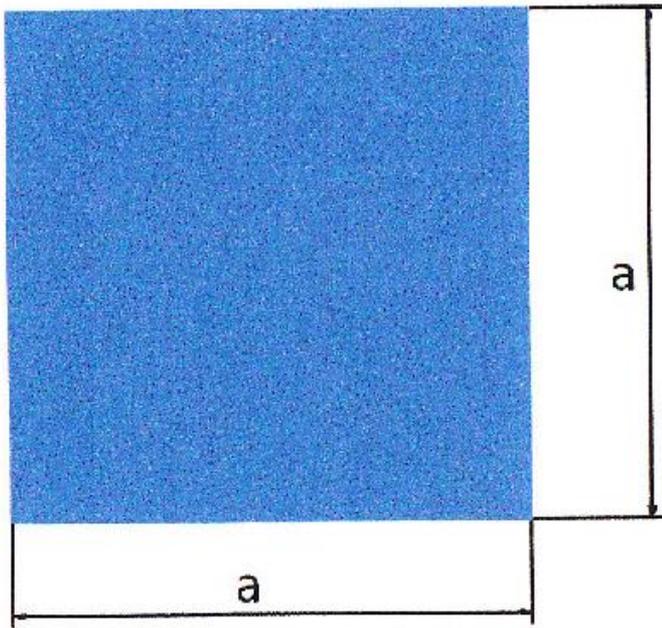
$$J_1(kD/2) = 0$$

$$J_\alpha(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\alpha\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$k = \frac{2\pi}{D} \left(n - \frac{3}{4}\right)$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \left(\frac{2\pi}{D}\right)^{3/2} \left(n - \frac{3}{4}\right)^{3/2}$$

## Прямоугольная геометрия. Двумерное пространство.



$$k_x = (\pi/a)n$$
$$k_y = (\pi/a)m$$

$$\omega^2 = (\sigma/\rho)k^3$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\sigma}{\rho}} \left(\frac{\pi}{a}\right)^{3/2} (n^2 + m^2)^{3/4}$$

**k – вектор!**

**Плотность резонансов много выше, чем в цилиндрической ячейке.**

# Законы сохранения энергии и импульса

$$k=k_1+k_2$$

$$\omega=\omega_1+\omega_2$$

## Трёхволновое взаимодействие

Система для трехволнового взаимодействия не имеет решений в случае капиллярных волн в ограниченной геометрии. Взаимодействующих мод Фурье в кинетическом уравнении для волн в конечной области нет. Однако ситуация меняется, если учесть нелинейную дисперсионную поправку, обусловленную конечной амплитудой возбуждаемой волны и вязкостью жидкости. Законы сохранения преобразуются в квазизакон сохранения.

Карташова  
Захаров  
Назаренко

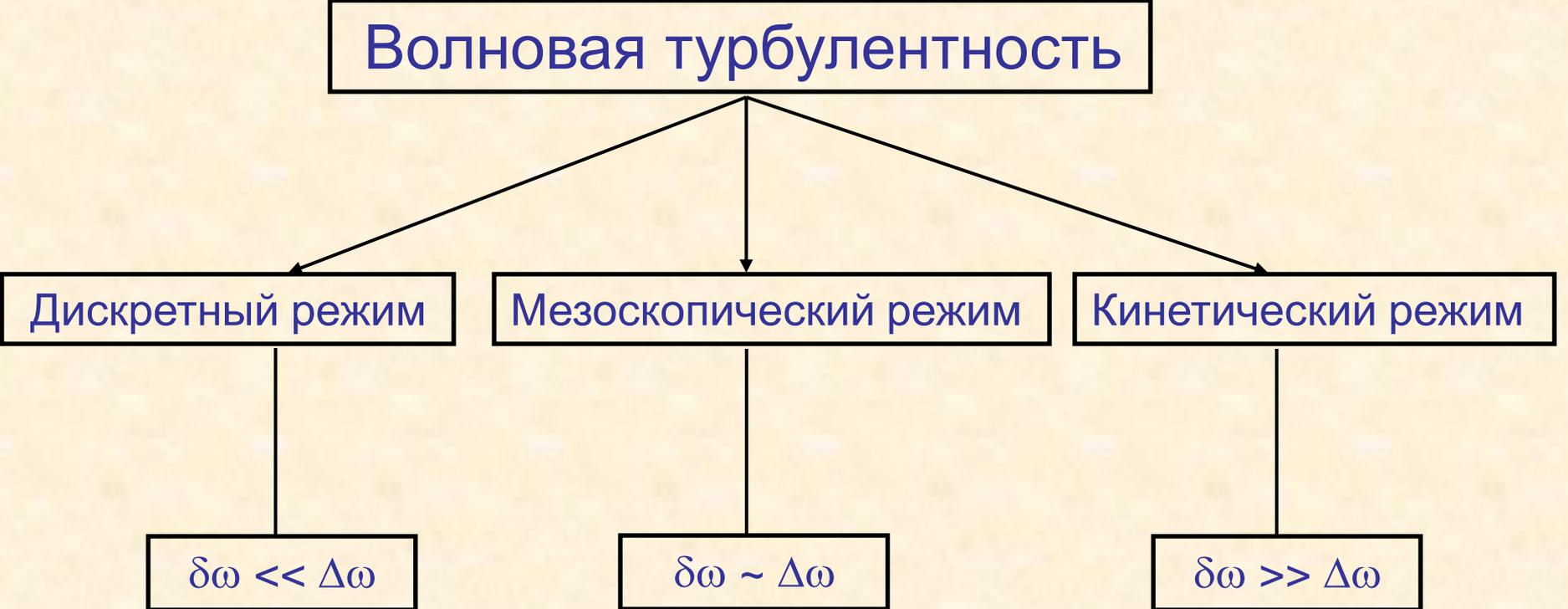
$$\omega_1+\omega_2=\omega_3+\delta$$

$$k_1+k_2=k_3$$

Уширение резонансного пика :

$$\delta\omega = \Delta\omega_{nl} + \Delta\omega_v ,$$

# Волновая турбулентность



```
graph TD; A[Волновая турбулентность] --> B[Дискретный режим]; A --> C[Мезоскопический режим]; A --> D[Кинетический режим]; B --> E["δω << Δω"]; C --> F["δω ~ Δω"]; D --> G["δω >> Δω"];
```

The diagram is a hierarchical flowchart. At the top is a box labeled 'Волновая турбулентность'. Three arrows point downwards from this box to three separate boxes: 'Дискретный режим', 'Мезоскопический режим', and 'Кинетический режим'. From each of these three boxes, a vertical arrow points down to a corresponding mathematical expression: 'δω << Δω' under the discrete regime, 'δω ~ Δω' under the mesoscopic regime, and 'δω >> Δω' under the kinetic regime.

Дискретный режим

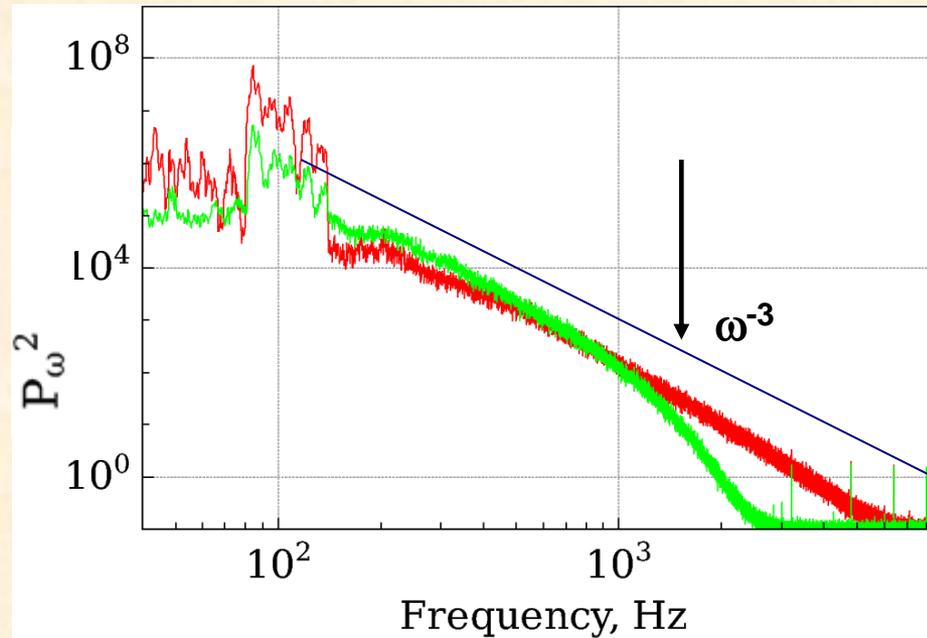
$$\delta\omega \ll \Delta\omega$$

Мезоскопический режим

$$\delta\omega \sim \Delta\omega$$

Кинетический режим

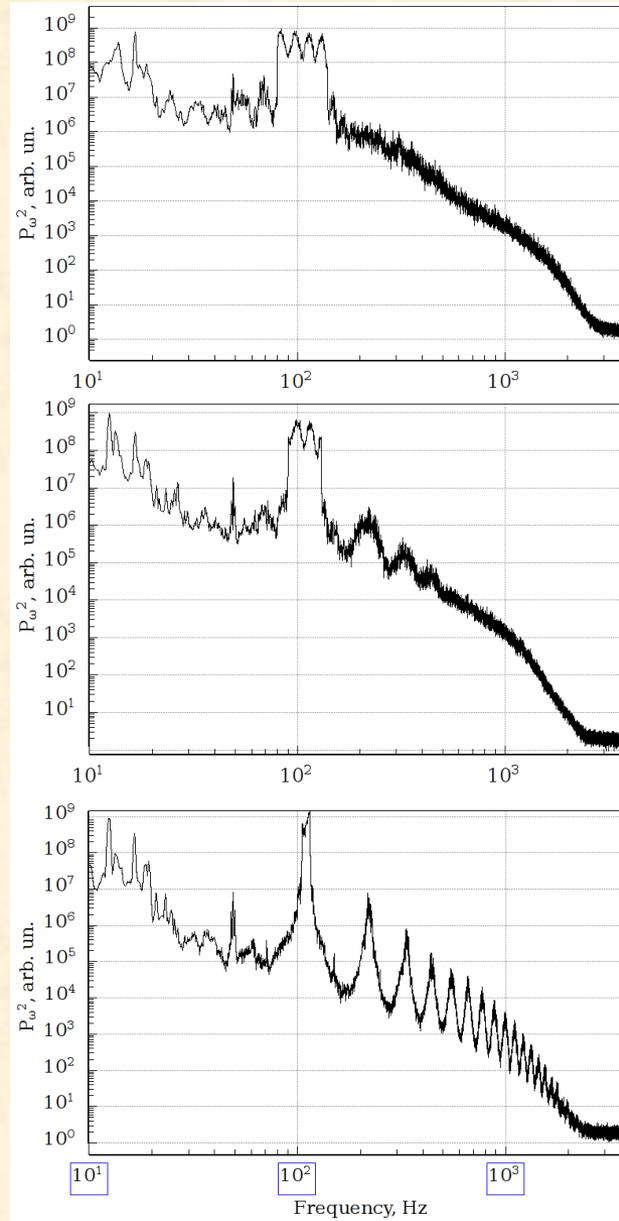
$$\delta\omega \gg \Delta\omega$$



Турбулентный каскад на поверхности жидкого водорода.  
Широкополосная накачка.

Эволюция турбулентного каскада с изменением ширины накачки

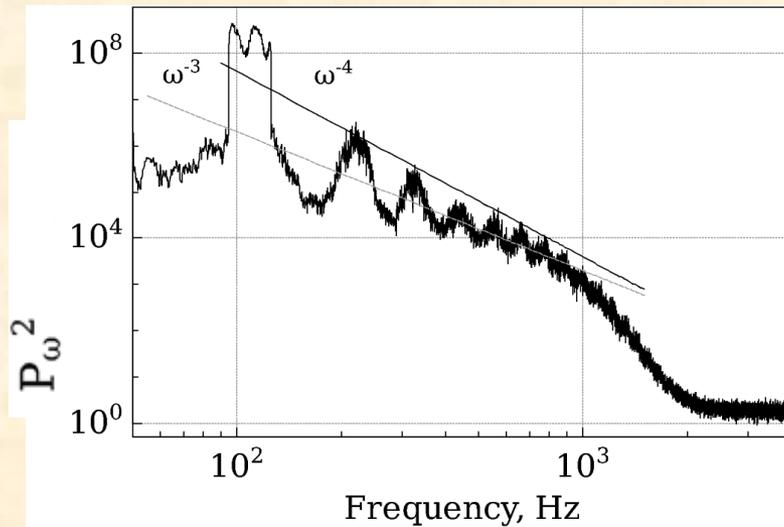
- a) 80-140 Hz,
- b) 90-130 Hz,
- c) 105-115 Hz.



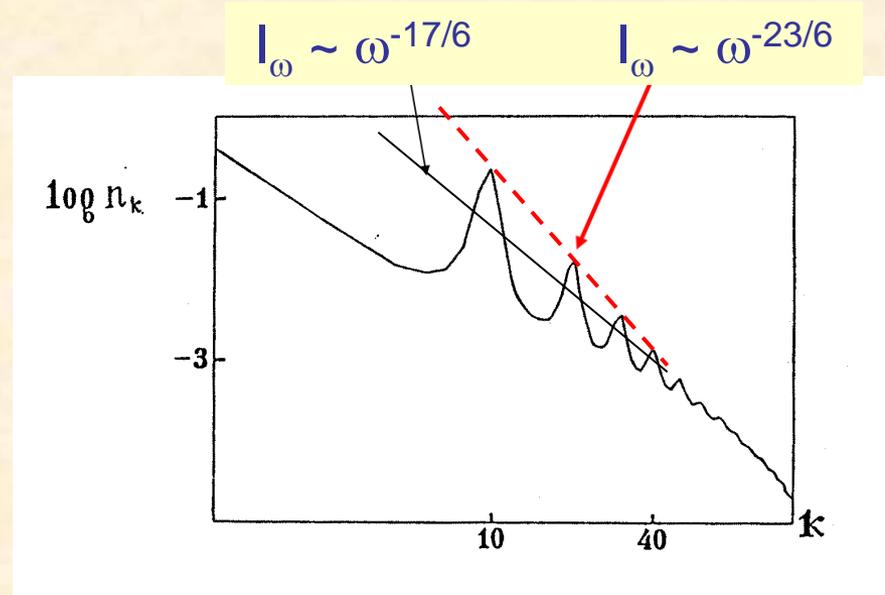
a)

b)

c)

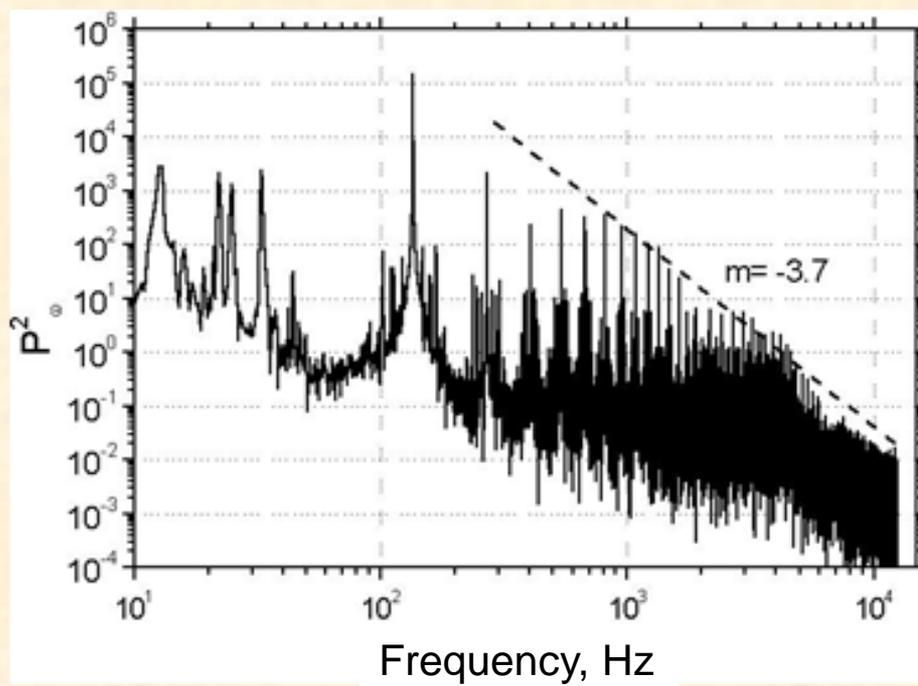


Турбулентный каскад, возбуждаемый узкополосной силой.

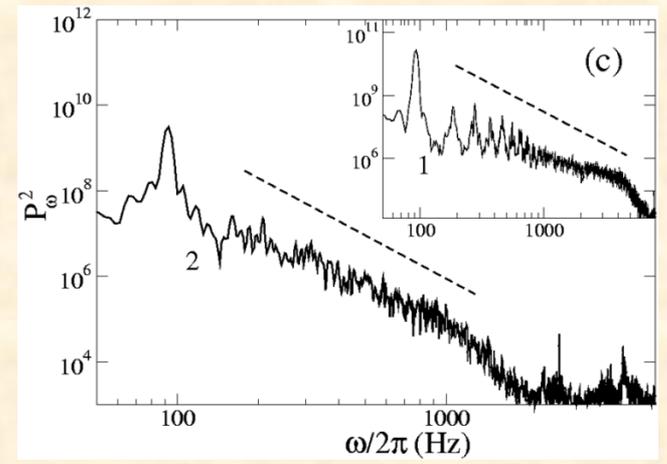
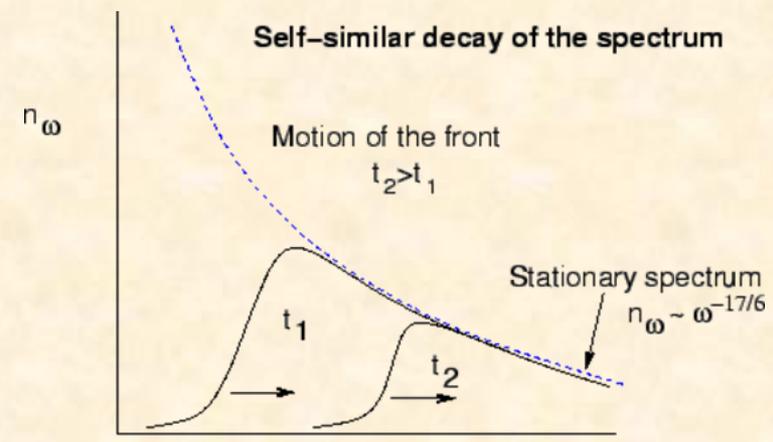


Stationary distribution  $n_k$  for capillary waves calculated for the case of spectrally sharp driving (G.E. Falkovich, A.B. Shafarenko, 1988)

### Дискретный турбулентный каскад энергии

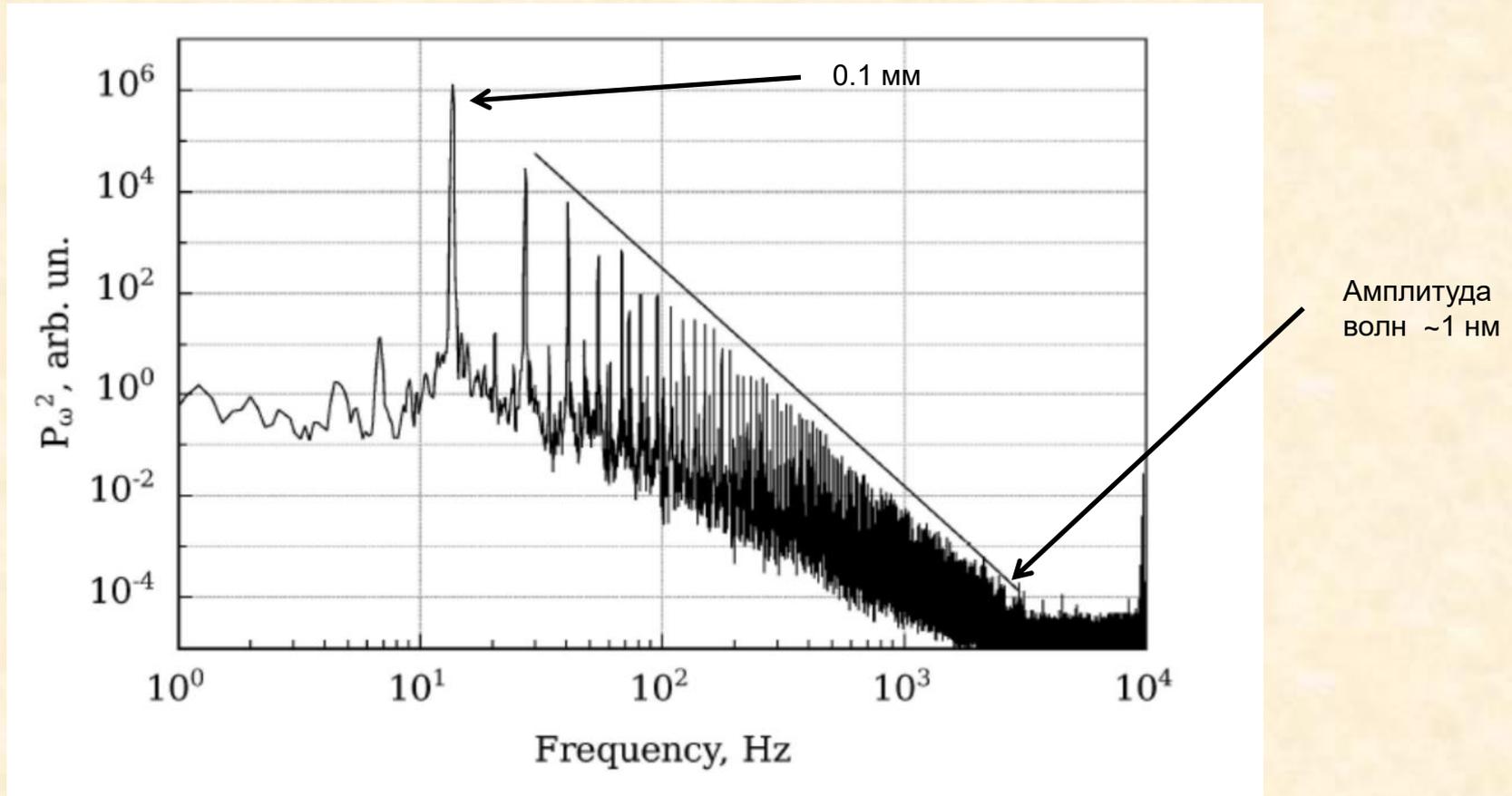


Турбулентный каскад на поверхности жидкого водорода. Монохроматическое возбуждение на частоте 135 Гц, Амплитуда первой гармоники - 0,02 мм.



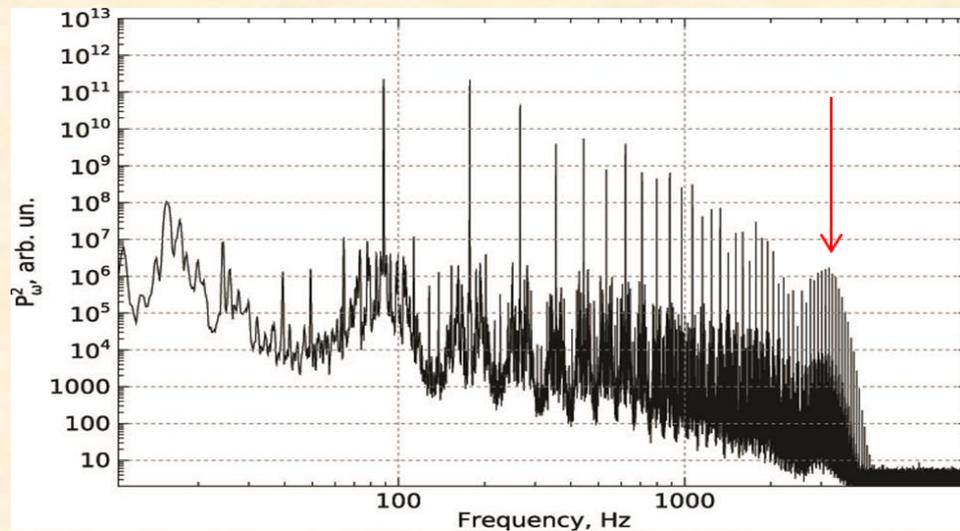
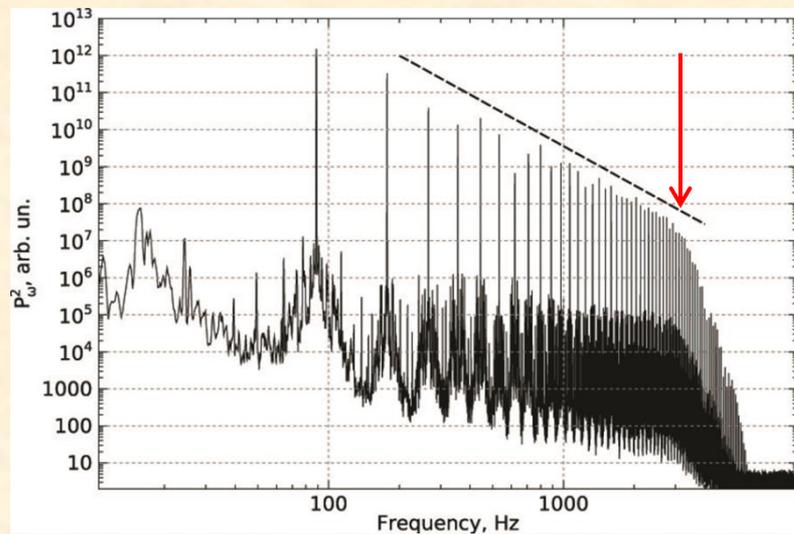
Квазиadiaбатический распад

# Прямой турбулентный каскад на поверхности сверхтекучего гелия.



Сверхтекучий гелий.  
 $T=1.95\text{K}$

Локальный максимум

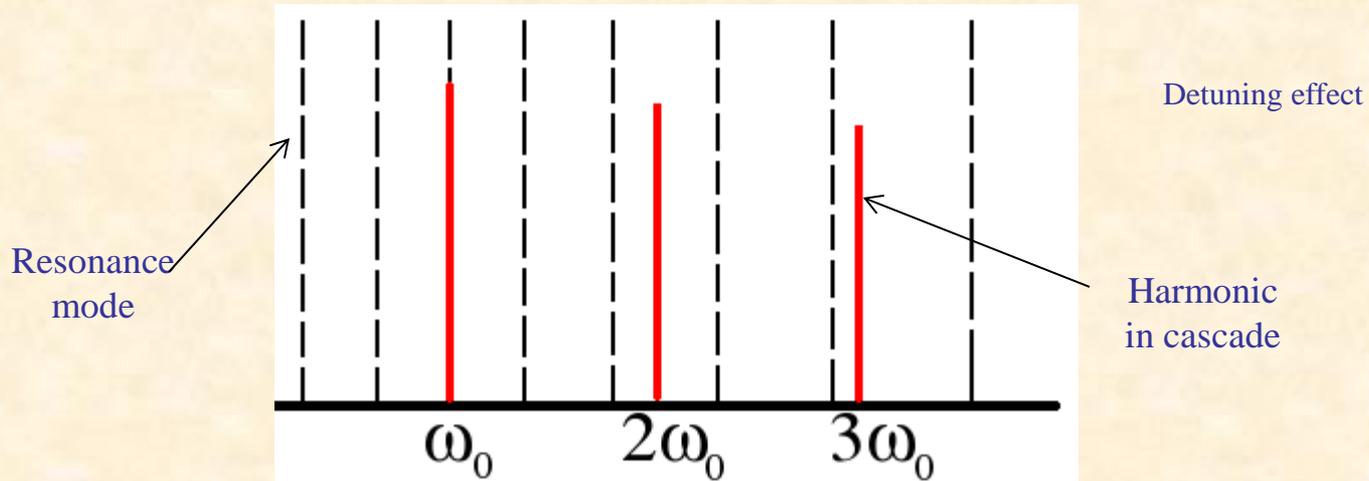


Турбулентное распределение при монохроматической накачке на частоте 90 Гц. Температура 1.7К. Прямоугольная ячейка, сверхтекучий гелий.

Значительный прорыв в классификации существования решений этой системы для различных типов дисперсионных соотношений  $w(k)$  был получен Карташовой. Было показано, в частности, что система (18) и (19) не имеет решений в случае дисперсионного соотношения капиллярных волн, что означает отсутствие взаимодействующих мод Фурье в кинетическом уравнении для волн в конечной области.

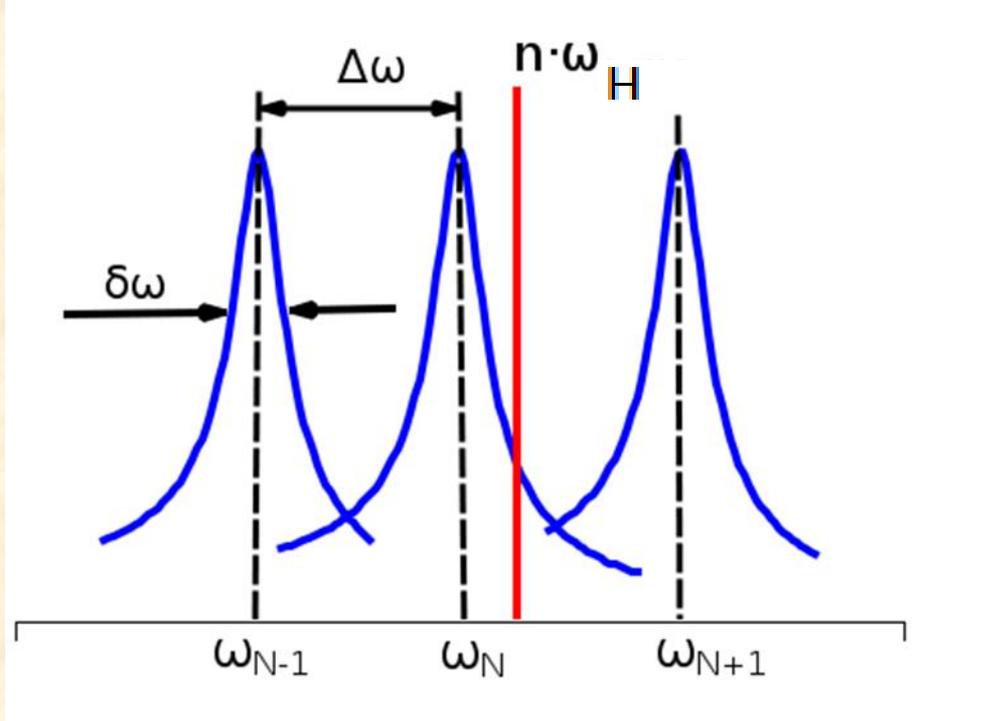
$$\omega_{\vec{k}} = \omega_{\vec{k}_1} + \omega_{\vec{k}_2}, \quad k^{3/2} = k_1^{3/2} + k_2^{3/2} \quad (18)$$

$$\vec{k} = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 \quad \text{Detuning effect} \quad (19)$$



$$\Delta\omega = \frac{\partial\omega}{\partial k} \Delta k = \frac{3\pi}{D} \left(\frac{\sigma}{\rho}\right)^{1/3} \omega^{1/3}$$

## Уширение резонансных пиков



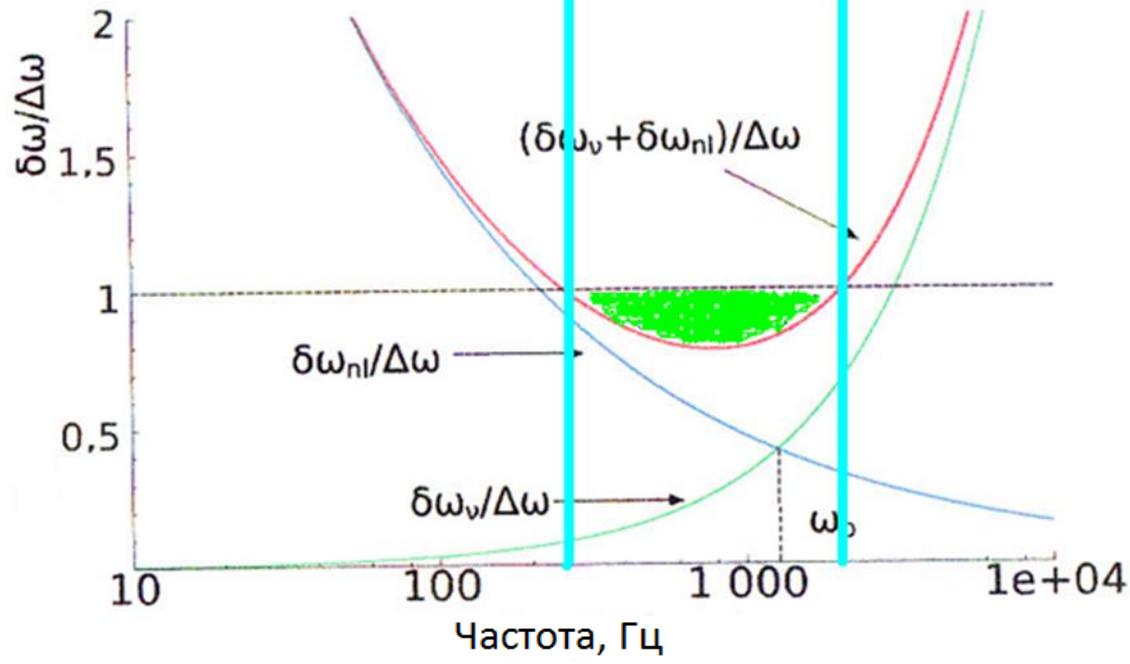
Ширина резонансного пика определяется вязким и нелинейным уширением,

$$\delta\omega = \delta\omega_v + \delta\omega_{nl}$$

$\delta\omega_v = 4\nu k^2 = 4\nu (\rho/\sigma)^{2/3} \omega^{4/3}$ ,  
 $\delta\omega_{nl} \sim f(A) \cdot \omega^{-1/6} \sim V^{2*} n(\omega)$   
 $f(A)$  – функция амплитуды накачки  $A$ .

# Формирование дискретной турбулентности

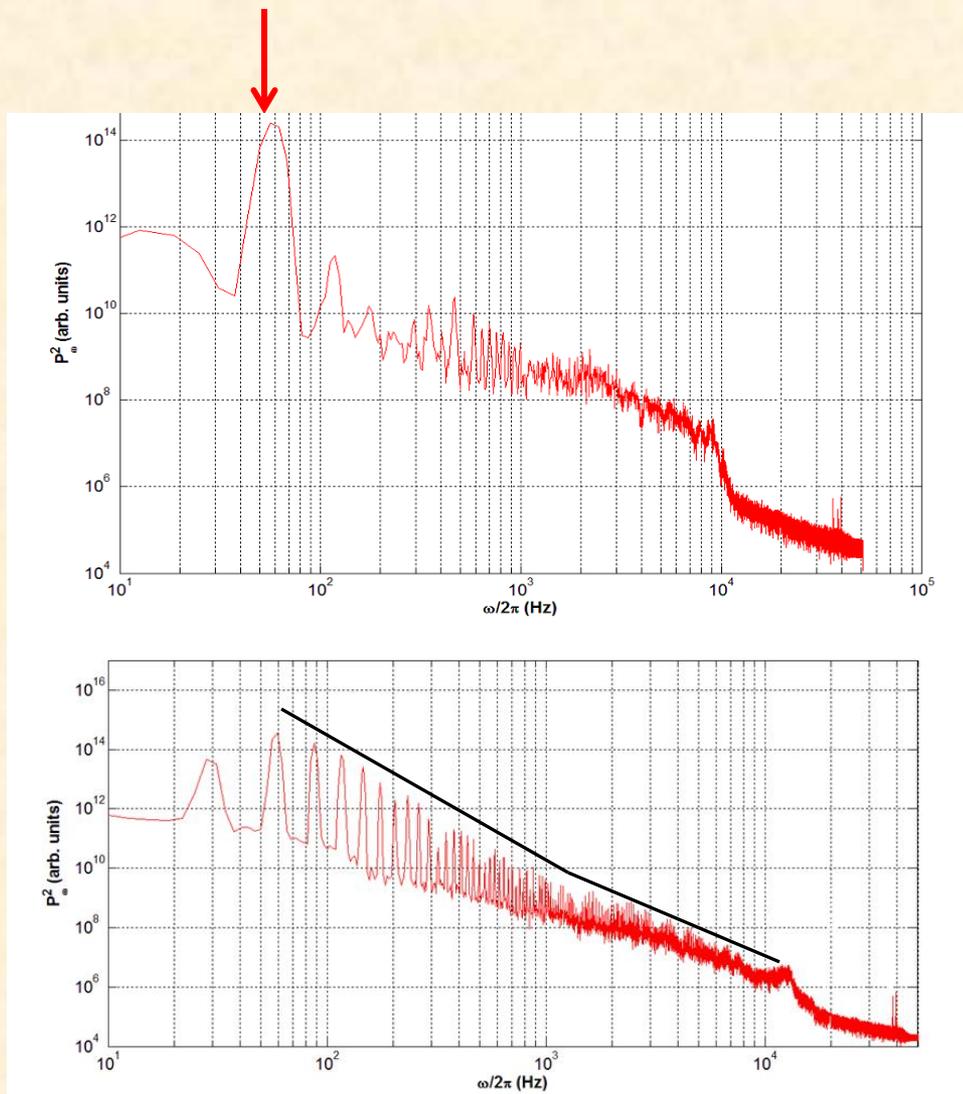
Кинетический режим      Дискретный режим



$$\frac{\delta\omega}{\Delta\omega} < 1$$

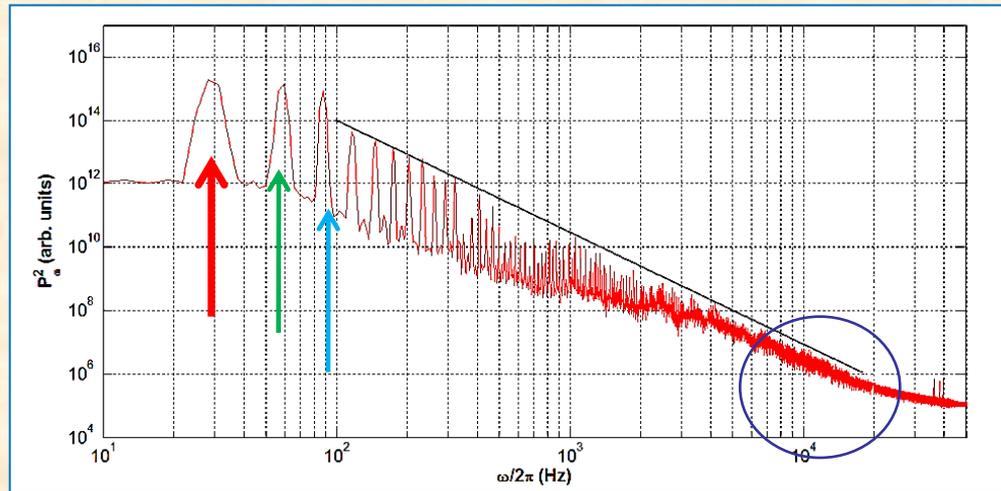
$$\frac{4\nu k_\omega^2 + \epsilon(A) \cdot \omega^{-1/6}}{(3\pi/D)(\sigma/\rho)^{1/3}\omega^{1/3}} < 1$$

# Локальный максимум на турбулентном каскаде. Жидкий водород.



Формирование каскада после включения накачки на частоте 58.4 Гц через 1 и 5 секунд. Цилиндрическая ячейка  $d = 60$  mm.

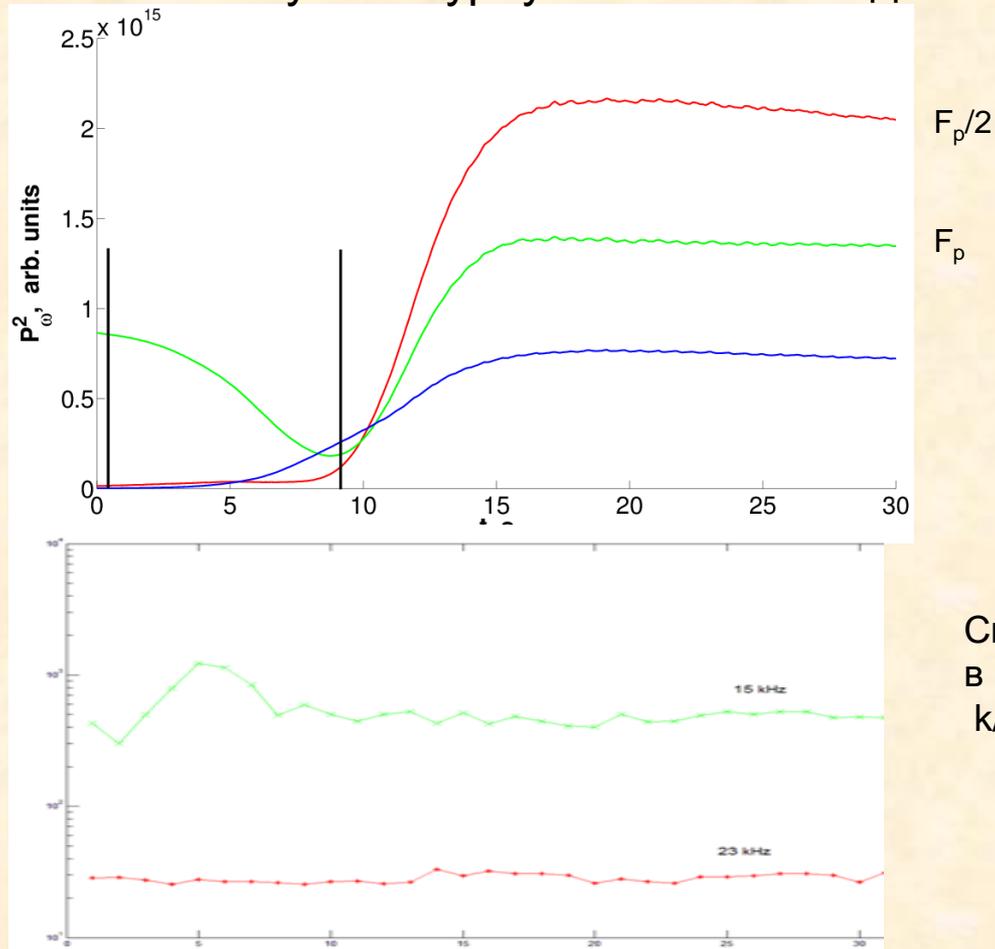
# Локальный максимум на турбулентном каскаде. Жидкий водород.



$t = 30$  s

Турбулентный каскад через 30 секунд после включения накачки.

# Локальный максимум на турбулентном каскаде. Жидкий водород.

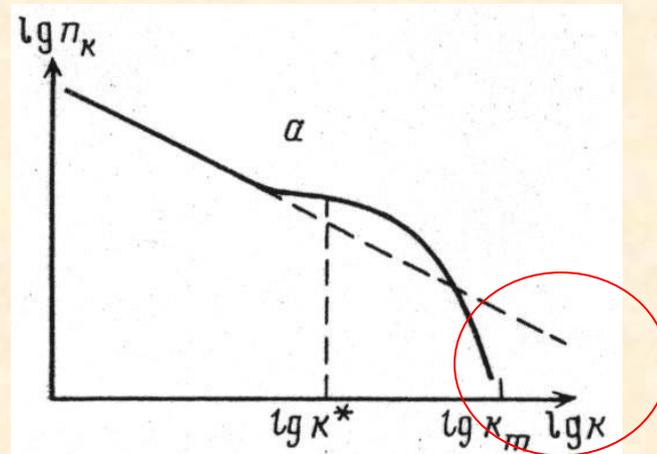


Скорость движения энергии  
в  $k$ - пространстве  
 $k/t \sim 5 \cdot 10^2$  (1/cm/sec)

Генерация субгармоники на  $fp/2$  сопровождается значительной потерей энергии волны на основной частоте ( $\sim 90\%$ ). В этом же временном окне наблюдается накопление энергии в области высоких частот. В отличие от He-II спектр собственных мод колебаний на поверхности  $H^2$  можно считать квазинепрерывным выше 1 кГц.

## Локальный максимум на турбулентном каскаде. Жидкий водород.

Уменьшение потока энергии из-за низкой плотности возбуждений в диссипативной области ведет к накоплению энергии вблизи края инерциального интервала.



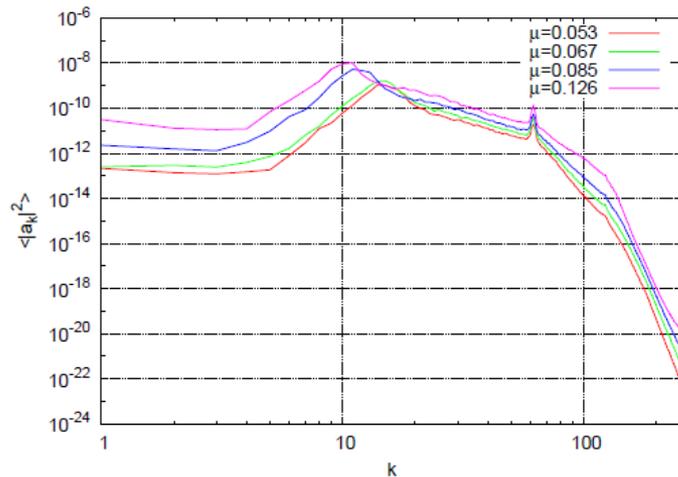
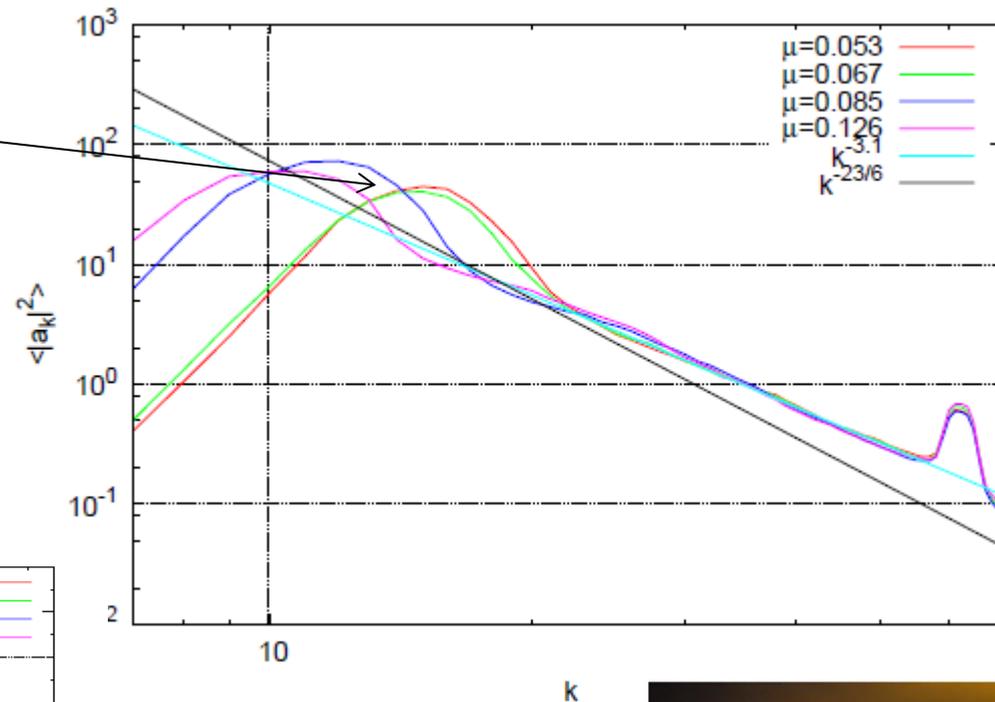
G. E. Falkovich, I. V. Ryzhenkova JETP, **98**, 1931 (1990)

$$dn_k / dt = S n_k - \gamma_k n_k$$

- Можно ли наблюдать обратный поток энергии в лабораторных условиях?

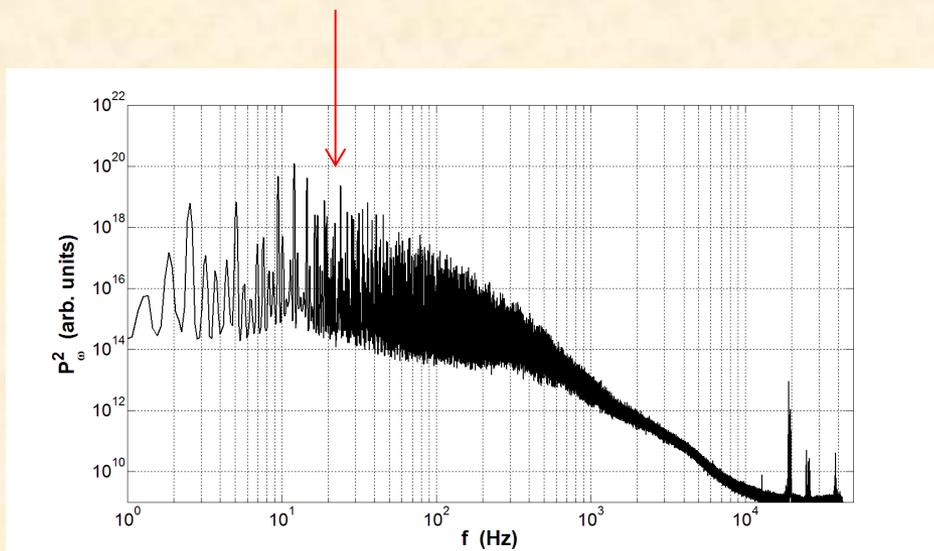
# Формирование обратного каскада

Конденсат



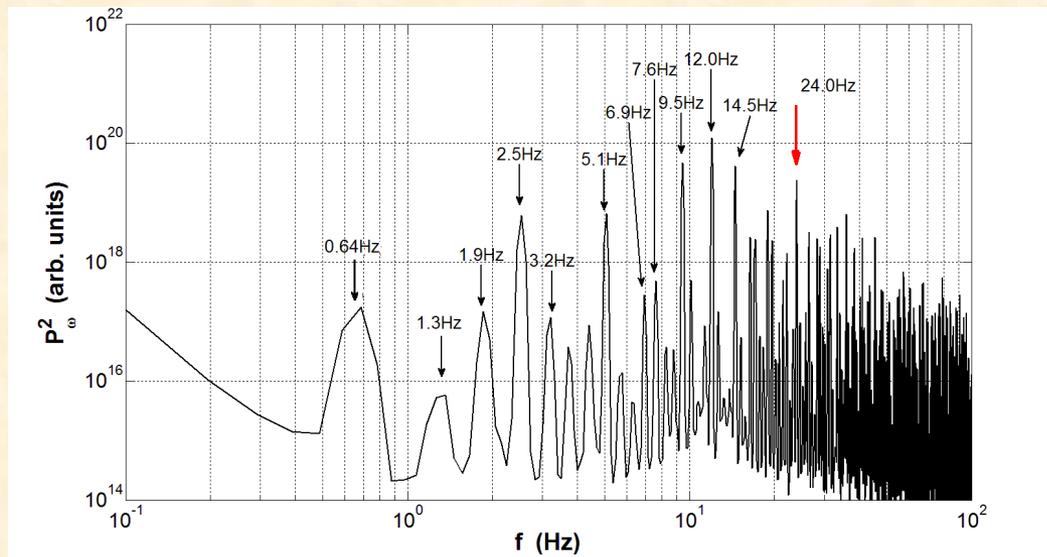
A. O. Korotkevich, *Influence of the condensate and inverse cascade on the direct cascade in wave turbulence*, Math. Comput. Simul., doi:10.1016/j.matcom.2010.07.009 (2010); arXiv: 0911.0741.

# Формирование обратного потока энергии на поверхности водорода



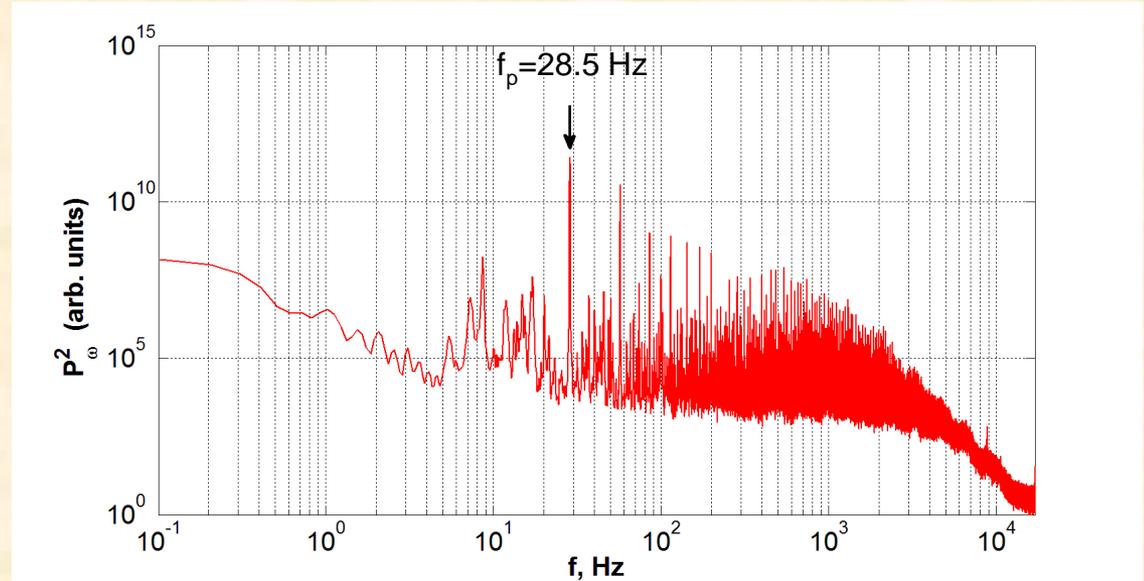
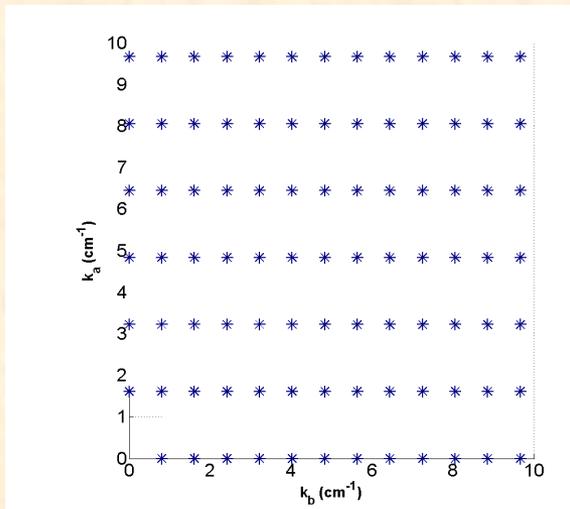
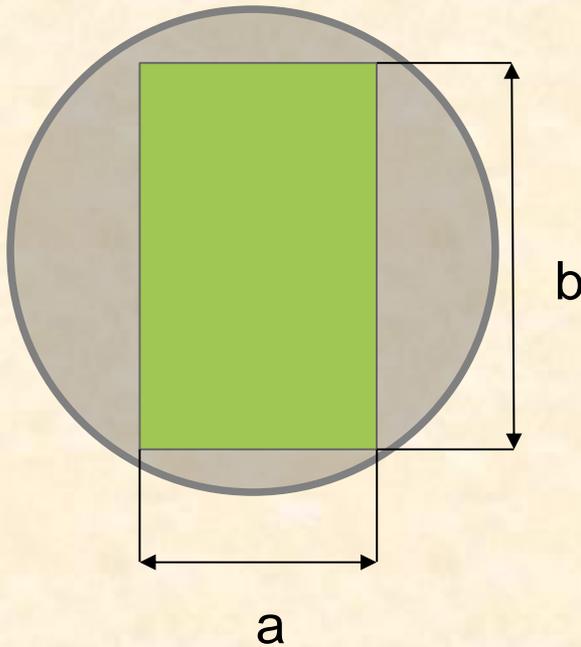
Квадратная ячейка,  
 $a=41$  мм. Накачка на  
частоте 24 Гц.

$14.5 \Rightarrow 7.6$  Гц +  $6.9$  Гц  
 $12$  Гц  $\Rightarrow 6.9$  Гц +  $5.1$  Гц  
 $7.6$  Гц  $\Rightarrow 5.1$  Гц +  $2.5$  Гц  
 $2.5$  Гц  $\Rightarrow 1.9$  Гц +  $0.6$  Гц



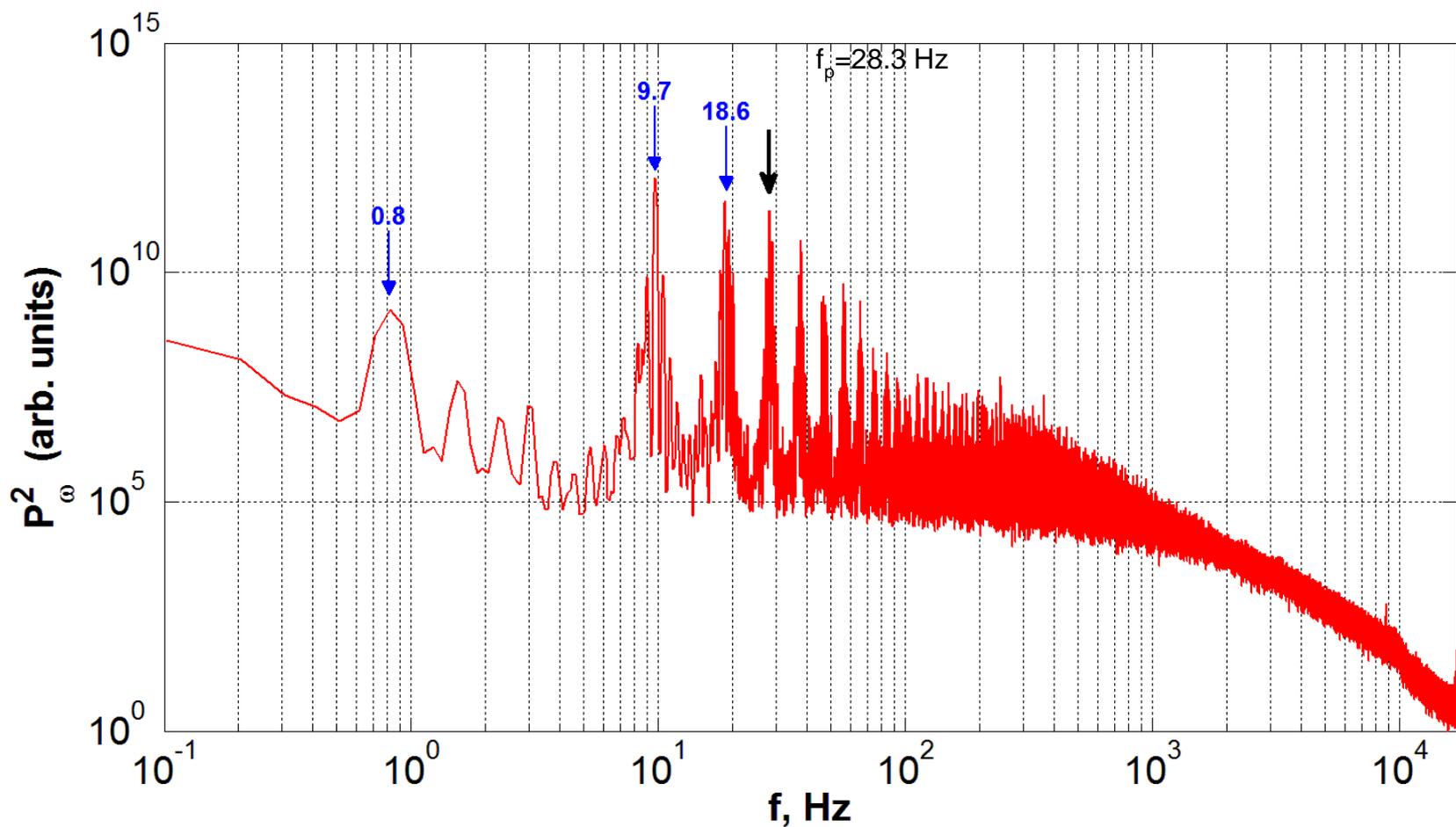
# Формирование низкочастотных гармоник.

Прямоугольная ячейка,  $a=40$  мм.  $b = 20$  мм



Частота накачки  $f_p = \omega/2\pi = 28.5$  Гц при амплитуде  $U_p = 220$  В.

Стрелкой указано положение  $f_p$ .  $U_{dc} = 800$  В



Стационарный спектр при понижении частоты накачки до  $f_p = \omega/2\pi = 28.3$  Гц при той же амплитуде  $U_p = 220$  В.

$$9.7 \text{ Гц} + 9.7 \text{ Гц} = 18.6 \text{ Гц} + 0.8 \text{ Гц}$$

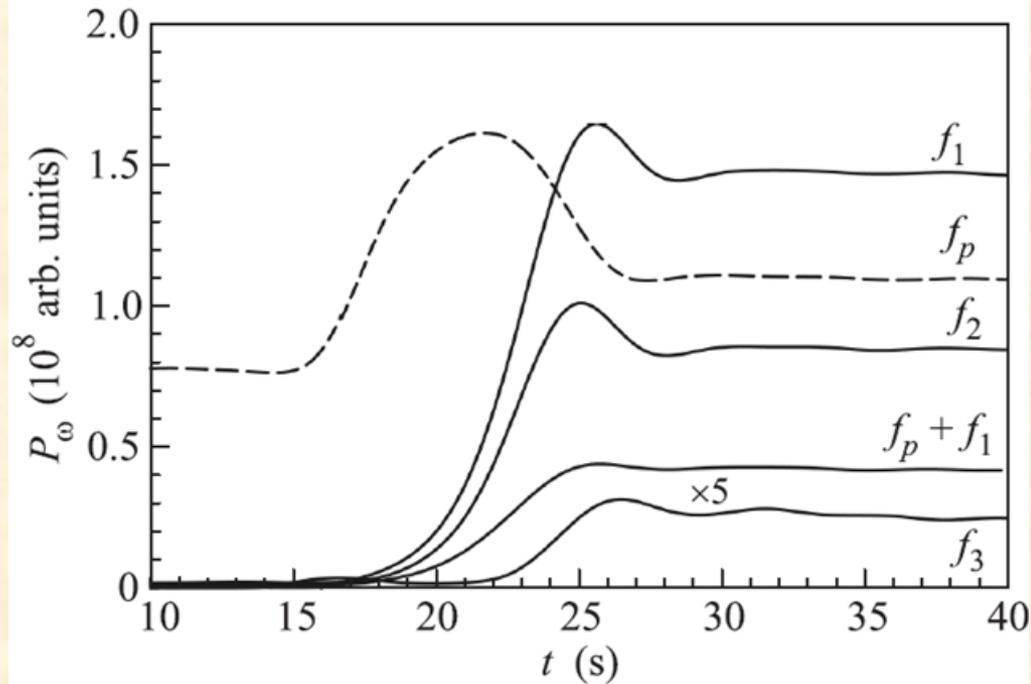
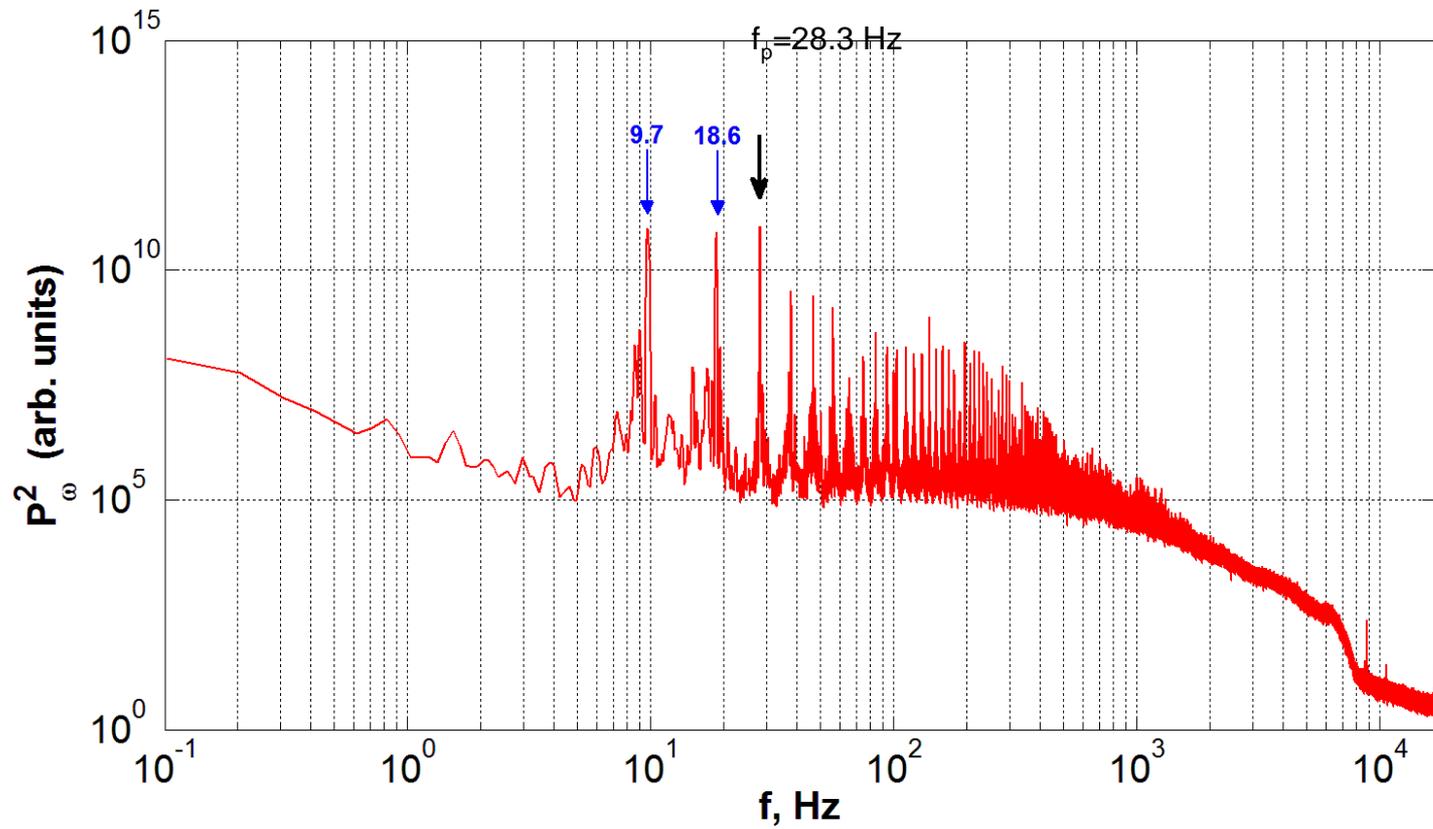


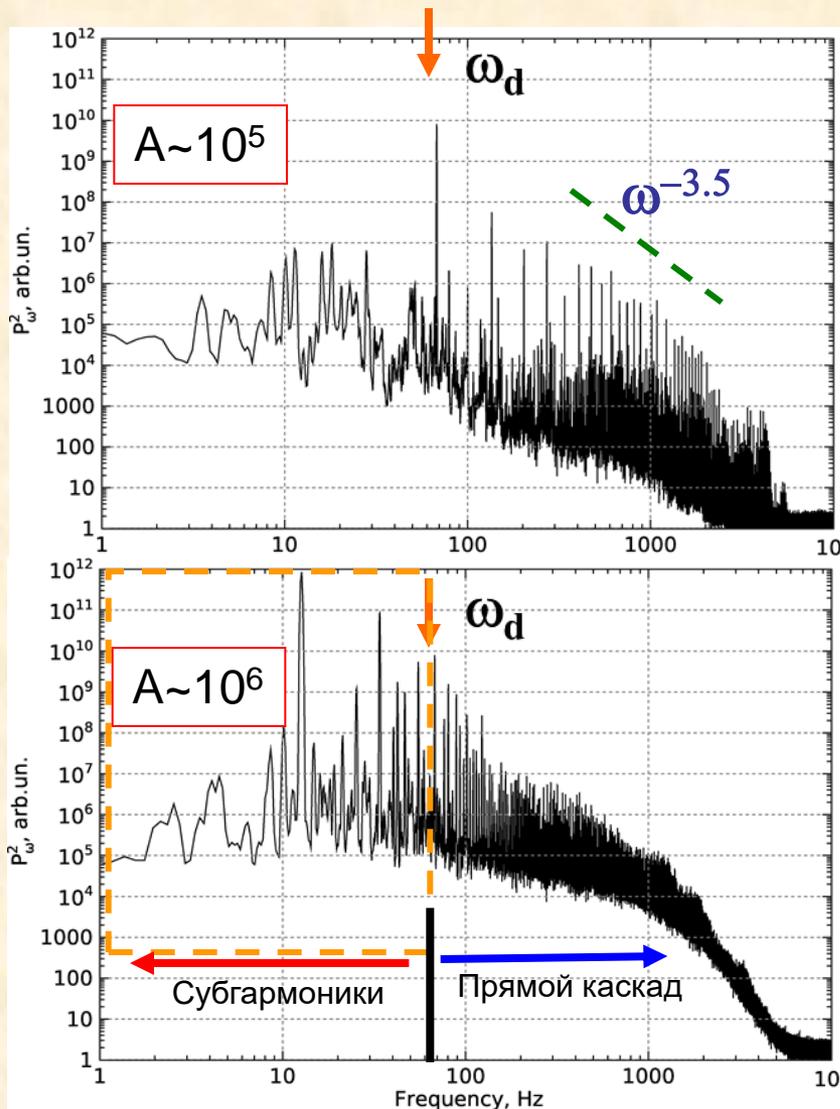
Рис. 3. Временная эволюция спектра  $P_\omega$  при ступенчатом повышении амплитуды накачки  $U_p$  от 120 до 220 В через 15 с после начала записи. Частота накачки  $f_p = 28.2$  Гц. Штриховая кривая – зависимость от времени амплитуды пика на частоте накачки. Сплошные кривые – амплитуды субгармоник  $f_1 = 9.7$  Гц,  $f_2 = 18.6$  Гц и  $f_3 = 0.8$  Гц (амплитуда волны  $f_3$  умножена на 5).



Последующие изменения: накачка на частоте  $f_p = 28.3$  Гц, амплитуда накачки уменьшена до  $U_p = 125$  В.

# Генерация субгармоник. Сверхтекучий гелий.

Интенсивная накачка на высокой частоте приводит к генерации низкочастотных субгармоник. Обратный каскад в дискретной системе?

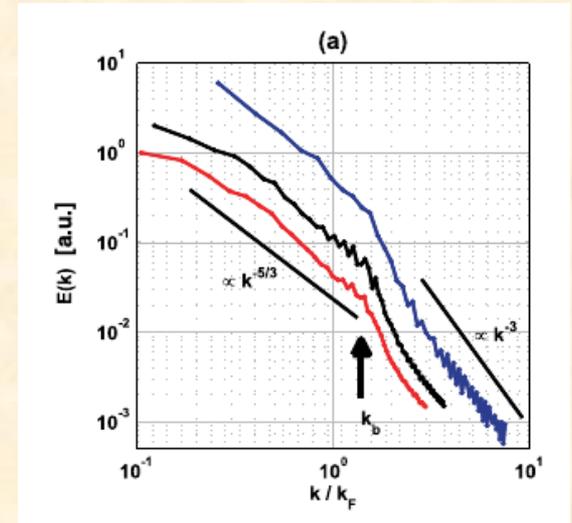
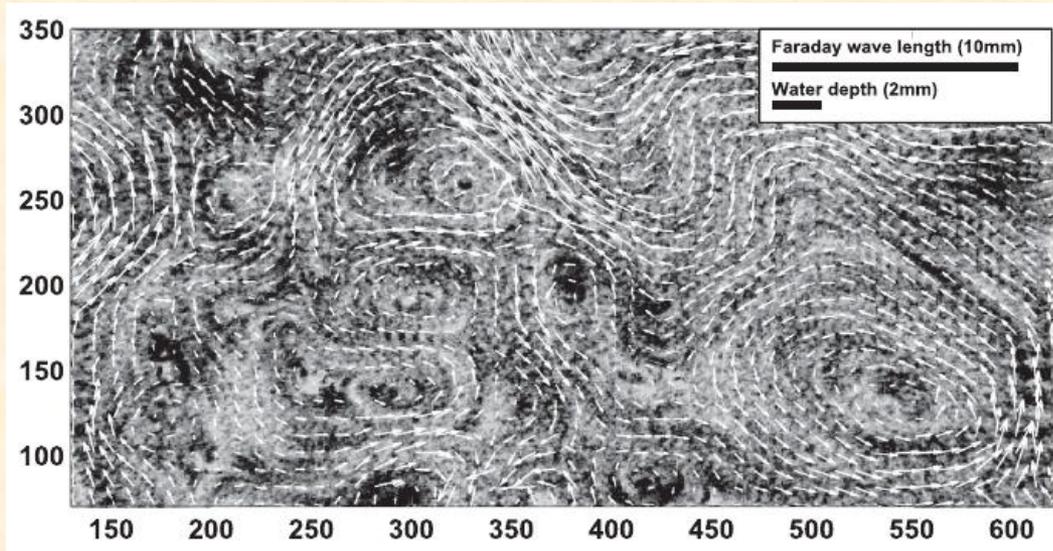


$U_d = 4V$

$U_d = 13V$

А где же вихри?

# Двумерная турбулентность



Поверхностное течение жидкости, вызванное волнами Фарадея. Частота 50 Гц, ускорение 1.5 g.

A. von Kameke, F. Huhn, G. Fernández-García, A. P. Muñuzuri, and V. Pérez-Muñuzuri,  
Phys. Rev. Lett. 107, 074502 (2011)

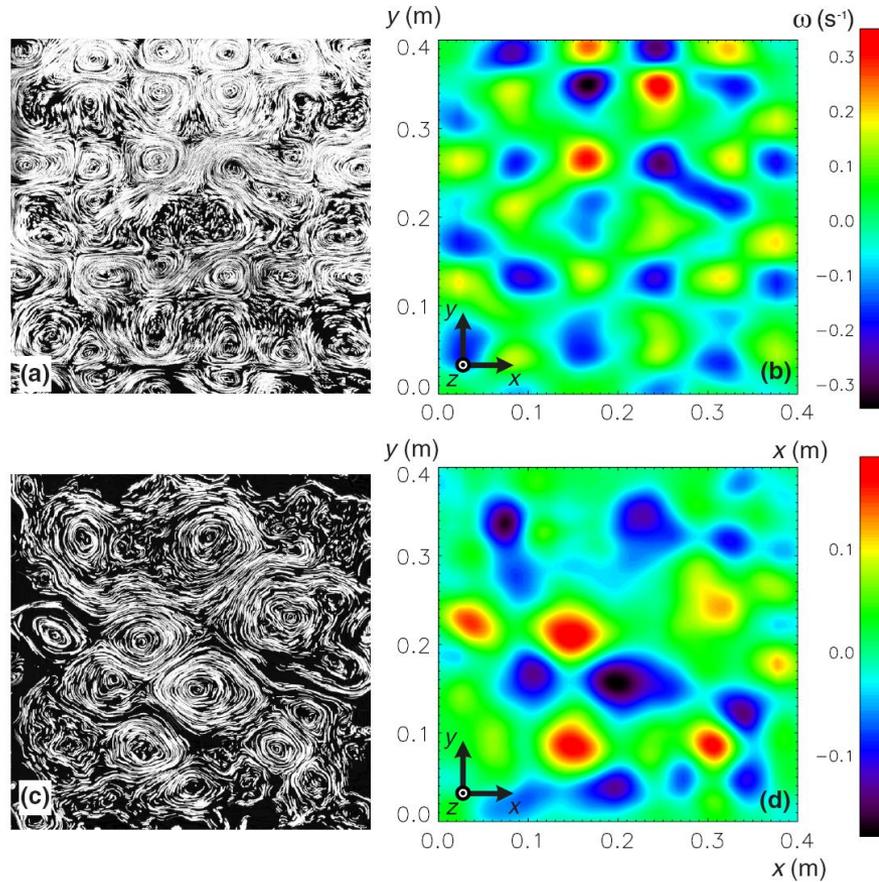
**Three-Dimensional Fluid Motion in Faraday Waves: Creation of Vorticity and Generation of Two-Dimensional Turbulence**

N. Francois,<sup>1,\*</sup> H. Xia,<sup>1</sup> H. Punzmann,<sup>1</sup> S. Ramsden,<sup>2</sup> and M. Shats<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Research School of Physics and Engineering, The Australian National University, Canberra, Australian Capital Territory 0200, Australia

<sup>2</sup>National Computational Infrastructure (NCI) Vizlab, The Australian National University, Canberra, Australian Capital Territory 0200, Australia

(Received 6 December 2013; revised manuscript received 27 March 2014; published 2 May 2014)



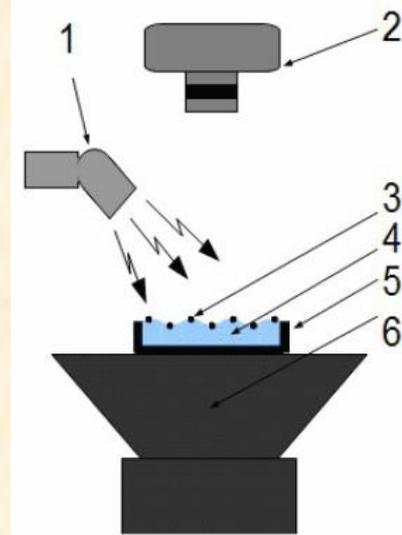
Flow driven by Faraday waves excited at the water surface at  $f_0 = 10$  Hz and  $a = 0.04g$  in a  $40 \times 40$  cm<sup>2</sup> square container.

## Завихренность на поверхности квадратной ячейки

### Стоячие волны

$$h = H_1 \cos(\omega t) \cos(kx) + H_2 \cos(\omega t + \psi) \cos(ky)$$

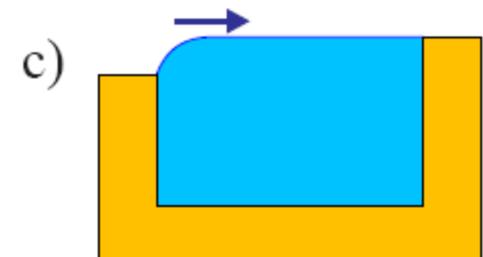
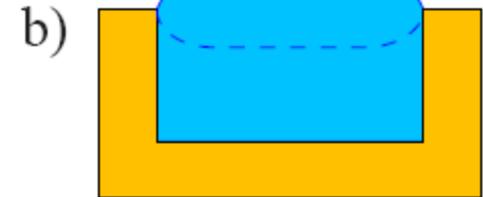
$$\varpi_z(0) = -(2 + \sqrt{2}) \sin \psi H_1 H_2 \omega k^2 \sin(kx) \sin(ky).$$



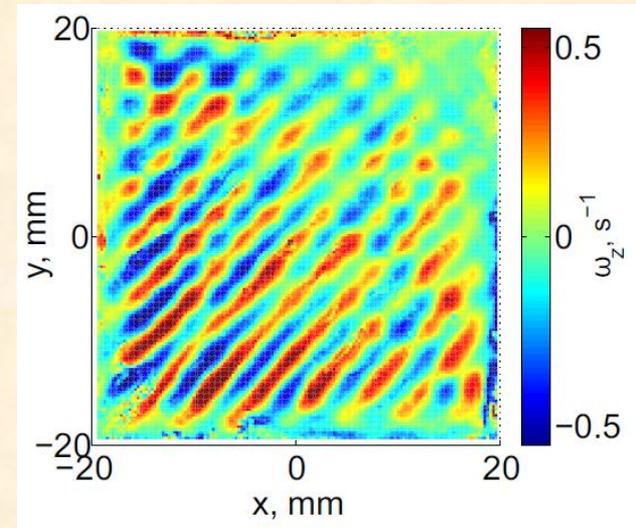
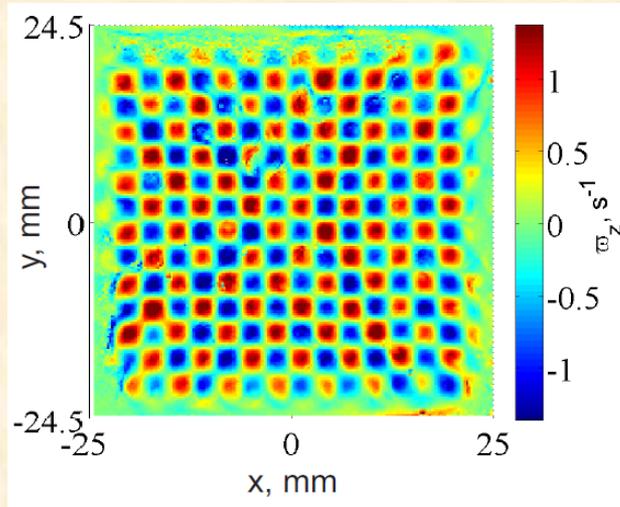
### Бегущие волны

$$h = H_1 \cos(\omega t - kx) + H_2 \cos(\omega t - ky).$$

$$\varpi_z(0) = (2 + \sqrt{2}) H_1 H_2 \omega k^2 \sin(kx - ky).$$



Завихренность на поверхности почти квадратной ячейке, 42.7 Гц.  
Капиллярные волны.

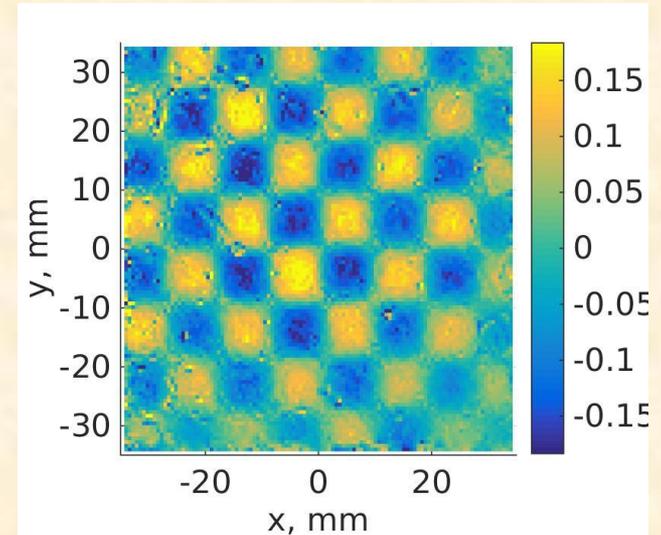
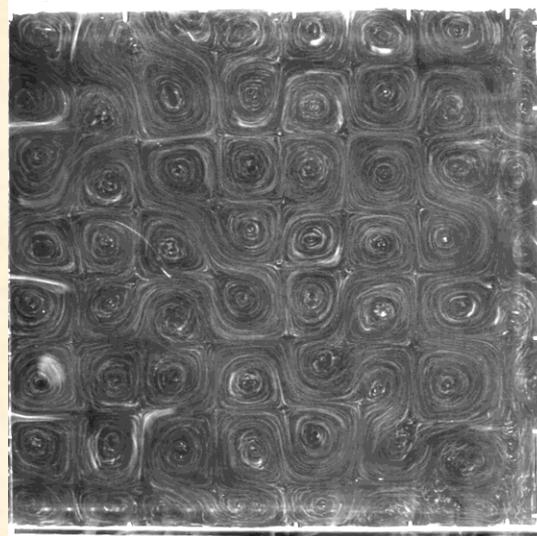
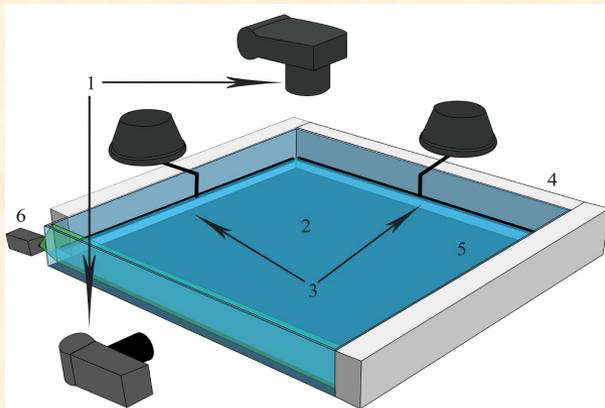


$$\varpi_z(0) = -(2 + \sqrt{2}) \sin \psi H_1 H_2 \omega k^2 \sin(kx) \sin(ky). \quad \varpi_z(0) = (2 + \sqrt{2}) H_1 H_2 \omega k^2 \sin(kx - ky).$$

В случае двух стоячих перпендикулярных волн на поверхности жидкости формируется квадратная решетка вихрей с периодом равным длине волны накачки. **Гравитационные волны.**

$$\Omega(x, y) = -(2 + \sqrt{2}) \sin(\psi) H_1 H_2 \omega k^2 \sin(kx) \sin(ky)$$

$$\Omega = \frac{\partial V_x}{\partial y} - \frac{\partial V_y}{\partial x} = \mathbf{rot} \mathbf{V},$$



Распределение завихренности на поверхности воды при накачке двумя плунжерами на частоте 3 Гц, Разность фаз = 90 град.

Почему сохранили  $(2 + \sqrt{2})$  ?

Стоит ожидать, что завихренность будет зависеть от глубины как:

$$\Omega(z) \sim \sqrt{2}e^{-\sqrt{2}kz} + 2e^{-2kz}$$

### Пленка на поверхности жидкости

$$\Omega = \left[ 2 + \sqrt{2} + \frac{a^2}{2\gamma(a^2 - a\sqrt{2} + 1)} \right] \Lambda \sin(kx) \sin(ky) \quad (3)$$

Увлечение Стокса и Эйлера завихренность.

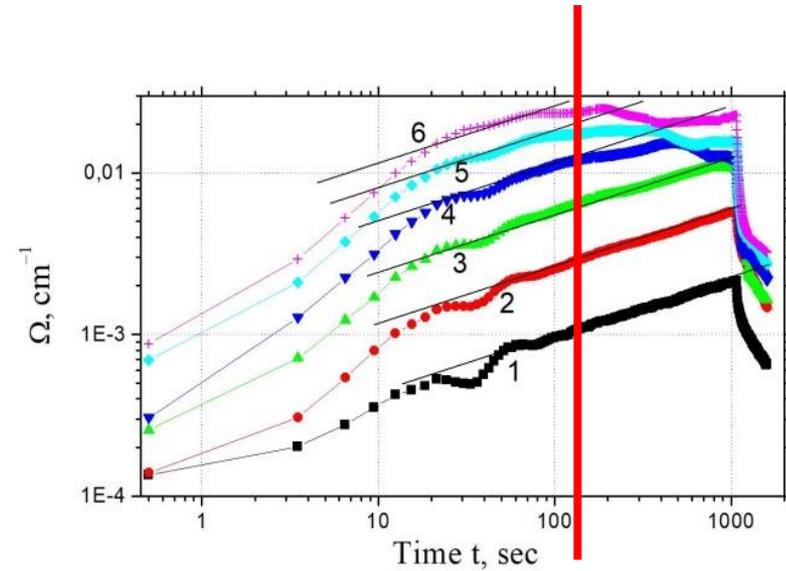
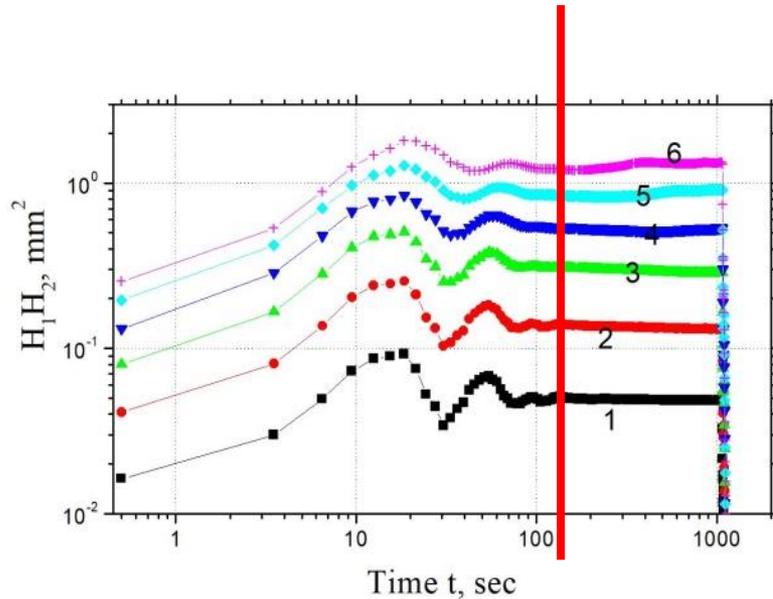
где  $\gamma = \sqrt{\nu k^2 / \omega} \ll 1$  - безразмерный параметр, характеризующий слабое затухание волны на чистой поверхности жидкости,  $\nu$  - коэффициент кинематической вязкости жидкости,  $a$  — параметр, учитывающий наличием вязких потерь в пленке, при отсутствии пленки  $a=0$  формула (4) переходит в

$$\Omega_E(t) = \left[ \frac{a^2}{2\gamma(a^2 - a\sqrt{2} + 1)} + \sqrt{2} \right] \Lambda \sin(kx) \sin(ky) \times \text{Erf}(\sqrt{2\nu k^2 t}) \quad (6)$$

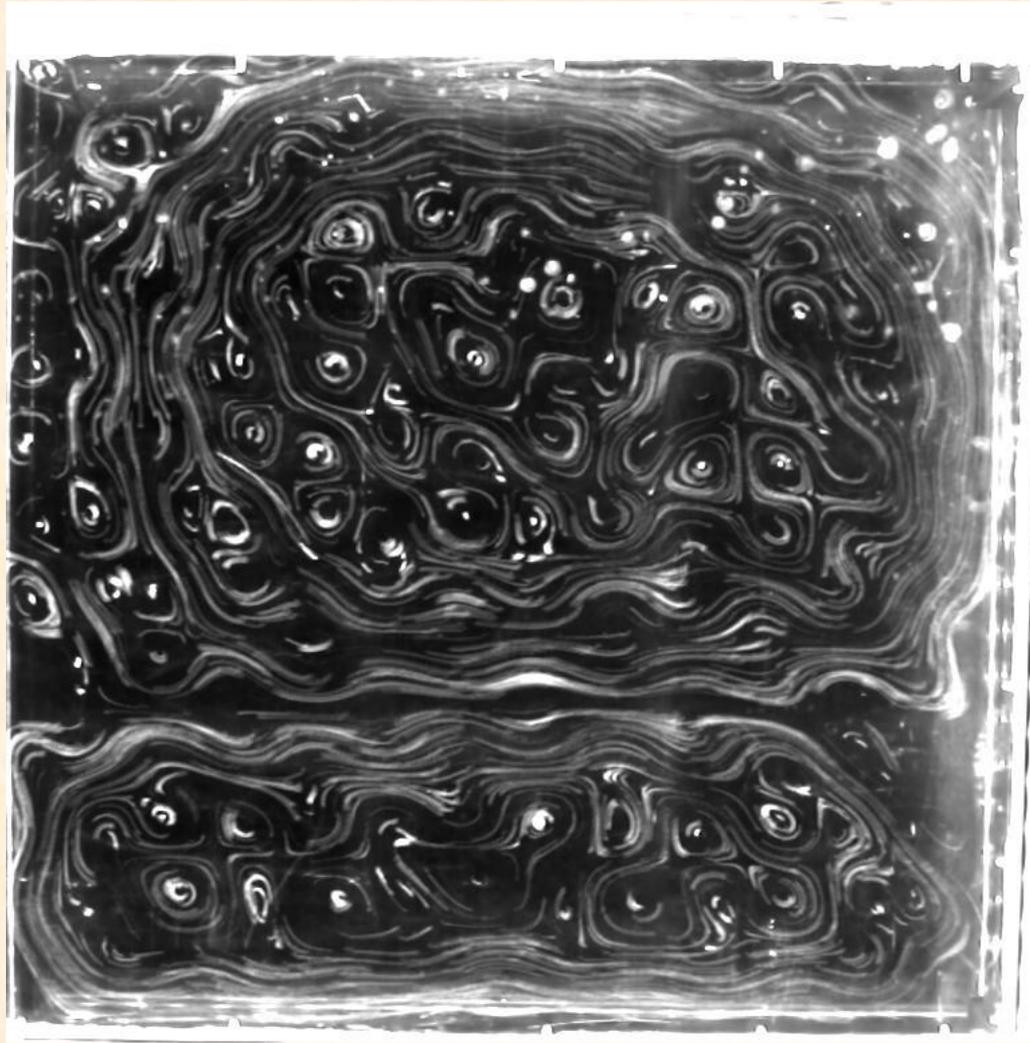
# Наличие пленки на поверхности воды увеличивает генерацию завихренности на поверхности и в объеме во много раз.

$$\Omega_E(t) \propto \text{erf} \left[ \sqrt{t/T_E} \right], \quad \text{erf}[x] = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x d\xi e^{-\xi^2}$$

S.V. Filatov, A.V. Poplevin, A.A. Levchenko,  
V.M. Parfenyev, Physica D, 2022

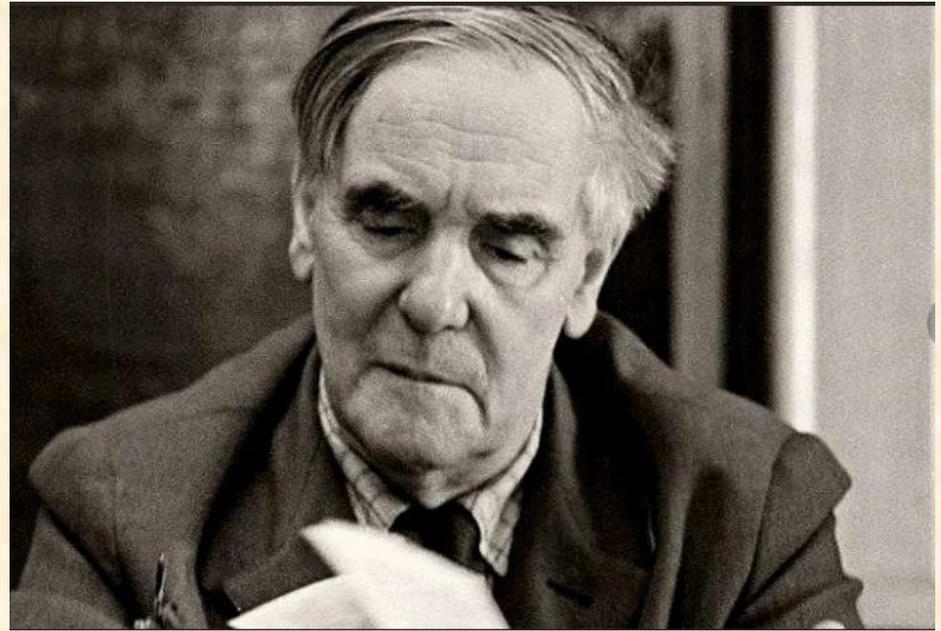
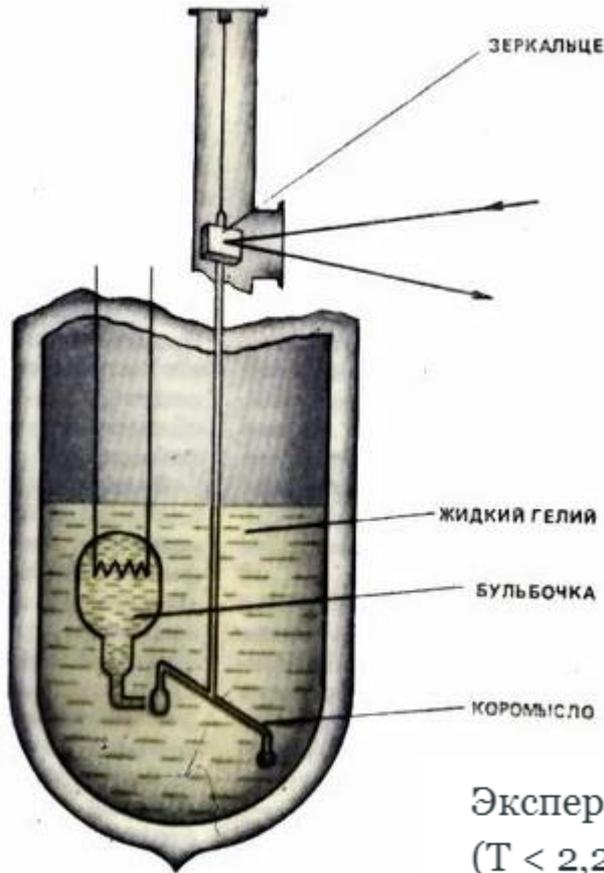


А) Зависимость произведения  $H_1 H_2$  от времени, В) Зависимость завихренности  $\Omega$  от времени при разных амплитудах волн, распространяющихся вдоль направления  $X$ . 1 – 0.3 мм, 2 – 0.6 мм, 3 – 0.8 мм, 4 – 1.1 мм, 5 – 1.4 мм, 6 – 1.7 мм.



# Сверхтекучий гелий

## Эксперимент Капицы



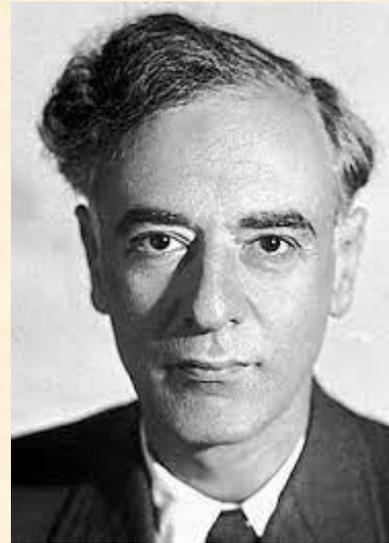
Kapitza P.L. 1938

Эксперимент заключается в следующем. В большой сосуд с гелием ( $T < 2,2 \text{ K}$ ) была погружена бульбочка с припаянной к ней трубочкой-капилляром. В этой бульбочке гелий слегка подогревался.

Капица поместил напротив отверстия капилляра легкое крылышко. Как только в бульбочке включался нагреватель, из отверстия капилляра начинала бить струя гелия. Невидимая, она достаточно зримо давлением своим отклоняла крылышко.



**П.Л. Капица**



**Л.Д. Ландау**



**Э.Л. Андроникашвили**



**Ларс Онзагер**

Эффект сверхтекучести был открыт Петром Капицей и Джоном Ф. Алленом, а также Доном Мизенером в 1937 году. Оннес, возможно, наблюдал сверхтекучий фазовый переход 2 августа 1911 года, в тот же день, когда он наблюдал сверхпроводимость ртути. С тех пор он был описан с помощью феноменологических и микроскопических теорий.

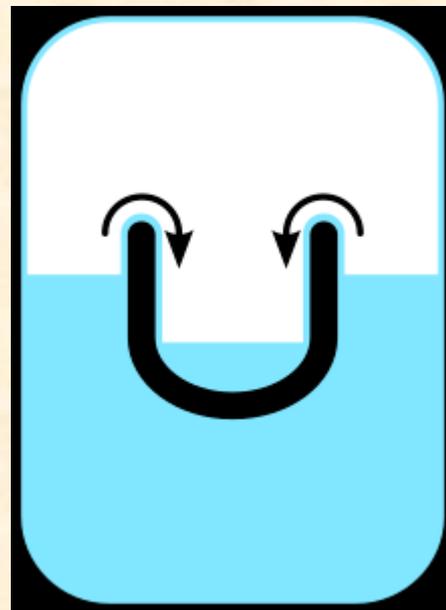
Жидкий гелий переходит в сверхтекучее состояние при температуре  $T_\lambda = 2.17\text{K}$ .

$$\rho = \rho_n + \rho_s$$

В сверхтекучей фазе циркуляция скорости является дискретной величиной.

$$\Gamma = \int_L \mathbf{V} d\mathbf{l} = n \frac{h}{m}$$

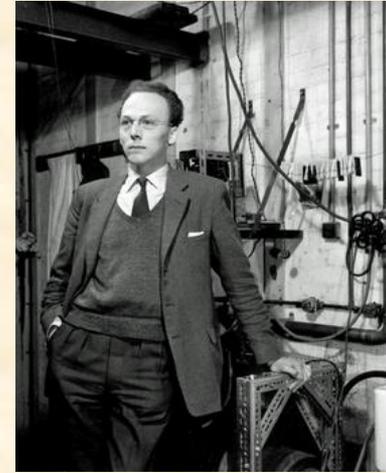
где  $L$  – замкнутый контур в пространстве.



Завихренность  $\Omega$  поверхностного течения сверхтекучей компоненты также является дискретной величиной, так как

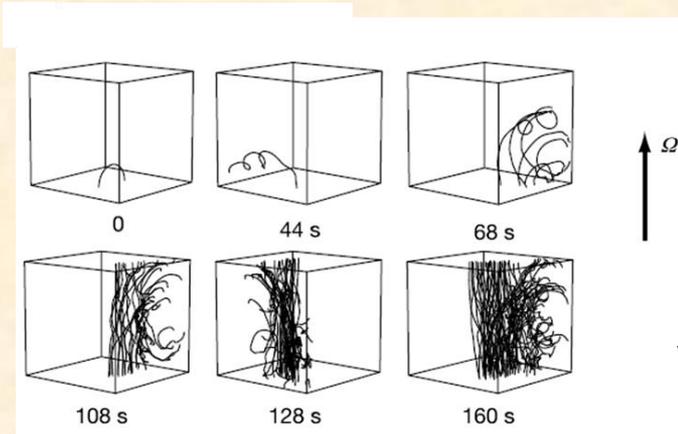
$$\Gamma = \int_S \text{rot } \mathbf{V} ds,$$

где  $S$  – площадь замкнутого контура.



В 1950-х годах Холл и Винен провели эксперименты, установившие существование квантованных вихревых линий в сверхтекучем гелии. В 1960-х годах Рейфилд и Рейф установили существование квантованных вихревых колец. Паккард наблюдал пересечение вихревых линий со свободной поверхностью жидкости. В 2006 году группа из Университета Мэриленда визуализировала квантованные вихри с помощью мелких индикаторных частиц твердого водорода.

# Сверхтекучий гелий At $T = 0\text{K}$ , Golov, Nemirovskii:

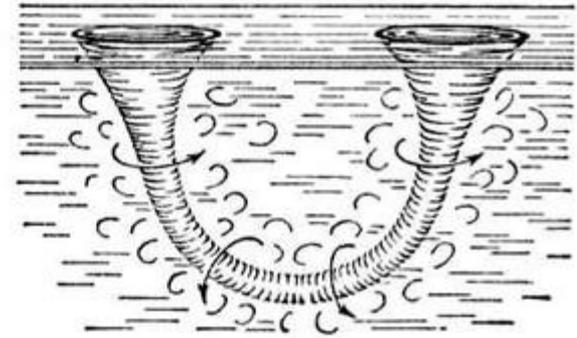
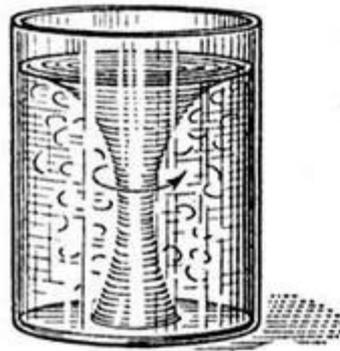


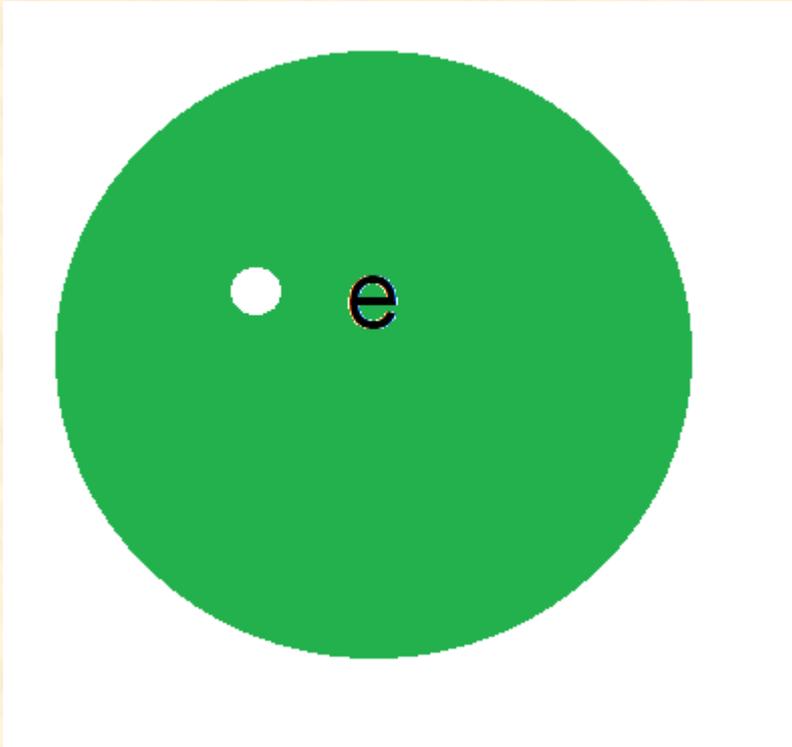
( $\Omega = 0.21 \text{ rad s}^{-1}$  or  $\text{Re}_s \approx 30$ )

Без поверхности  
жидкости.

P. M. Walmsley, A. I. Golov, H. E. Hall, A. A. Levchenko, W. F. Vinen, Phys. Rev. Lett. 99, 265302 (2007)

С поверхностью  
???





R.A. Ferrel, Phys. Rev. **108**, 167 (1957)

$$W = (\pi \hbar^2 / 2mR^2) + 4\pi\alpha R^2 + 4\pi R^3 P / 3$$

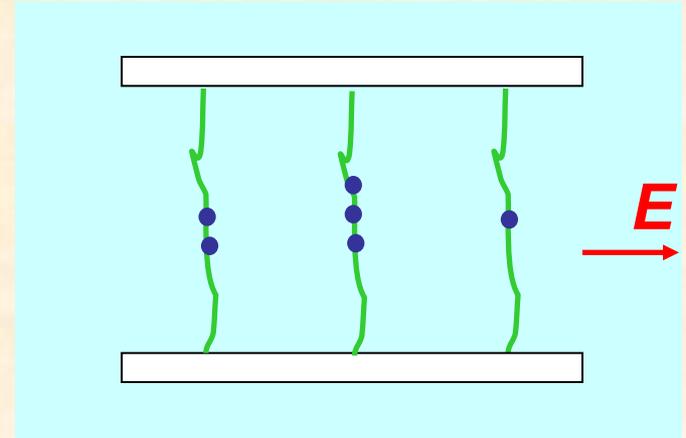
$m$  – масса свободного электрона

$\alpha$  - коэффициент поверхностного натяжения

При нулевом давлении  $R^4 = (\pi \hbar^2 / 8m\alpha)$ .

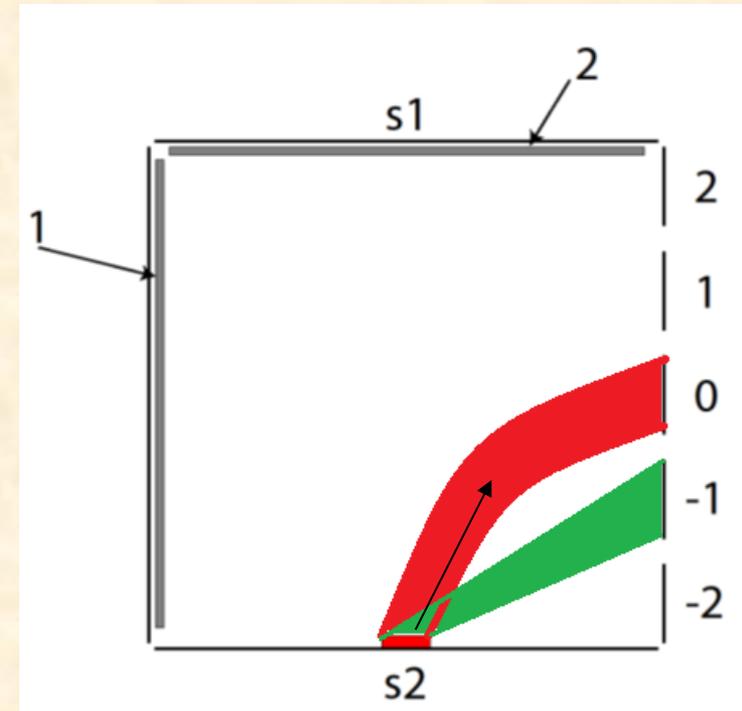
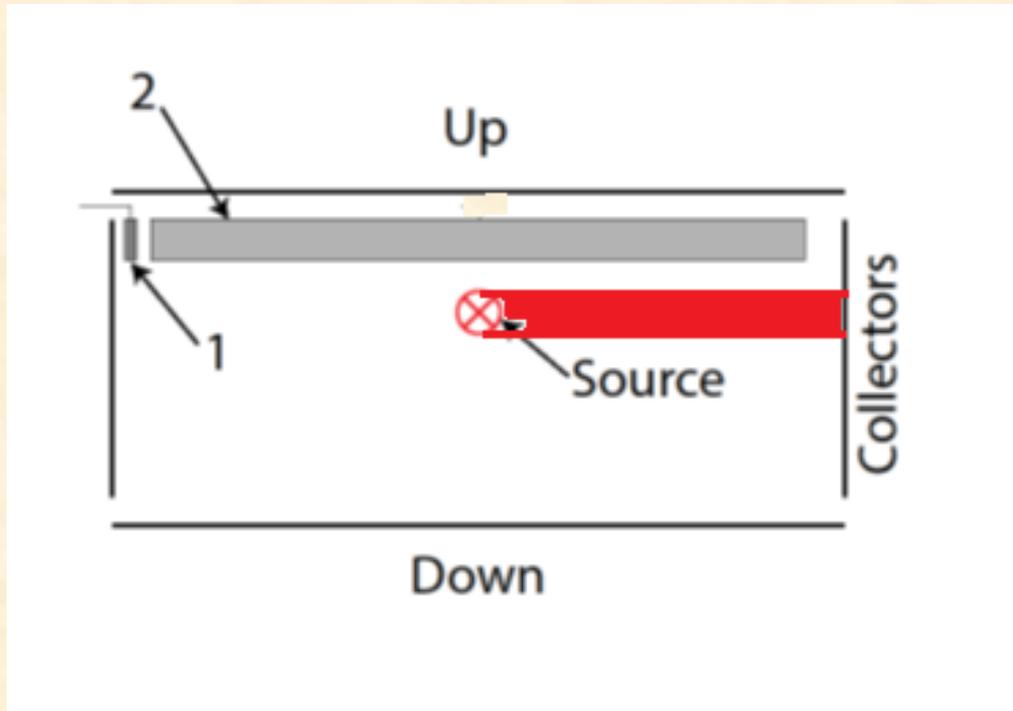
$R \approx 10 \text{ \AA}$ .

Электроны захватываются квантовыми вихрями. Глубина ямы  $\sim 100 \text{ K}$ .



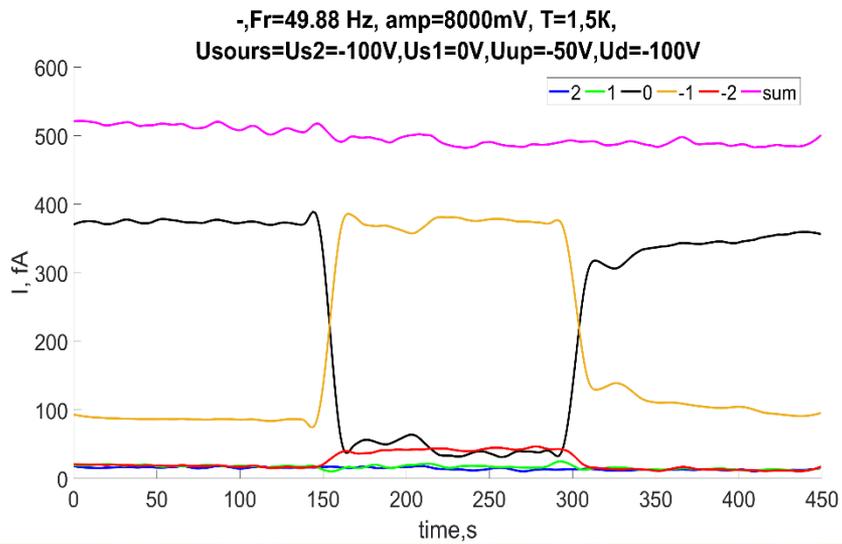
$$eE = e^2 / 16 z_0^2 \pi \epsilon_0 (\epsilon_l - \epsilon_g) / \epsilon_l (\epsilon_l + \epsilon_g)$$

# Схема измерений

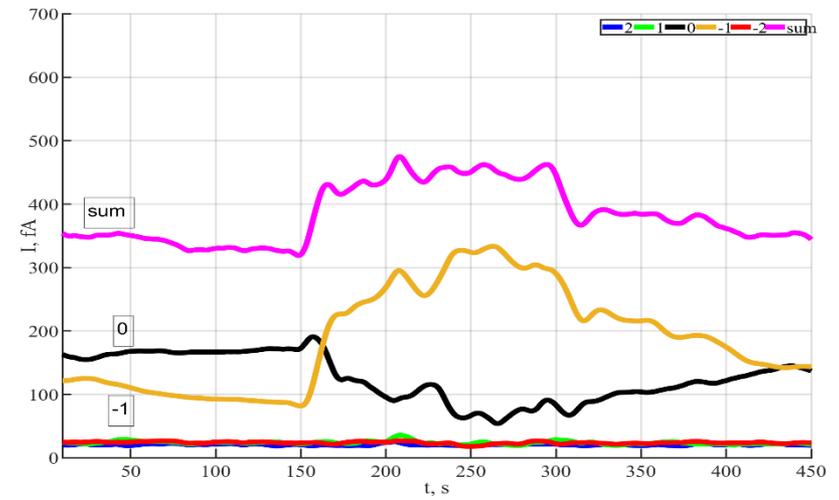


1 – термометр, 1-2 – плунжер, верхняя пластина,  
S1, S2 - вертикальные стороны ячейки

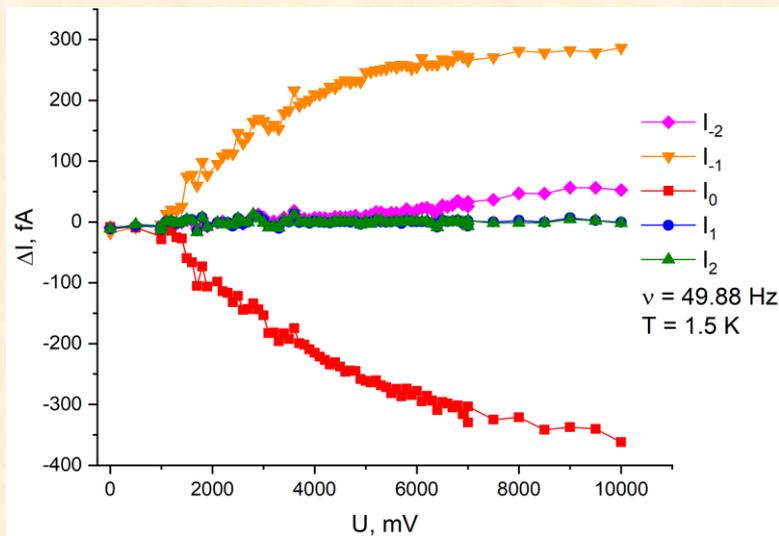
# Временные зависимости



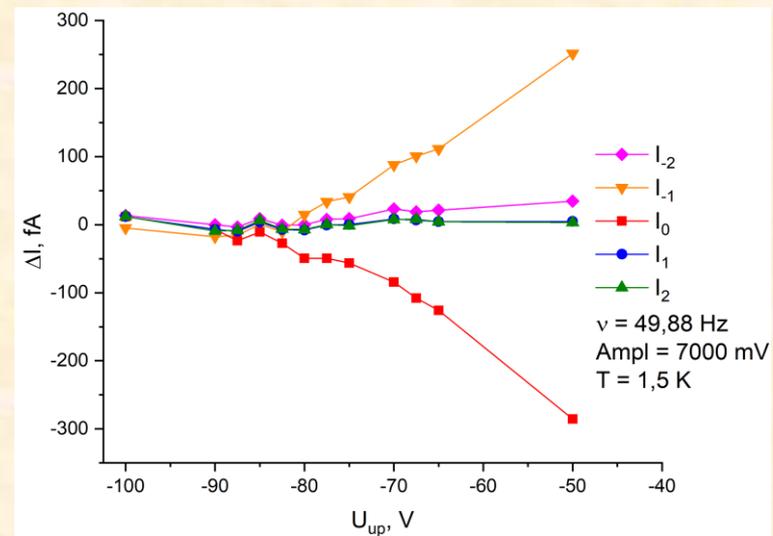
T = 1,5 K



T = 2,1 K

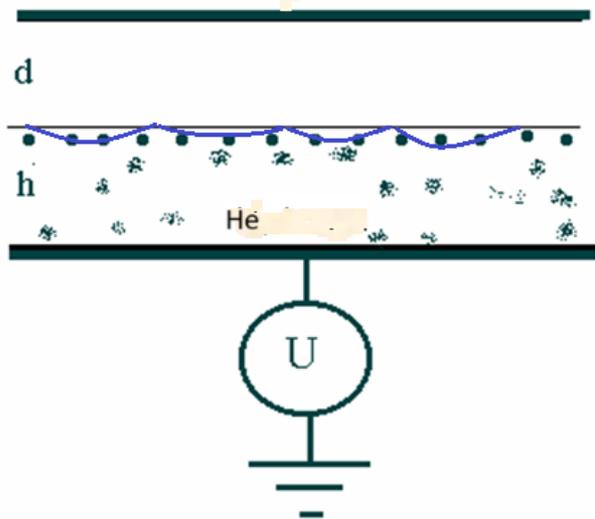
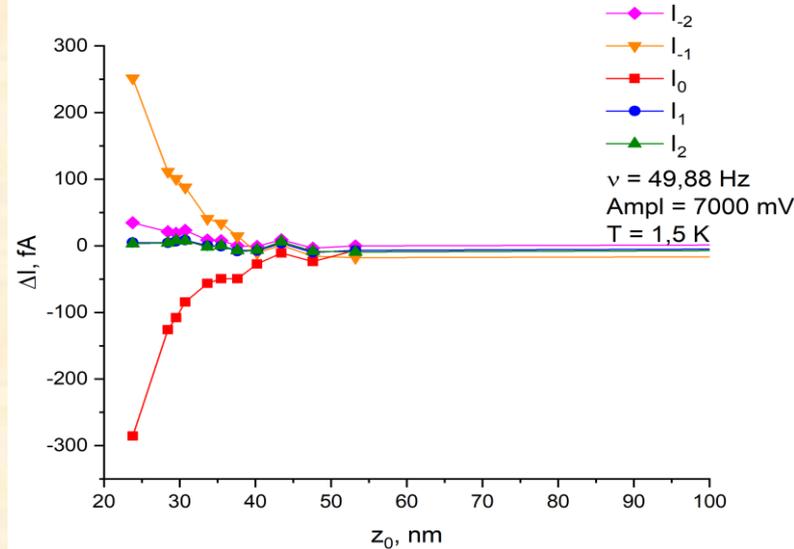


Амплитуда волны, arb. units



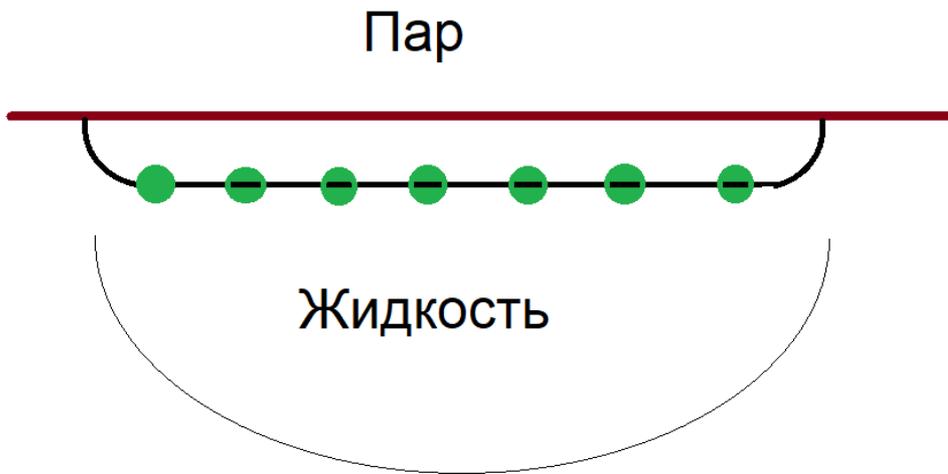
Прижимающее поле, В

$T = 1,5 \text{ K}$



$$E = 4\pi n$$

$$E = 0$$



Что дальше?

# Заключение

Экспериментально исследованы процессы формирования турбулентных каскадов энергии на поверхности воды.

Жидкий водород и гелий – превосходные жидкости для исследования нелинейных волновых явлений и проверки предсказаний теории волновой турбулентности.

Турбулентные каскады, полученные при различных накачках, хорошо описываются в рамках теории волновой турбулентности. Но...

В режиме дискретной турбулентности наблюдаются локальные максимумы энергии.

Обратный перенос энергии в проведенных экспериментах обусловлен трехволновым взаимодействием. Конденсация?

Волны на поверхности сверхтекучего гелия формируют квантовые вихри.

Квантовые вихри сосредоточены под поверхностью в вязком подслое жидкого гелия.

**Спасибо за внимание!**