Противофазные супермоды в многосердцевинных волокнах и газонаполненных капиллярах

А.А. Балакин

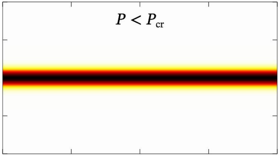
Институт прикладной физики РАН

XXI Научная школа «Нелинейные волны – 2024»

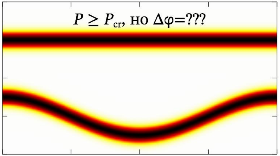
Содержание

Мотивация

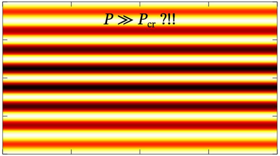
Мощные пучки подвержены филаментационной неустойчивости и коллапсу при $\mathcal{P} > \mathcal{P}_{\mathrm{cr}}$.



Простое разнесение в пространстве нарушает когерентность.



Можно ли придумать среду где будут устойчиво и когерентно распространяться пучки с мощностью $\mathcal{P} \gg \mathcal{P}_{\mathrm{cr}}$?



Дискретное уравнение Шредингера

Исходное уравнение: $\mathrm{i}\dfrac{\partial U}{\partial z} + \Delta U + \epsilon U + \beta |U|^2 U = 0.$

Соответствующий исходный лагранжиан

$$\mathcal{L} = \int \left[\frac{\mathrm{i}}{2}\left(U\frac{\partial U^*}{\partial z} - U^*\frac{\partial U}{\partial z}\right) + |\nabla U|^2 - \epsilon |U|^2 - \frac{\beta}{2}|U|^4\right] dx.$$

Для поля в виде $U = \sum u_n f(x - x_n)$ получаем

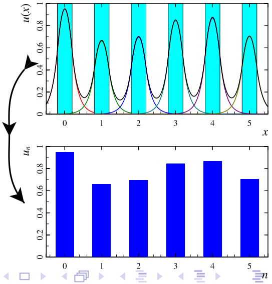
$$\bar{\mathcal{L}} \approx \sum \frac{\mathrm{i}}{2}\left(u_n\frac{\partial u_n^*}{\partial z} - u_n^*\frac{\partial u_n}{\partial z}\right) - \chi\left(u_{n+1}u_n^* + u_{n+1}^* u_n\right) - \frac{\beta}{2}|u_n|^4.$$

Дискретный НУШ

$$\mathrm{i}\frac{\partial u_n}{\partial z} + \chi\left(u_{n+1} + u_{n-1}\right) + \beta |u_n|^2 u_n = 0.$$

Закон сохранения энергии

$$\mathcal{P} = \int |U|^2 dx \equiv \chi \sum |u_n|^2 = \text{const}.$$



Уравнение для импульсов

Волновое уравнение

$$\frac{\partial^2\mathcal{E}}{\partial z^2}+\Delta_\perp\mathcal{E}-\frac{\varepsilon_0}{c^2}\frac{\partial^2\mathcal{E}}{\partial t^2}-\frac{\varepsilon_L}{c^2}\mathcal{E}+\frac{\varepsilon_H}{c^2}\frac{\partial^4\mathcal{E}}{\partial t^4}=\frac{\varepsilon_N}{c^2}\frac{\partial^2|\mathcal{E}|^2\mathcal{E}}{\partial t^2}.$$

имеет действие, записанное для потенциала $\mathcal{E}=-\partial_t\mathcal{A}$

$$S=\int\left[\frac{\varepsilon_0}{c^2}\left|\frac{\partial\mathcal{A}}{\partial t}\right|^2-\frac{\varepsilon_L}{c^2}|\mathcal{A}|^2+\frac{\varepsilon_H}{c^2}\left|\frac{\partial^2\mathcal{A}}{\partial t^2}\right|^2-\left|\frac{\partial\mathcal{A}}{\partial z}\right|^2+\frac{\varepsilon_N}{2c^2}\left|\frac{\partial\mathcal{A}}{\partial t}\right|^4-|\nabla_\perp\mathcal{A}|^2\right]d\boldsymbol{r}dt.$$

Представляя в виде суммы $\mathcal{A}\approx\sum\mathcal{A}_n(z,t)\,\phi(\boldsymbol{r}-\boldsymbol{r}_n)$ и считая перекрытие полей малым $\zeta=\frac{\int\phi\phi_+dxdy}{\int\phi^2dxdy}\ll 1$ $(\phi=\phi(\boldsymbol{r})$, $\phi_+=\phi(\boldsymbol{r}+\boldsymbol{d})$), получаем укороченное действие

$$S\approx\sum_n\iint\Bigg[\left|\frac{\partial\mathcal{A}_n}{\partial t}\right|^2A_0+\left(\frac{\partial\mathcal{A}_n^*}{\partial t}\frac{\partial\mathcal{A}_{n+1}}{\partial t}+c.c.\right)A_1-|\mathcal{A}_n|^2B_0-$$

$$-(\mathcal{A}_n^*\mathcal{A}_{n+1}+c.c.)B_1-\left|\frac{\partial\mathcal{A}_n}{\partial z}\right|^2D_0-\left(\frac{\partial\mathcal{A}_n^*}{\partial z}\frac{\partial\mathcal{A}_{n+1}}{\partial z}+c.c.\right)D_1+$$

$$+\left|\frac{\partial^2\mathcal{A}_n}{\partial t^2}\right|^2C_0+\left(\frac{\partial^2\mathcal{A}_n^*}{\partial t^2}\frac{\partial^2\mathcal{A}_{n+1}}{\partial t^2}+c.c.\right)C_1+\left|\frac{\partial\mathcal{A}_n}{\partial t}\right|^4\frac{N_0}{2}\Bigg]dtdz.$$

Уравнение для импульсов

Возвращаясь к полям $\mathcal{E}_n = -\partial_t \mathcal{A}_n$ получаем уравнение

$$\left(D_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2} - A_0 \frac{\partial^2}{\partial z^2} - C_0 \frac{\partial^4}{\partial t^4}\right)\left[\mathcal{E}_n + \zeta\mathcal{E}_{n-1} + \zeta\mathcal{E}_{n+1}\right] +$$

$$+ B_0 \mathcal{E}_n + B_1(\mathcal{E}_{n-1} + \mathcal{E}_{n+1}) + N_0 \frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(|\mathcal{E}_n|^2 \mathcal{E}_n\right) = 0.$$

Полагая поле плавным $|\partial_z \mathcal{E}_n| \ll \frac{1}{V}|\partial_\tau \mathcal{E}_n|$ в сопровождающей системе координат $\tau = t \pm Vz$, получаем *однонаправленное волновое уравнение* для $U_n = \mathcal{E}_n + \zeta\mathcal{E}_{n-1} + \zeta\mathcal{E}_{n+1}$:

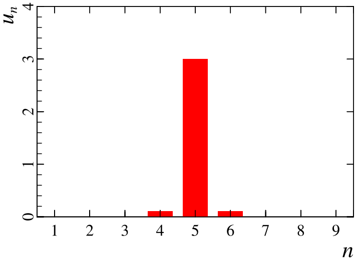
$$\frac{\partial^2 U_n}{\partial z \partial \tau} + \sigma U_n - X\left(U_{n-1} + U_{n+1}\right) - \mu \frac{\partial^4 U_n}{\partial \tau^4} + \eta \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\left(|U_n|^2 U_n\right) = 0.$$

Здесь $V = \sqrt{\frac{A_0}{D_0}}$, $\sigma = \frac{B_0}{2\sqrt{A_0 D_0}}$, $\mu = \frac{C_0}{2\sqrt{A_0 D_0}}$, $\eta = \frac{N_0}{2\sqrt{A_0 D_0}}$ и

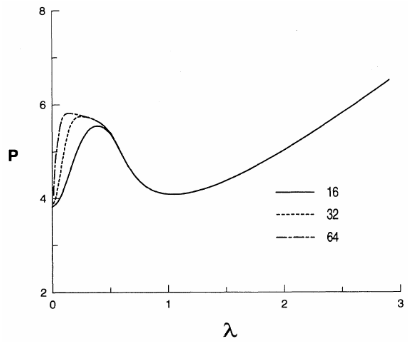
$$X = \frac{\zeta B_0 - B_1}{2\sqrt{A_0 D_0}} \approx \iint \frac{(\nabla_\perp \phi)^2 \zeta - \nabla_\perp \phi \nabla_\perp \phi_+}{2\sqrt{A_0 D_0}} dxdy > 0.$$

Особенности дискретной задачи

Основная особенность – наличие локализованных мод как в 1D случае.



D.N. Christodoulides, R.I. Joseph, Opt.Lett. **13**, 794 (1988).



Laedke E.W., Spatschek K.H., Mezentsev V.K., Musher S.L., Ryzhenkova I.V., Turitsyn S.K., Письма ЖЭТФ, **62**, 652 (1995).

Дискретный коллапс

Будем искать решение в классе гауссовых функций

$$u_n = \sqrt{\frac{P}{\sqrt{\pi}a}} \exp\left[-\frac{n^2}{2a^2} + \mathrm{i}bn^2 + \mathrm{i}\theta\right].$$

Уравнения для параметров имеют вид:

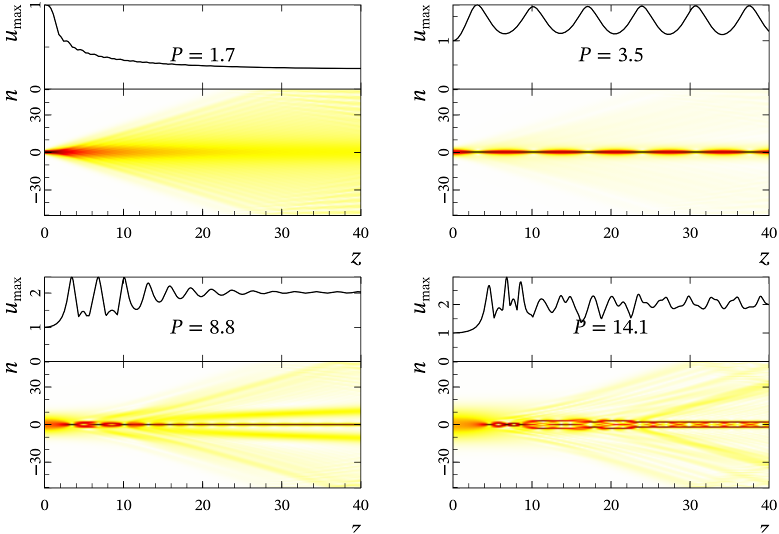
$$\dot{a} = 4ba\, \mathrm{e}^{-b^2a^2 - \frac{1}{4a^2}},$$

$$\dot{b} = \left(\frac{1}{a^4} - 4b^2\right)\mathrm{e}^{-b^2a^2 - \frac{1}{4a^2}} - \frac{P}{\sqrt{8\pi}a^3}.$$

При $P = P_m \equiv 4\sqrt{\pi/\mathrm{e}} \approx 4.3$ происходит бифуркация – появляется самозахват поля.

Это отвечает реальной мощности $\mathcal{P}_m = \chi P_m \ll \mathcal{P}_{\mathrm{cr}}$.

Численное моделирование



Стохастическая динамика

Инкремент неустойчивости решения $u_n = u_0 e^{-i(\beta|u_0|^2+2)z}$:

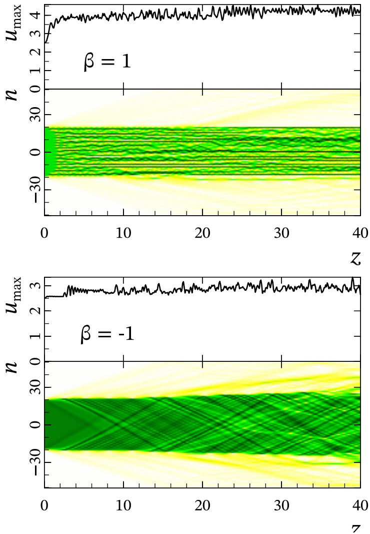
$$\Gamma^2 = 4\sin^2(\frac{\kappa}{2})\left(2\beta|u_0|^2 - 4\sin^2(\frac{\kappa}{2})\right).$$

имеет максимум при $\kappa = \pi$ для $\beta|u_0| \geq \sqrt{2}$. Взаимодействие между «соседями» слабо, если разность фаз больше π. Это ограничивает амплитуду поля:

$$|\beta u_{\max}^2 - \beta|u_n|^2| \sim \pi \quad \Rightarrow$$

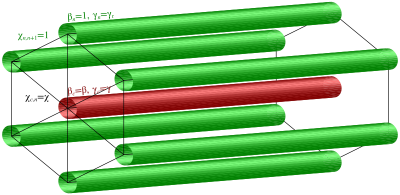
$$u_{\max} \sim \sqrt{\frac{2\pi}{|\beta|} + |u_0|^2} \gtrsim \sqrt{\frac{2\pi}{|\beta|}}$$

независимо от типа нелинейности.



Малоразмерные системы

Рассмотрим систему из малого числа связанных световодов, которая проще в создании и анализе волновой динамики.



Уравнение для синфазной моды примет вид

$$\mathrm{i}\frac{\partial a}{\partial z} = 2N\chi f + |a|^2 a, \quad \mathrm{i}\frac{\partial f}{\partial z} = \chi a + 2f + |f|^2 f.$$

Закон сохранения $P = |a|^2 + 2N|f|^2 = \mathrm{const}$ и замена $a = \sqrt{PA}\mathrm{e}^{i(\phi+\theta)}$, $f = \sqrt{(1-A)P/2N}\mathrm{e}^{i\phi}$ позволяют свести задачу к системе двух уравнений

$$\frac{dA}{dz} = -2\chi\sqrt{2N}\sqrt{A-A^2}\sin\theta,$$

$$\frac{d\theta}{dz} = \sqrt{2N}\chi\frac{2A-1}{\sqrt{A-A^2}}\cos\theta - \frac{(2N+1)PA}{2N} + \frac{P}{2N} + 2.$$

Изотропный случай. Фазовая плоскость

Имеются три центра

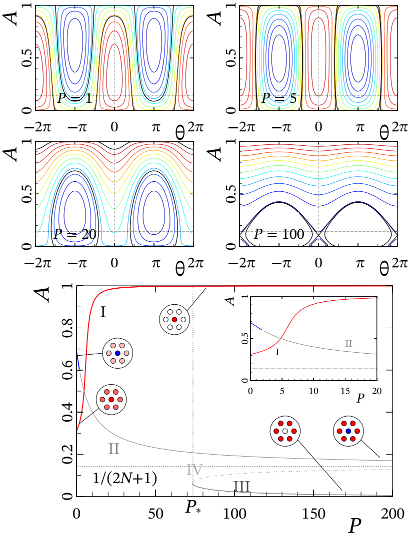
$$A_I \approx 1 - \frac{2N}{P^2},$$

$$A_{II} \approx \frac{1}{2N+1} + \frac{2N}{P},$$

$$A_{III} \approx \frac{8N^3}{P^2}.$$

Из них азимутально устойчивы только A_I (всегда) и A_{II} (при $P \lesssim \pi$).

ВЫВОД: Мощные пучки передавать плохо!



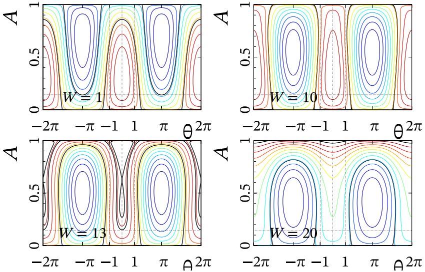
Солитоны в изотропном случае

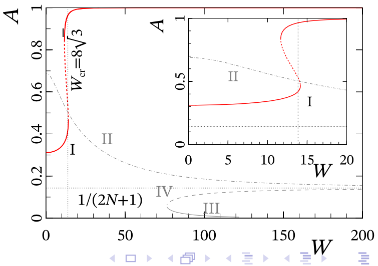
Анализ устойчивости решения удобно проводить в рамках *вариационного приближения*. В классе функций:

$$a = \sqrt{\frac{CA}{2\tau_p}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi+\mathrm{i}\theta} f(\tau), \quad f_0 = \sqrt{\frac{C(1-A)}{4N\tau_p}}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\varphi} f(\tau), \quad f(\tau) = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{i}\sigma\tau^2}}{\cosh(\tau/\tau_p)}.$$

стационарные точки существует при $\sigma = 0$, $\theta = 0|\pi$ и

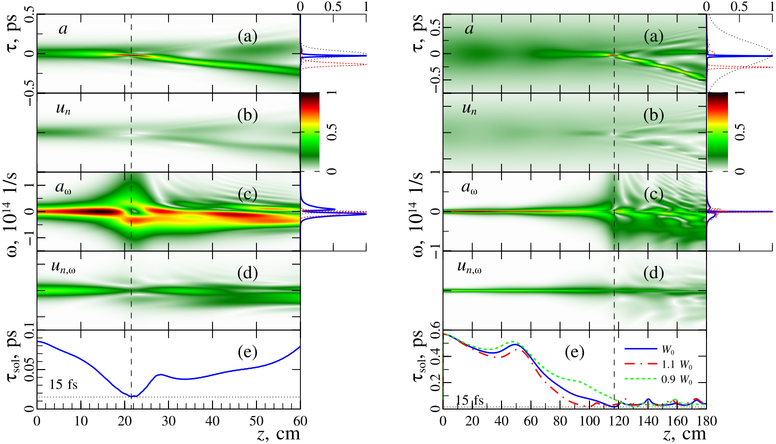
$$\tau_p = \frac{4}{C}\frac{2N}{2NA^2 + (A-1)^2}$$



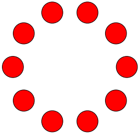
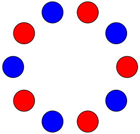


Численное моделирование

Моделирование выполнено для начальных параметров: 85 фс и 4 нДж; 570 фс и 8 нДж. Выходной солитон-подобный импульс имел длительность 15 фс и энергию около 4 нДж.



Сравнение супермод

Синфазное распределение	Противофазное распределение
	
$\boxed{u_n = f_0 \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(2+\lvert f_0\rvert^2)z}}$	$\boxed{u_n = (-1)^n f_N \mathrm{e}^{\mathrm{i}(2-\lvert f_N\rvert^2)z}}$

Исследуем распределения поля в кольце на устойчивость:

$$u_n = \left[f_0 + \delta_m \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda z + \mathrm{i}\varkappa_m n}\right]\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(2+|f_0|^2)z},$$

$$\lambda^2 = \left(|f_0|^2 - 4\sin^2\frac{\varkappa_m}{2}\right)^2 - |f_0|^4 \geq 0$$

Устойчиво лишь при малых амплитудах поля f_0

$$|f_0|^2 \leq 2\sin^2\frac{\pi}{2N}, \quad |\delta_m| \ll |f_0|$$

$$u_n = \left[(-1)^n f_N + \delta_m \mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda z + \mathrm{i}\varkappa_m n}\right]\mathrm{e}^{\mathrm{i}(2-|f_N|^2)z}$$

$$\lambda^2 = \left(4\cos^2\frac{\varkappa_m}{2} + |f_N|^2\right)^2 - |f_N|^4 \geq 0.$$

Устойчиво для всех амплитуд поля f_N.

Малая деформация

Дискретный НУШ с деформациями

$$\mathrm{i}\frac{\partial u_n}{\partial z} + \chi\left(u_{n+1} + u_{n-1}\right) + \beta|u_n|^2 u_n + h_n u_n = \mathrm{i}\gamma_n u_n.$$

Изгиб меняет постоянную распространения

$$h_n = D \sin\frac{\pi n}{N} \ll 1$$

Решение будет ($|\delta_n| \ll 1$):

$$u_n = f_N \mathrm{e}^{\mathrm{i}(2-f_N^2)z}\left[(-1)^n + \delta_n\right],$$

$$\delta_n \approx -D\frac{(-1)^n \sin\frac{\pi n}{N}}{4\sin^2\frac{\pi}{2N} + 2f_N^2}.$$

Изменение коэффициента усиления

$$\gamma_n = \gamma + G\sin\frac{\pi n}{N} \ll 1$$

Решение будет ($|\delta_n| \ll 1$):

$$u_n = f_N \mathrm{e}^{\gamma z + 2\mathrm{i}z - \mathrm{i}\frac{\mathrm{e}^{2\gamma z}}{2\gamma}}\left[(-1)^n + \delta_n\right],$$

$$\delta_n \approx -G\frac{\mathrm{i}(-1)^n \sin\frac{\pi n}{N}}{4\sin^2\frac{\pi}{2N}}.$$

Доля мощности в возмущенной части пропорциональна $|\delta_n|^2$ из-за ортогональности возмущений и моды $(-1)^n$

Малая деформация

Доля мощности в возмущениях при изгибе волокна

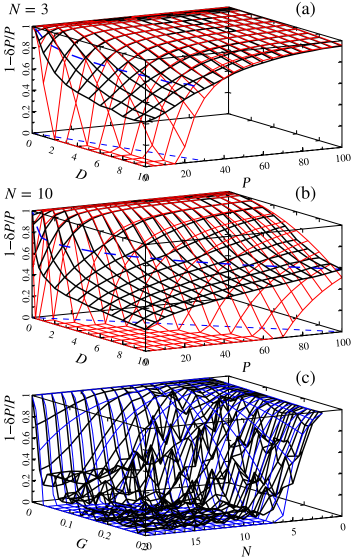
$$\frac{\delta P}{P} = \frac{D^2}{4(4\sin^2\frac{\pi}{2N} + P/N)^2}.$$

Большая часть мощности содержится в ±-моде при

$$\boxed{P \gg P_{\rm th} \equiv DN.}$$

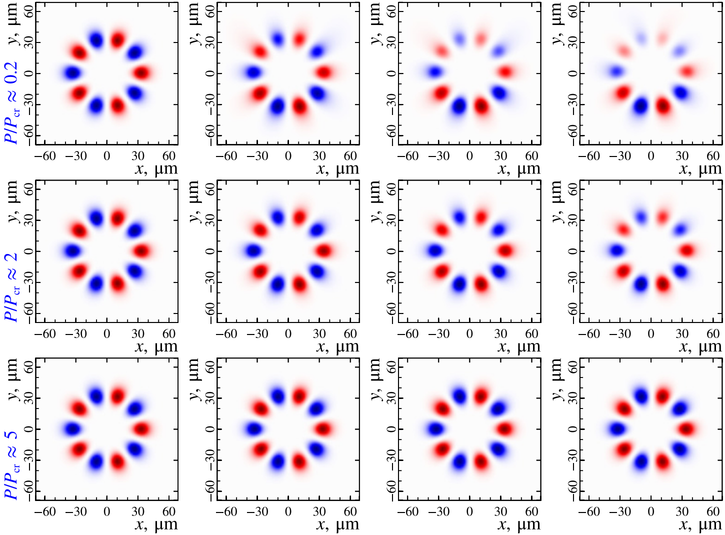
Доля мощности в возмущениях при неоднородном усилении

$$\frac{\delta P}{P} = \frac{G^2}{64\sin^4\frac{\pi}{2N}}.$$



Сильная деформация

С ростом полной мощности противофазная мода стремится к равномерному распределению интенсивности по всем ядрам.



Солитонное решение

В квазимонохроматическом пределе

$$\mathrm{i}\frac{\partial u_n}{\partial z} = u_{n-1} + u_{n+1} + \frac{\partial^2 u_n}{\partial \tau^2} + |u_n|^2 u_n,$$

на противофазной супермоде амплитуды поля одинаковы. Это позволяет построить *точное* солитонное решение:

$$u_n = (-1)^n f(\tau) \mathrm{e}^{\mathrm{i}(2-\Omega)z},$$

где функция f удовлетворяет уравнению (Ω – параметр)

$$\partial_{\tau\tau} f + f^3 - \Omega f = 0.$$

Его решение при $\Omega > 0$ имеет вид солитона

$$f(\tau) = \frac{\sqrt{2\Omega}}{\cosh\sqrt{\Omega}\tau}.$$

Энергия $W = \int 2N|u_n|^2 d\tau \equiv 8N\sqrt{\Omega}$ и длительность $\tau_s = 1/\sqrt{\Omega}$ солитона связаны соотношением: $\tau_s = 8N/W$.

Второй метод Ляпунова

2-ой метод Ляпунова: многообразие решений устойчиво, если есть функционал Ляпунова $\mathcal{F}[u]$:

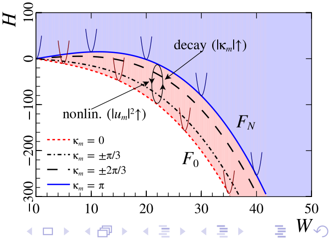
1. всегда положителен $\mathcal{F}[u] \geq 0$;
2. производная меньше или равна нулю $\frac{d}{dz}\mathcal{F}[u] \leq 0$;
3. равен нулю *только* на данном многообразии $\mathcal{F}[u_s] = 0$.

Интегралы задачи

$$\mathcal{H} = \sum \int \left[\left| \frac{\partial u_n}{\partial \tau} \right|^2 - \frac{|u_n|^4}{2} - \chi (u_n u_{n+1}^* + u_{n+1} u_n^*) \right] d\tau, \quad W = \sum \int |u_n|^2 d\tau.$$

Минимум $\mathcal{H}$ при $W = \mathrm{const}$ для $u_n^{(\mathrm{m})} = e^{i\kappa_m n} \frac{\sqrt{2\lambda_m}}{\cosh \sqrt{\lambda_m}\tau}$ дает

$$\mathcal{F}_m[u] = \left(\mathcal{H}[u] + \frac{W[u]^3}{192 N^2} + 2\chi W[u] \cos \kappa_m \right)^2 .$$



Распад $\kappa_n \neq \kappa_m$ увеличивает $\mathcal{H}$, рост $|u|^2$ уменьшает. Одинаковые значения $\mathcal{H}$ и W могут иметь разные распределения. Только $\kappa_m = \pi$ максимален $\Rightarrow$ ±-солитоны устойчивы.

Сверхкороткие противофазные солитоны

Предельно короткие солитоны описываются уравнением:

$$\frac{\partial^2 U_n}{\partial z \partial \tau} + \sigma U_n - X\left(U_{n-1} + U_{n+1}\right) + \eta \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\left(|U_n|^2 U_n\right) = 0.$$

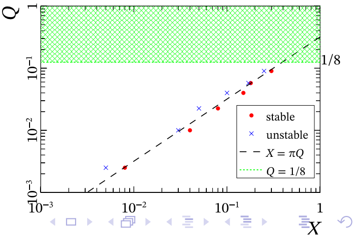
Его решение имеет вид

$$U_n(z,\tau) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{v\eta}} f(\xi) \mathrm{e}^{\mathrm{i}\omega(\tau+z/v)+\mathrm{i}\int g(\xi)d\xi}, \quad \xi = \omega\left(\tau - z/v\right),$$

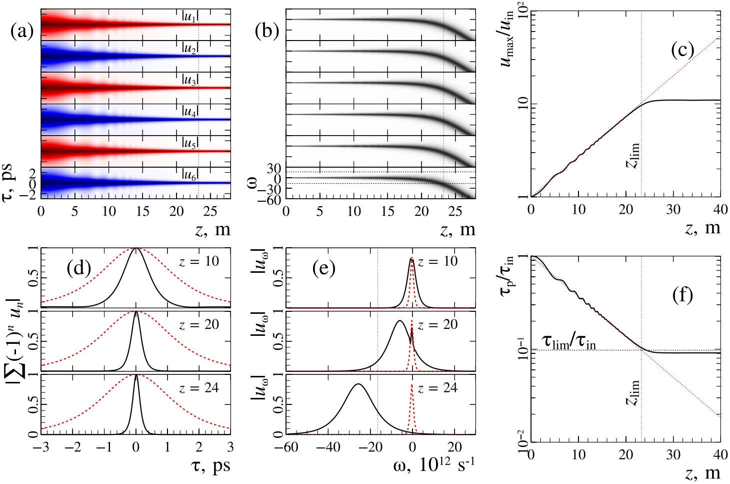
$$g = \frac{(3-2f^2)f^2}{2(1-f^2)^2}, \quad \int \frac{1-3f^2}{f\sqrt{(1-\frac{3}{2}f^2)(\frac{1}{\tau_p^2} - f^2\frac{1-2f^2}{2(1-f^2)^2})}} df = \pm(\xi - \xi_0).$$

Скорость таких солитонов зависит от длительности ($1/\tau_p^2 = (\sigma + 2X)v/\omega^2 - 1$). Это дает условие устойчивости:

$$X \gg \pi Q \equiv \frac{\pi}{\omega \tau_p^2}.$$



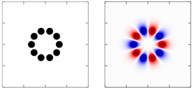
Солитоны в активном MCF



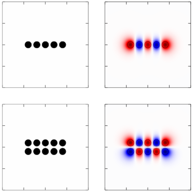
Расчеты выполнены для параметров: $\tau_{\text{in}}^{\text{FWHM}} = 1$ ps, $\beta = 100$ ps^2/km, $1/\gamma = 20$ m, $1/\Omega = 30$ fs, $\chi^{-1} = 0.3$ cm, $\Gamma = 1$ (W km)$^{-1}$.

Противофазные решения в других конфигурациях

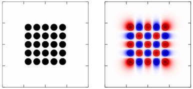
Конфигурации кольцо «полая» внутри — ее радиус пропорционален N.



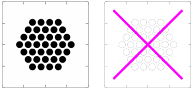
Конфигурации одинарной и двойной цепочек хороши для тестирования ограниченных цепочек.



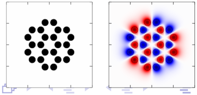
Прямоугольная конфигурация выглядит идеальной на первый взгляд.



Треугольная конфигурация не подходит, т.к. в ней нет противофазной моды в силу четности.



Гексагональная конфигурация будет ее возможной заменой.



Цепочка сердцевин

Будем искать решение в виде ($n = 1 \dots N$):

$$u_n(z) = s(n,z)\mathrm{e}^{2\mathrm{i}z}, \quad u_n(z) = (-1)^n a(n,z)\mathrm{e}^{-2\mathrm{i}z}.$$

В пределе $\frac{1}{|a|}\left|\frac{\partial a}{\partial n}\right|, \frac{1}{|s|}\left|\frac{\partial s}{\partial n}\right| \ll \pi$ приходим к уравнениям

$$\mathrm{i}\frac{\partial s}{\partial z} + \frac{\partial^2 s}{\partial n^2} + |s|^2 s = 0, \quad \mathrm{i}\frac{\partial a}{\partial z} - \frac{\partial^2 a}{\partial n^2} + |a|^2 a = 0,$$
$$s(0,z) = s(N+1,z) = a(0,z) = a(N+1,z) = 0.$$

Стационарные решения $a = a_0 A(\varkappa n)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda z}$ и $s = a_0 S(\varkappa n)\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\lambda z}$:

$$\frac{\partial^2 S}{\partial n^2} + \lambda S + S^3 = 0, \quad \Rightarrow \quad S = \mathrm{cn}(\varkappa n, m);$$
$$-\frac{\partial^2 A}{\partial n^2} + \lambda A + A^3 = 0, \quad \Rightarrow \quad A = \mathrm{sn}(\varkappa n, m).$$

Параметры находятся из уравнения

$$2m\varkappa^2 = a_0^2, \quad (N+1)\varkappa = 2K(m), \quad \lambda = (1+m)\varkappa^2.$$

Длинноволновое приближение

Асимптотики для параметров:

$$m \approx \begin{cases} (N+1)^2 a_0^2/2\pi^2, & (N+1)a_0 \ll 4; \\ 1 - 16\,\mathrm{e}^{-(N+1)a_0/\sqrt{2}}, & (N+1)a_0 \gg 4, \end{cases}$$

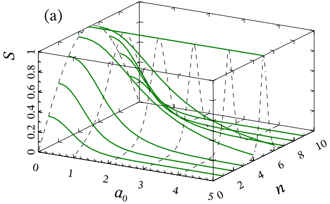
$$\varkappa = \frac{2K(m)}{N+1} \approx \begin{cases} \frac{\pi}{N+1}, & (N+1)a_0 \ll 4; \\ a_0/\sqrt{2}, & (N+1)a_0 \gg 4, \end{cases}$$

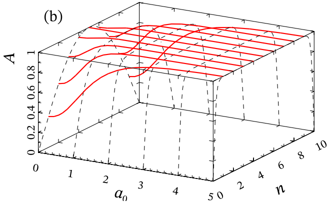
для синфазного решения:

$$|s_n| = a_0 S \approx \begin{cases} a_0 \sin\frac{\pi n}{N+1}, & (N+1)a_0 \ll 4; \\ a_0 \delta_{n,\frac{N+1}{2}}, & (N+1)a_0 \gg 4, \end{cases}$$

для противофазного решения:

$$|a_n| = a_0 A \approx \begin{cases} a_0 \sin\frac{\pi n}{N+1}, & (N+1)a_0 \ll 4; \\ a_0, & (N+1)a_0 \gg 4. \end{cases}$$





Квадратная конфигурация

В случае квадратных матриц $(n, m = 1 \dots N)$

$$\mathrm{i}\frac{\partial u_{n,m}}{\partial z}+u_{n+1,m}+u_{n-1,m}+u_{n,m+1}+u_{n,m-1}+|u_{n,m}|^2u_{n,m}-\mathrm{i}\gamma u_{n,m}=0$$

противофазное решение $u_{n,m} = (-1)^{n+m} g(n,m)$ также можно искать в длинноволновом приближении $|\partial g/\partial n|, |\partial g/\partial m| \ll \pi|g|$

$$\mathrm{i}\frac{\partial g}{\partial z} - \frac{\partial^2 g}{\partial n^2} - \frac{\partial^2 g}{\partial m^2} + |g|^2 g = 0,$$

$$g(0,m) = g(n,0) = g(N+1,m) = g(n,N+1) = 0.$$

Точные аналитические решения удается найти только в предельных случаях

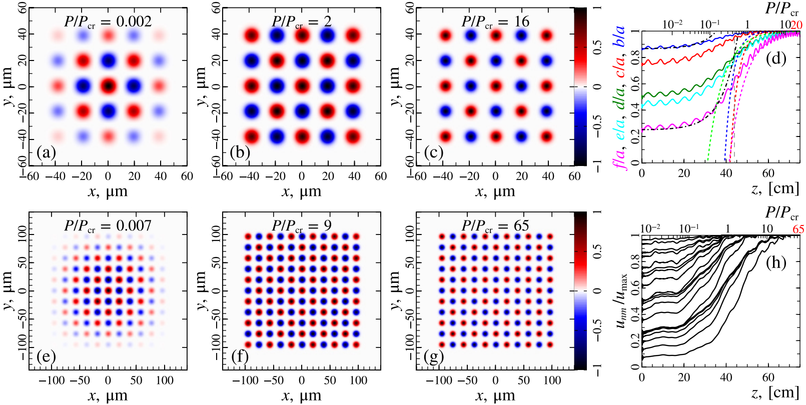
$$g(n,m) \approx G \sin\frac{\pi n}{N+1} \sin\frac{\pi m}{N+1}, \quad |G|^2 \equiv \frac{4P}{(N+1)^2} \ll 1,$$

$$g(n,m) \approx G, \quad |G|^2 \equiv \frac{P}{N^2} \gg 1.$$

Устойчивость квадратной конфигурации

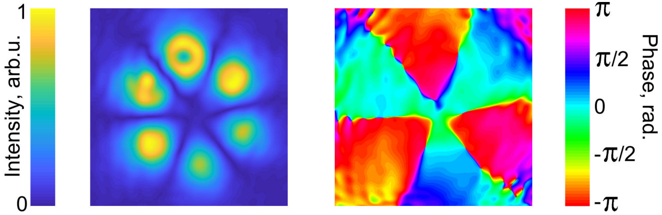
Проверим устойчивость в рамках более общего уравнения

$$\mathrm{i}k_0\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial z}=\sqrt{k_0^2 n_0+\Delta_\perp}\,\mathcal{E}+k_0^2 n_2|\mathcal{E}|^2\mathcal{E}+k_0^2\delta n\,U(x,y)\mathcal{E}$$

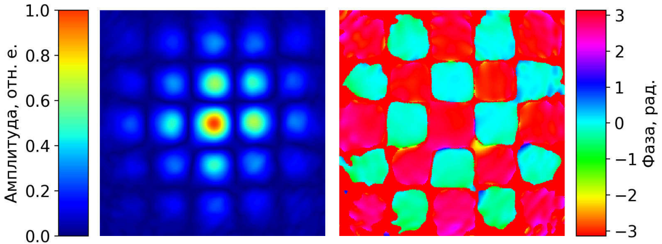


Эксперимент

Кольцевая конфигурация



Квадратная конфигурация



Солитоны в квадратной конфигурации

Малость длины связи в сравнении с дисперсионной требует малости амплитуд солитонов. Тогда решение уравнения

$$\frac{\partial^2 U_{n,m}}{\partial z \partial \tau} + \sigma U_{n,m} - X\left(U_{n-1,m} + U_{n+1,m} + U_{n,m-1} + U_{n,m+1}\right) + \\ + \eta \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\left(|U_{n,m}|^2 U_{n,m}\right) = 0, \quad u_{0,m} = u_{N+1,m} = u_{n,0} = u_{n,N+1} = 0.$$

можно искать в виде

$$U_{n,m} \approx f(\tau) \sin\left(\pi n/(N+1)\right) \sin\left(\pi m/(N+1)\right).$$

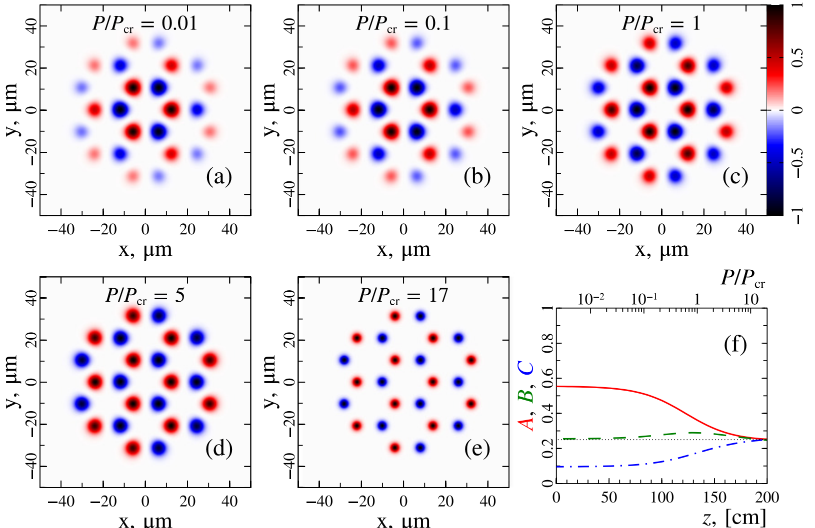
Это приводит к уравнению с известным решением

$$\frac{\partial^2 f}{\partial z \partial \tau} + \left(\sigma + 4X \cos\left(\tfrac{\pi}{N+1}\right)\right) f + \frac{9}{16} \eta \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}\left(|f|^2 f\right) \approx 0.$$

Условие устойчивости будет $X \gg (N+1)^2/\omega\tau_p^2$.

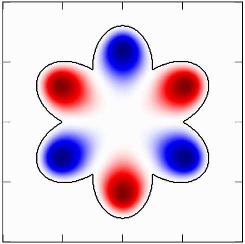
Гексагональный MCF из 24 сердцевин

Трансформация противофазной моды с ростом полной мощности в активном MCF из 24 ядер.



Газонаполненные капилляры

В газонаполненных капиллярах критическая мощность имеет ГВт уровень. Прямое обобщение противофазной моды сложно — нужен баланс потерь на излучение и сильной связи. Идея: разнести поле за счет границы $\rho(\varphi) = a + b\frac{\sqrt{\delta^2+\cos^2(N\varphi)}-\delta}{\sqrt{\delta^2+1}-\delta}$.



Для сравнения с круглым капилляром введем a_{eff} для совпадения потерь

$$\gamma = \frac{1}{a_{\text{eff}}}\left(\frac{2.405}{k_0 a_{\text{eff}}}\right)^2 \frac{n^2+1}{2\sqrt{n^2-1}}, \qquad \eta = \exp(-2\gamma z).$$

Полагая поле элипсоидальным, получае оценки

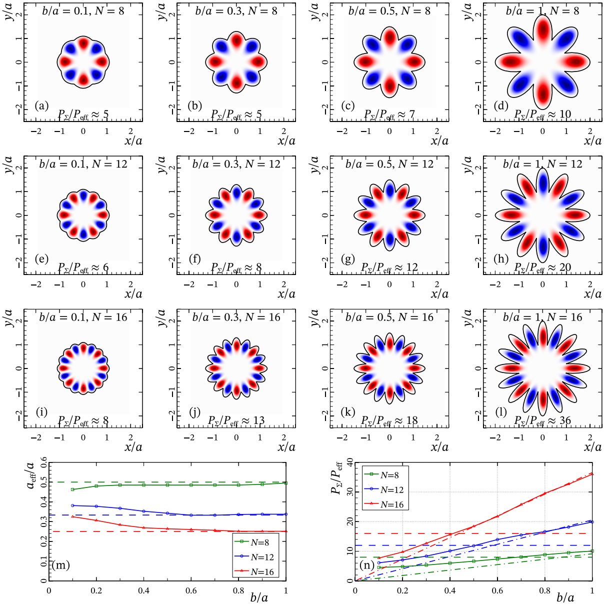
$$a_{\text{eff}} \approx \frac{\pi a}{N}, \qquad \frac{P_\Sigma}{P_{\text{eff}}} \approx \frac{N}{2}\frac{\pi b a_{\text{eff}}}{\pi a_{\text{eff}}^2} \approx \frac{N^2}{2\pi}\frac{b}{a}.$$

Конфигурация ромашка

Расчеты дают оценки

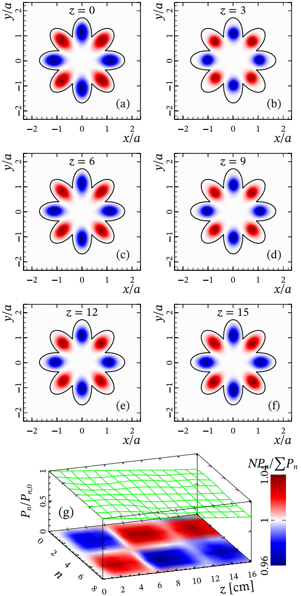
$$a_{\text{eff}} \approx \frac{4a}{N},$$

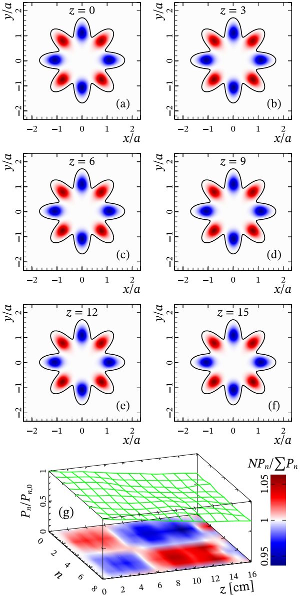
$$\frac{P_\Sigma}{P_{\text{eff}}} \approx \frac{N^2}{7}\frac{b}{a}.$$



Устойчивость моды в ромашке

Численное моделирование нелинейного уравнения показало устойчивую транспортировку $8 \times 62 = 496$ ГВт $(P \geq 5P_{cr})$ пучка на трассе в десятки сантиметров.





Выводы

- Требуются MCF из конечного числа сердцевин.
- Синфазные поля приводят к самозахвату.
- Противофазные супермоды всегда устойчивы.
- Найдены устойчивые противофазные солитоны.
- Кольцевые MCF удобны в аналитике, но склонны к деформациям при изготовлении.
- Квадратные MCF дают наиболее плотную упаковку сердцевин, но противофазная супермода неоднородна.
- Можно обобщить даже на газонаполненные капилляры.

Спасибо за внимание!

Публикации

Coherent propagation of high-power wave beams in hollow gas-filled daisy-shaped waveguides *PRA* **110**, 053511 (2024)

Ultra-broadband frequency shifting of laser pulses in a square multicore chalcogenide fiber *Opt.Lett.* **49**, 1500-1503 (2024)

Stable few-cycle out-of-phase solitons in a rectangular multi-core fiber *Opt.Lett.* **48**, 6208-6211 (2023)

Out-of-phase solitons in multicore fibers of one-dimensional and square lattices of weakly coupled cores *PRA* **108**, 053503 (2023)

Динамика самовоздействия волновых полей в многосердцевинных волокнах *Изв.ВУЗов Радиофизика* **66**, 406-446 (2023)

Tapered Multicore Fiber for High-Power Laser Amplifiers *Photonics* **14**, 1505606 (2022)

Ultrawide shifting of the laser pulse wavelength in a multicore tellurite fiber with two zero-dispersion wavelengths *PRA* **104**, 033518 (2021)

Out-of-phase few-cycle solitons in multicore fibers *PRA* **104**, 023522 (2021)

Coherent amplification of high-power laser radiation in multicore fibers from a rectangular array of cores *Opt.Lett.* **46**, 246-249 (2021)

Coherent propagation of powerful out-of-phase wave beams in linear arrays of weakly coupled cores *EPL* **132**, 54001 (2021)

Coherent propagation and amplification of intense wave beams in a deformed multicore fiber *PRA* **102**, 023527 (2020)

Microstructured fibers based on tellurite glass for nonlinear conversion of Mid-IR ultrashort optical pulses *Photonics* **7**, 51 (2020)

Coherent propagation and amplification of intense laser pulses in hexagonal multicore fibers *Opt.Lett.* **45**, 3224-3227 (2020)

Multicore-fiber solitons and laser-pulse self-compression at light-bullet excitation in the central core of multicore fibers *PRA* **100**, 053830 (2019)

Stability of out-of-phase solitons and laser pulse self-compression in active multicore fibers *PRA* **100**, 053834 (2019)

Laser pulse compression up to few-cycle durations in multicore fiber *Opt.Lett.* **44**, 5085-5088 (2019)

Coherent propagation of laser beams in a small-sized system of weakly coupled optical light guides *PRA* **98** (4), 043857 (2018)

Self-action of a wave field in one-dimensional system of weakly coupled active optical waveguides *Quantum Electr.* **48**, 720 (2018)

Self-compression of laser pulses in an active system of weakly-coupled light guides *Laser Phys.* **28**, 105401 (2018)

Self-compression of spatially limited laser pulses in a system of coupled light-guides *Laser Phys.* **28**, 045401 (2018)

Collapse of the wave field in a one-dimensional system of weakly coupled light guides *PRA* **94**, 063806 (2016)