

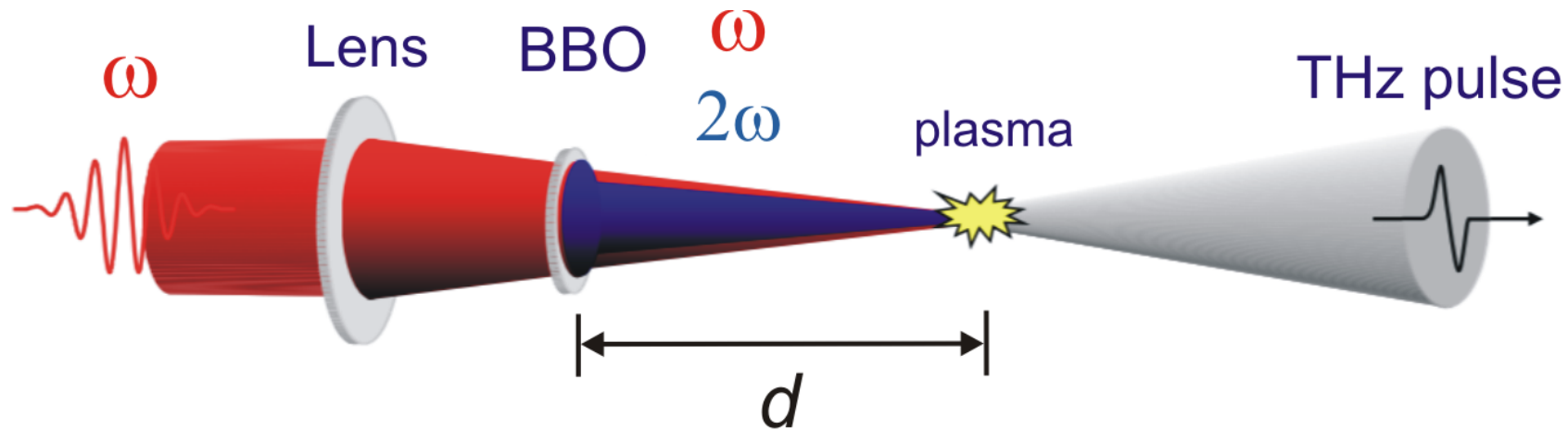
Генерация когерентного излучения в труднодоступных спектральных диапазонах (ТГц, ИК, УФ) вследствие ионизационного многоволнового смешения фемтосекундных импульсов

Н.В. Введенский,

В.А. Костин, И.Д. Ларюшин, А.А. Романов, А.А. Силаев

*Институт прикладной физики РАН,
Нижегородский государственный университет,
Нижний Новгород, Россия*

ТГц излучение при пробое газа в присутствии второй гармоники лазерного импульса



800 нм + 400 нм

Показатель преломления в воздухе (25° C):

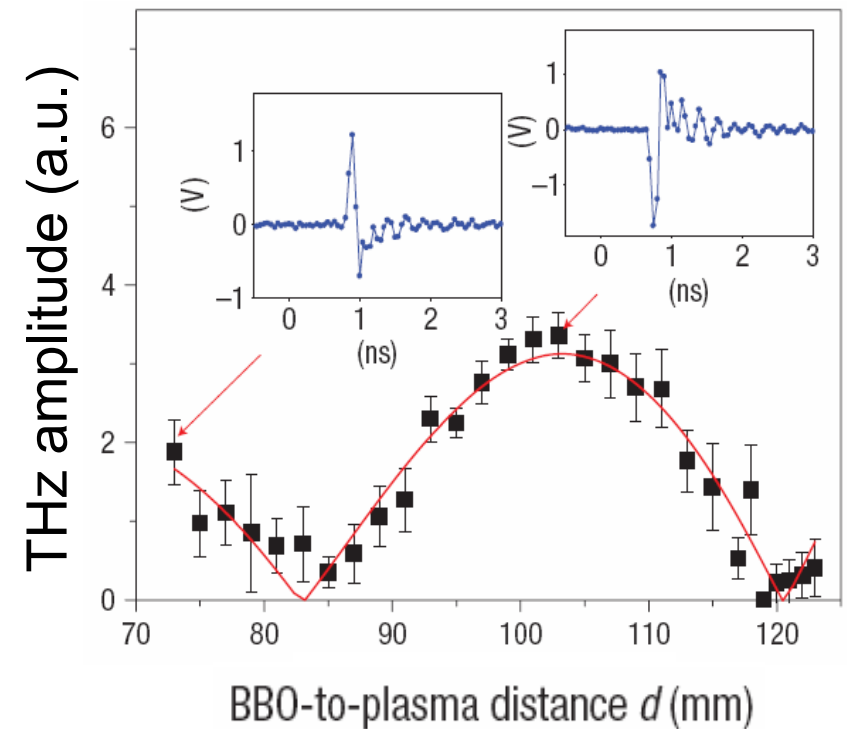
$$n_{800\text{nm}} = 1.000266$$

$$n_{400\text{nm}} = 1.000273$$

$$\Delta n = 7 \times 10^{-6}$$

Разность фаз между первой и второй гармониками:

$$\varphi_{SH} \propto \Delta n d$$

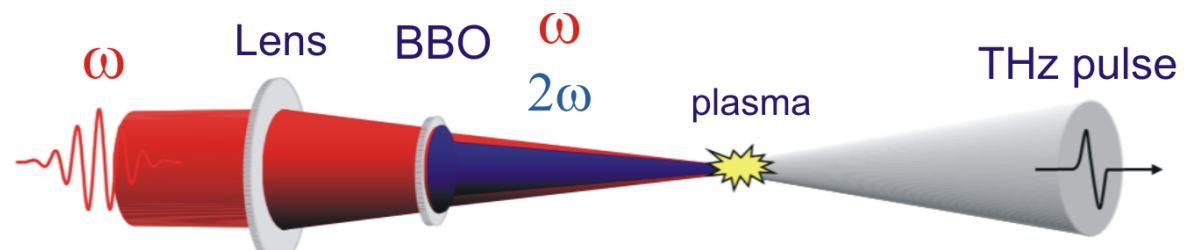
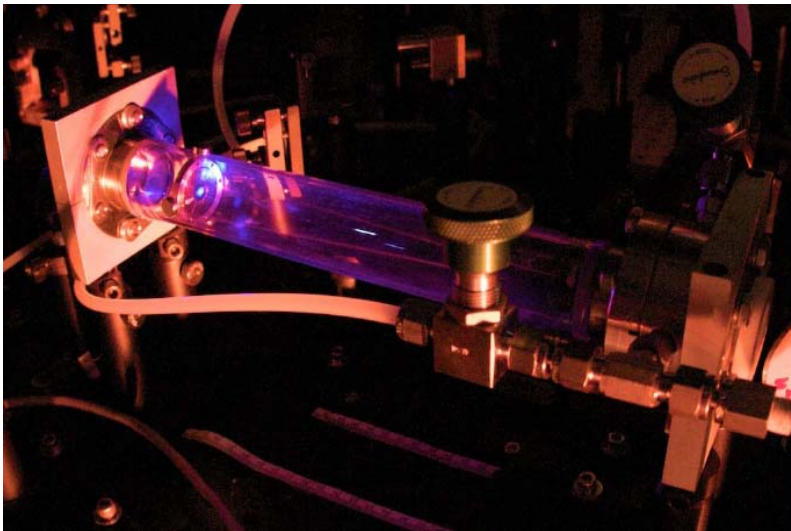


ТГц излучение при пробое газа в присутствии второй гармоники лазерного импульса

Достижения:

- Генерация ТГц излучения в широком диапазоне **0.3 ТГц – 75 ТГц**
- Энергия ТГц импульсов **> 100 мкДж**, пиковая мощность **> 100 МВт**, эффективность преобразования **> 10⁻⁴**.

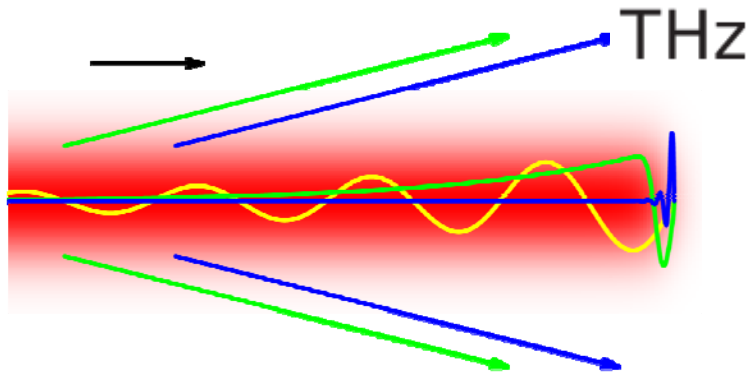
Вторая гармоника увеличивает эффективность более чем в **100 000 раз!**



Преимущества лазерно-плазменных методов генерации ТГц излучения:

- В качестве рабочей среды может выступать окружающий воздух
- Возможность сравнительно простого управления параметрами ТГц излучения в широких пределах
- Возможность создания протяженного источника излучения с узкой диаграммой направленности
- Получение ультракоротких ТГц импульсов с очень широким спектром
- Перспективы получения сверхмощного (гигаваттного уровня) ТГц излучения
- Возможность совместного использования лазерно-плазменных методов генерации и детектирования ТГц излучения, возможность удаленного размещения генерирующей и детектирующей плазмы

Остаточная плотность тока (RCD)



$$\tau_p f_{\text{THz}} \ll 1$$



Ударное возбуждение
собственных колебаний
в плазменной структуре

Длительность импульса
Генерируемая (терагерцовая) частота



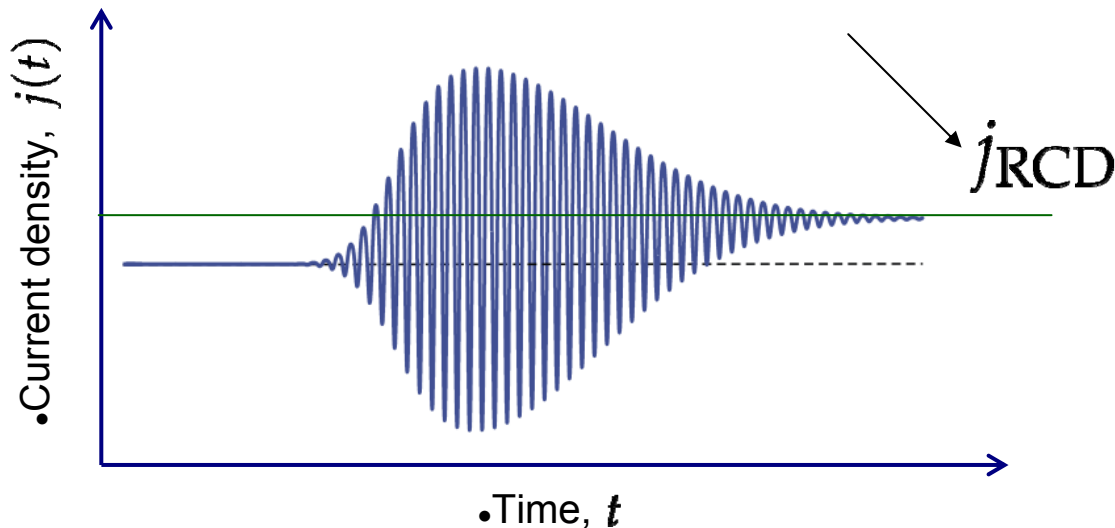
• Оптическое поле ионизует газ
и возбуждает в возникшей
плазме излучающие токи

Амплитуда терагерцовых колебаний
определяется начальным «толчком» —
остаточной плотностью тока

V.B. Gildenburg and N.V. Vvedenskii, Phys. Rev. Lett. 98, 245002 (2007)

A.A. Silaev and N.V. Vvedenskii, Phys. Rev. Lett. 102, 115005 (2009)

Остаточная плотность тока
(residual current density — RCD)



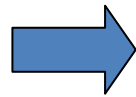
$$j_{\text{RCD}} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial j}{\partial t} dt$$



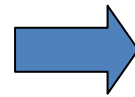
Компонента спектра
производной плотности
тока на нулевой частоте

Особенность теоретического описания

$$\tau_p f_{\text{THz}} \ll 1$$



“Ударное”
возбуждение



Возможность разбить
весь процесс на две
стадии:

1 стадия (стадия возбуждения): Фемтосекундный лазерный импульс создает на ионизационном фронте распределение плотности плазмы $N(\mathbf{r})$ и плотности тока свободных электронов $\mathbf{j}(\mathbf{r})$

Классический подход (уравнение для плотности плазмы + уравнение для плотности тока) или квантовомеханический подход (нестационарное уравнение Шредингера).

2 стадия (стадия излучения): Самосогласованная пространственно-временная эволюция плотности тока и электромагнитного поля в образовавшейся плазме и в окружающем пространстве.

Уравнения Максвелла + уравнение для плотности электронного тока

“Coherent terahertz echo”: N. Karpowicz and X.-C. Zhang, Phys. Rev. Lett. **102**, 093001 (2009)

КЛАССИЧЕСКИЕ И КВАНТОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ

Классический подход

$$\frac{\partial N}{\partial t} = (N_g - N) w(|E(t)|)$$

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = \frac{e^2 N(t)}{m} \mathbf{E}(t)$$

Остаточная плотность тока (RCD)

$$\mathbf{j}_{RCD} = \frac{e^2}{m} \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(t) N(t) dt$$

$w(|E|)$ Вероятность туннельной ионизации как функция мгновенного значения электрического поля – решение задачи об ионизации атома в статическом электрическом поле

Квантовомеханический подход

3D Нестационарное уравнение Шредингера (TDSE):

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) - e\mathbf{r}\mathbf{E}(t) \right) \psi(\mathbf{r}, t)$$

дипольное ускорение:

$$\mathbf{a}(t) = \frac{e}{m} \mathbf{E}(t) - \frac{1}{m} \int |\psi|^2 \nabla V d^3 \mathbf{r}$$

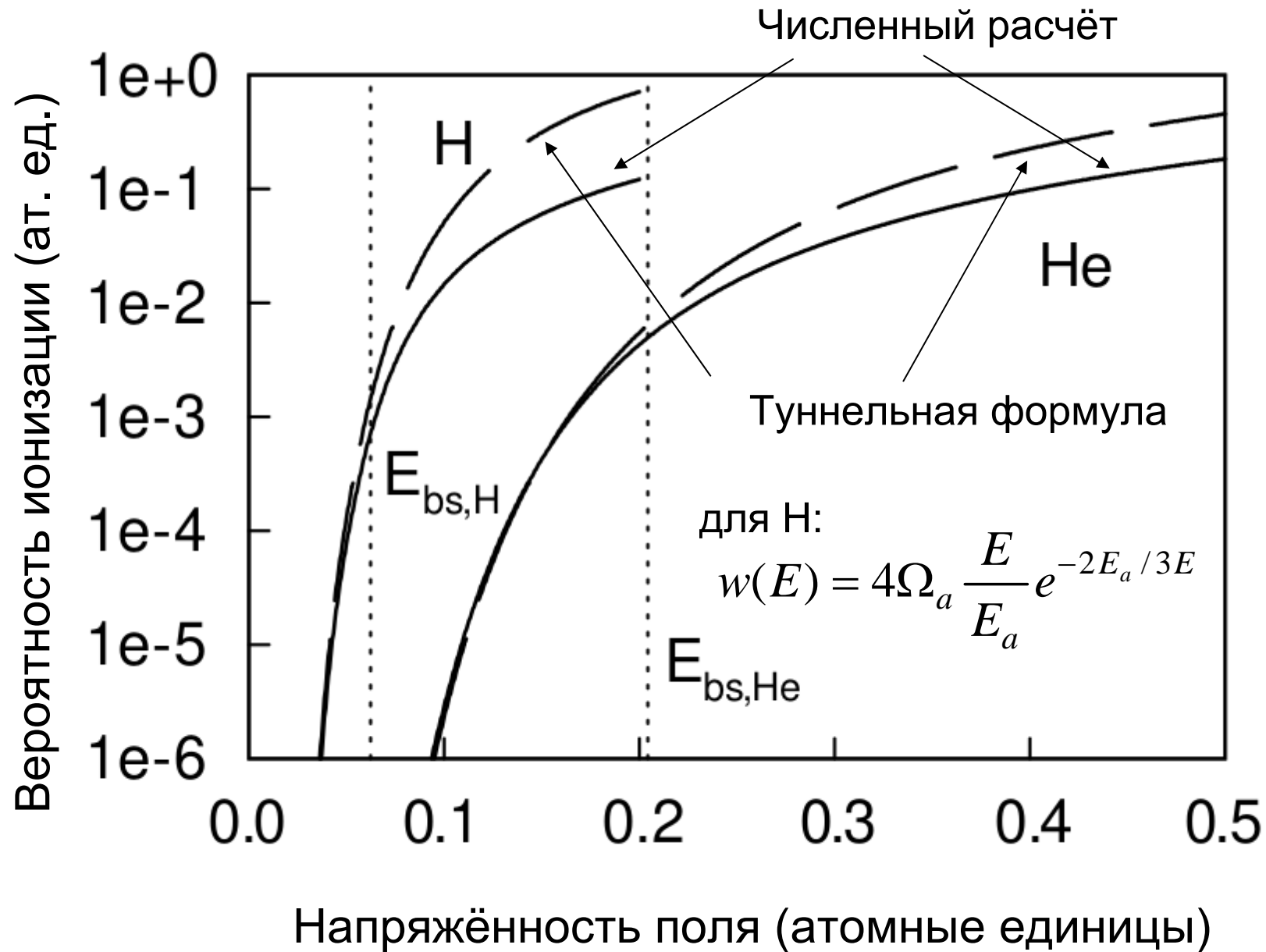
$$\mathbf{j}(t) = eN_g \int_{-\infty}^t \mathbf{a}(t') dt'$$

Остаточная плотность тока (RCD) свободных электронов:

$$\mathbf{j}_{RCD} = \mathbf{j}(t) - \mathbf{j}_b(t) \quad \text{for } t \gg \tau_p$$

Вероятность туннельной ионизации в единицу времени

Armin Scrinzi et al., PRL 83, 706 (1999)



Формула Тонга-Лина для атома водорода:

$$w(E) = 4\Omega_a (E / E_a) e^{-2E_a/3E - 12E/E_a}$$

Ионизационный механизм возбуждения остаточного (квазипостоянного) тока в плазме (классическое объяснение)

Уравнение движения:

$$m \frac{dV_x}{dt} = eE_0 \sin(\omega_L t)$$

$t = t_0$ - момент рождения электрона

$$V_x(t_0) = 0; t > t_0 :$$

$$V_x(t) = V_{osc}(t) + V_{dr}$$

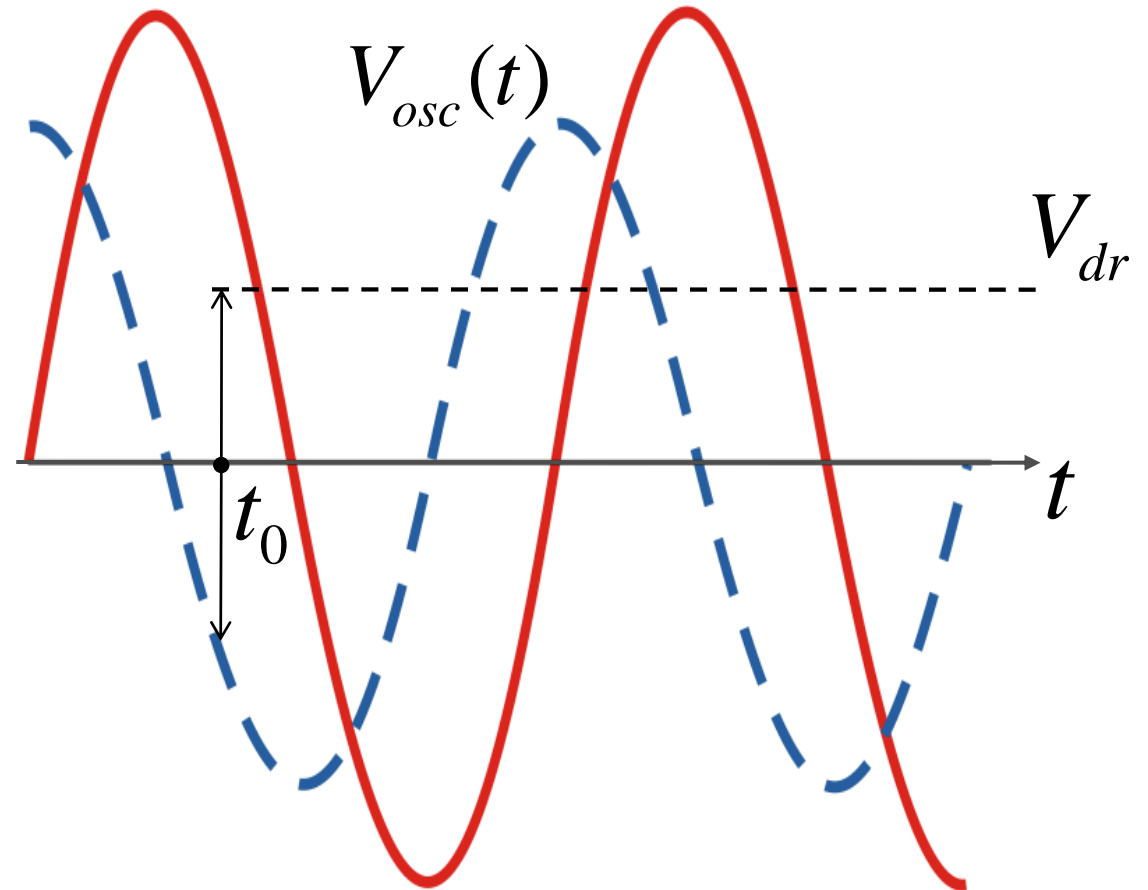
Осцилляторная скорость:

$$V_{osc}(t) = \frac{|e|E_0}{m\omega_L} \cos(\omega_L t)$$

Дрейфовая скорость:

$$V_{dr} = -\frac{|e|E_0}{m\omega_L} \cos(\omega_L t_0)$$

$$E_x(t) = E_0 \sin(\omega_L t)$$



В случае импульса конечной длительности, после прохождения импульса, при $t \rightarrow \infty$, $E(t) \rightarrow 0$:

$$V(t) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} V_{dr}$$



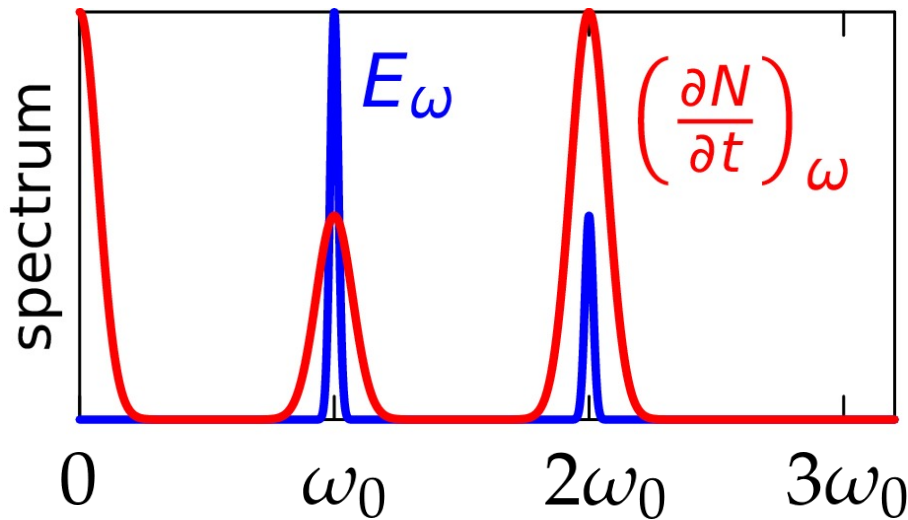
возможна остаточная (квазипостоянная) плотность тока свободных электронов

Возбуждение низкочастотного тока и гармоники плотности плазмы

Ионизирующее поле: $E(t) = \text{Re } A_0(t)e^{-i\omega_0 t} + \text{Re } A_1(t)e^{-2i\omega_0 t}$

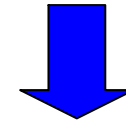
Плотность плазмы: $N(t) = \text{Re } B_0(t)e^{-i\omega_0 t} + \text{Re } B_1(t)e^{-2i\omega_0 t} + \dots$

Спектры ионизирующего поля
и плотности плазмы



**Плотность тока свободных
электронов:**

$$\frac{dj}{dt} = \frac{e^2}{m} NE$$



ОСТАТОЧНАЯ ПЛОТНОСТЬ ТОКА

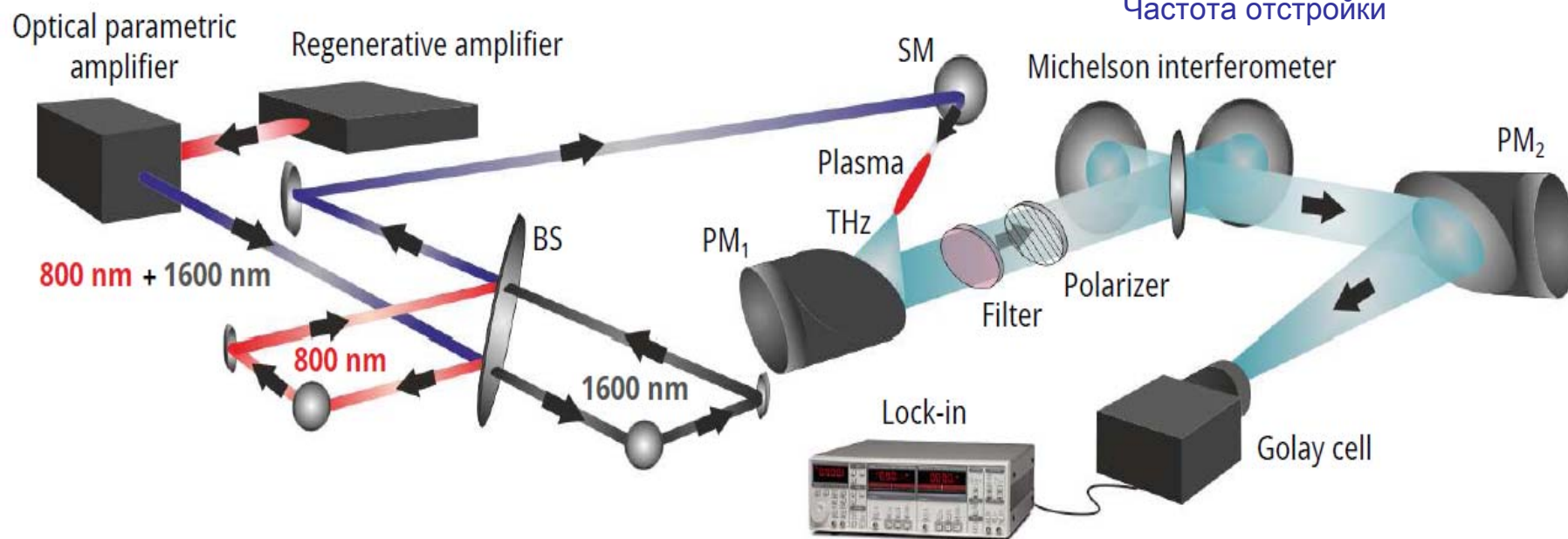
$$j_{\text{RCD}} = \left(\frac{dj}{dt} \right)_{\omega=0} \approx \frac{e^2}{2m} \int_{-\infty}^{\infty} \text{Re}(A_0 B_0^* + A_1 B_1^*) dt$$

Генерация терагерцового излучения с использованием параметрических генераторов света (ПГС)

ПГС генерирует волну с частотой близкой к половинной частоте волны накачки

Частота добавочного поля: $2\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$

Частота отстройки



N. V. Vvedenskii, A. I. Korytin, V. A. Kostin, A. A. Murzanev, A. A. Silaev, A. N. Stepanov. *Physical Review Letters* **112**, 055004 (2014)

Отстройка от полного синхронизма

Частоты ионизирующих полей: $2\omega_1 = \omega_0 + \frac{\Delta\omega}{}$

Малая отстройка

Остаточная плотность тока:

$$j_{\text{RCD}} \propto e^{-\frac{\Delta\omega^2 \tau_i^2}{2}}$$

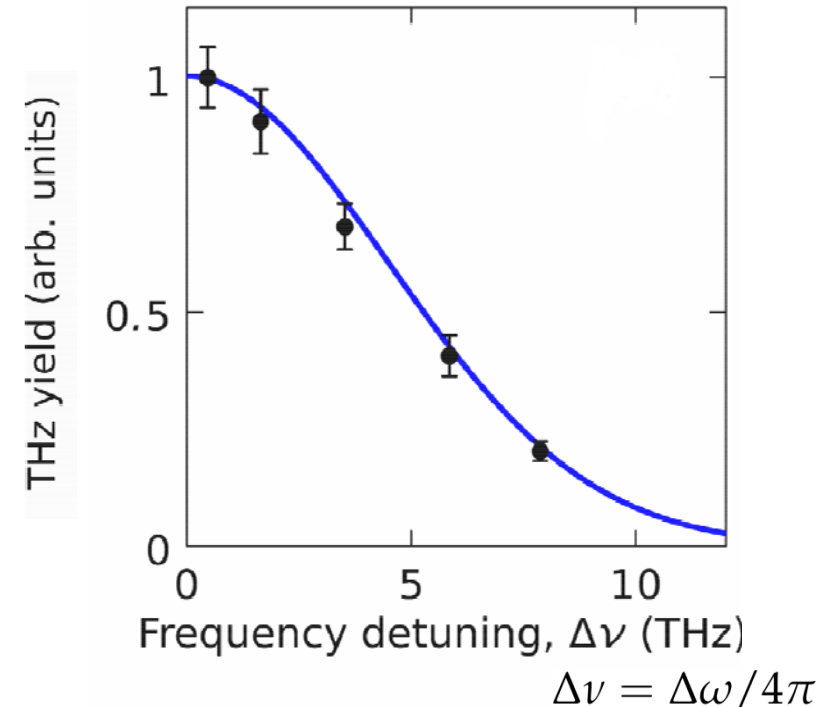
Длительность ионизации τ_i определяет ширину полосы возбуждения остаточной плотности тока

Что будет при произвольном, существенно отличном от 2, отношении частот?

Что будет при близких интенсивностях

квазигармонических компонент?

Каковы свойства ионизационного волнового смешения и как их описать нефеноменологически?

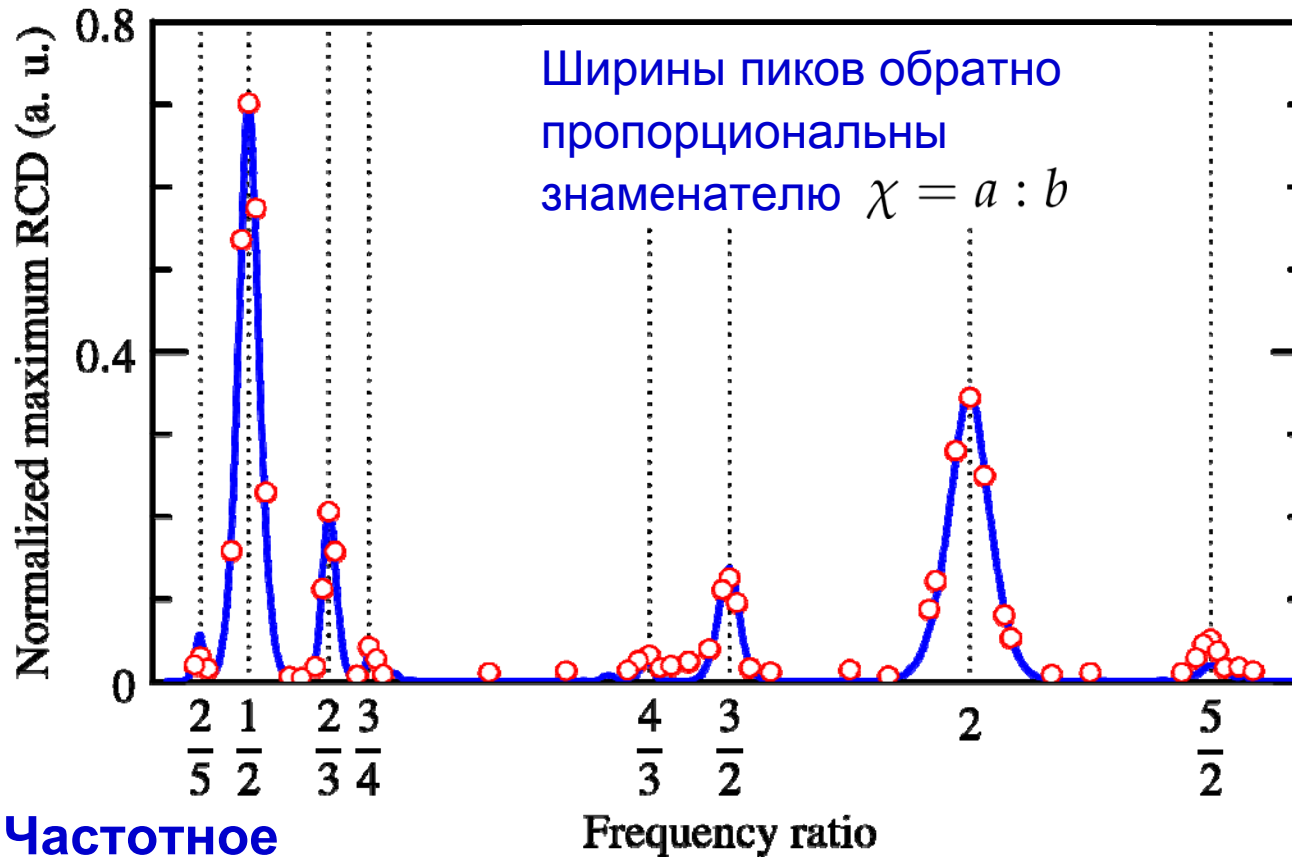


N. V. Vvedenskii, A. I. Korytin, V. A. Kostin, A. A. Murzanev, A. A. Silaev, A. N. Stepanov. *Physical Review Letters* **112**, 055004 (2014)

Генерация терагерцового излучения при произвольных отношениях частот квазигармонических компонент

V.A. Kostin, I.D. Laryushin, A.A. Silaev, N.V. Vvedenskii. *Physical Review Letters* 117, 035003 (2016)

Зависимость остаточной плотности тока от частотного отношения



Частотное отношение:

$$\chi = \omega_1 / \omega_0$$

$$dN/dt = (N_g - N)w(|E|),$$

Исходная плотность газа

$$dj/dt = (e^2/m)NE$$

Вероятность ионизации в единицу времени

$$w(E) = 4\omega_a^2 (E_a/E)^{1/2} \exp(-2E_a/3E - 12E/E_a)$$

Гауссовы огибающие:

$$|A_{0,1}| = \sqrt{\frac{8\pi I_{0,1}}{c}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\tau^2}\right)$$

Длина волны основного поля:

$$\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega_0} = 800 \text{ nm}$$

Длительность

импульса (FWHM): $\tau_p = 50 \text{ fs}$

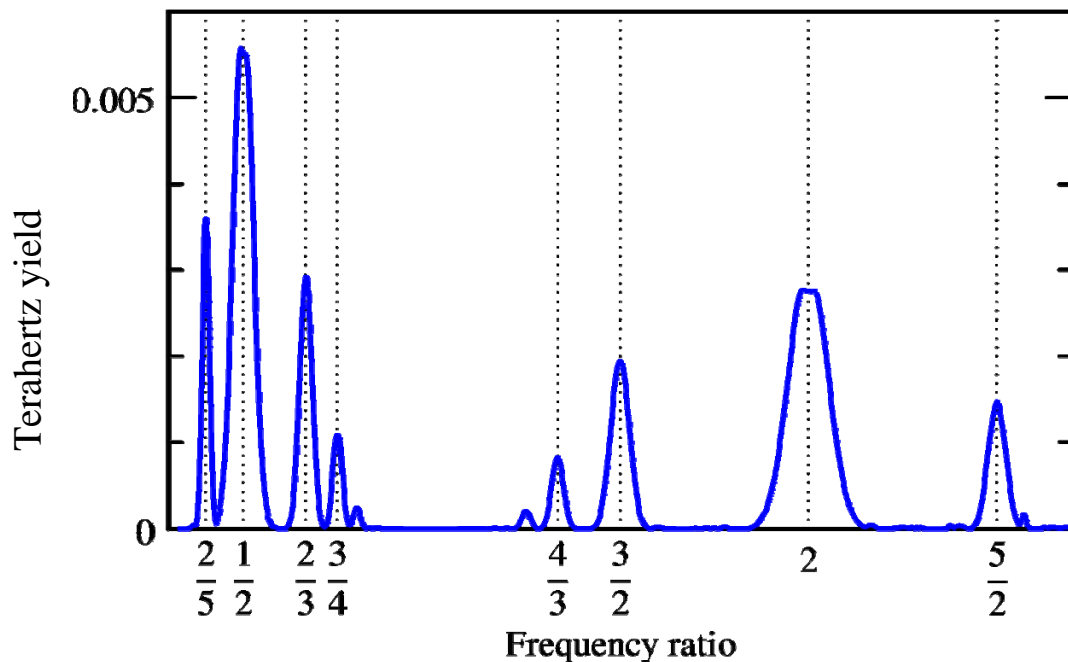
Интенсивности компонент

$$I_0 = I_1 = 10^{14} \text{ W/cm}^2$$

Точки получены на основе квантовомеханического подхода (3D TDSE).

Кривая получена на основе классического подхода:

Генерация терагерцового излучения как результат ионизационного многоволнового смешения



Сильная генерация терагерцового излучения при использовании двухцветных импульсов с частотным отношением

$$a\omega_0 \approx b\omega_1$$

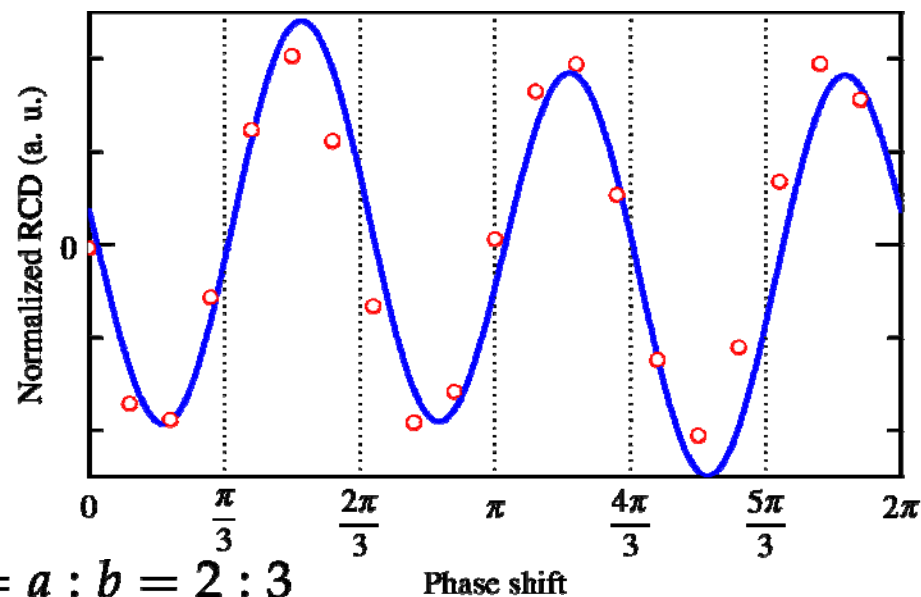
a, b — натуральные
 $a + b$ — нечётное

Фазовый сдвиг между квазигармоническими компонентами:

$$\varphi_1 = \arg \frac{A_1}{A_0}$$

- В максимуме пика зависимость от фазы приближённо периодическая с периодом $2\pi/b$, определяемым знаменателем дроби χ

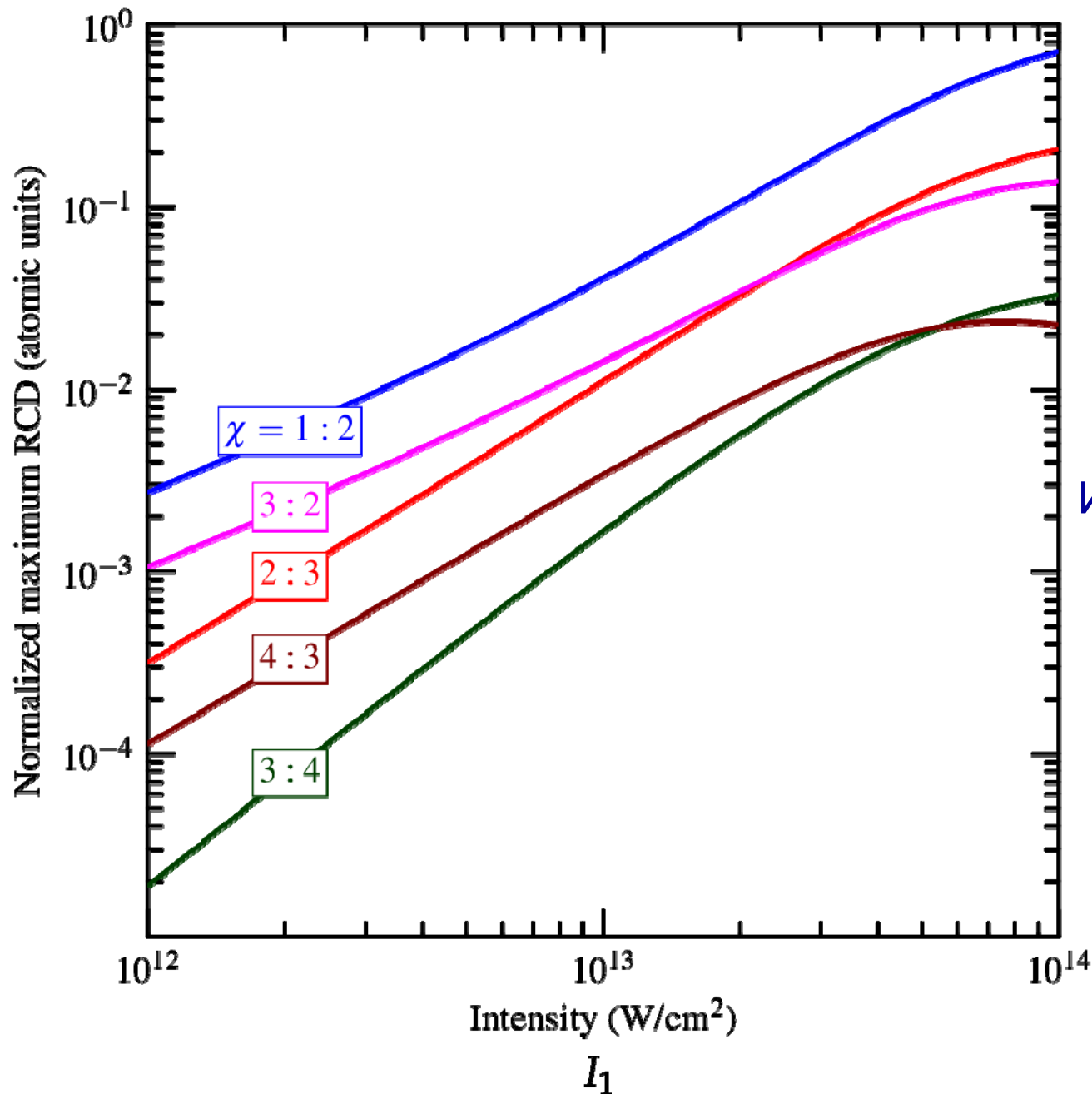
Зависимость от фазового сдвига



$$\chi = \omega_1 / \omega_0 = a : b = 2 : 3$$

Результаты расчётов

Зависимость от интенсивности добавочного поля



Длина волны
основного поля:
 $\lambda_0 = 800 \text{ nm}$

Длительность
лазерного импульса:
 $\tau = 30 \text{ fs}$

Интенсивность основного поля:

$$I_0 = 10^{14} \text{ W}/\text{cm}^2$$

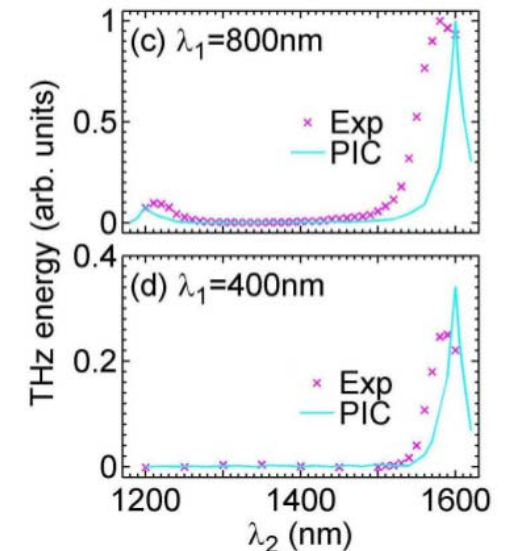
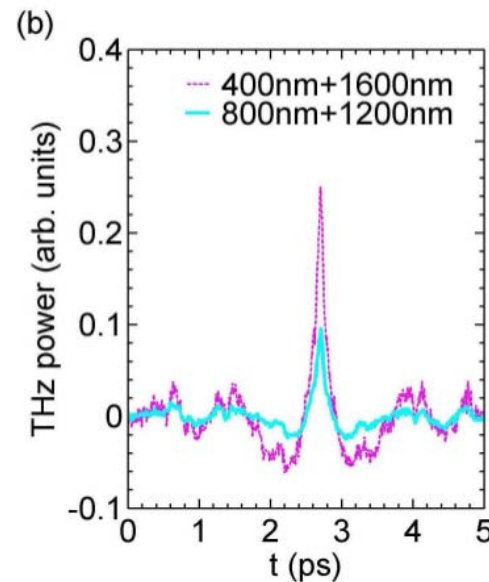
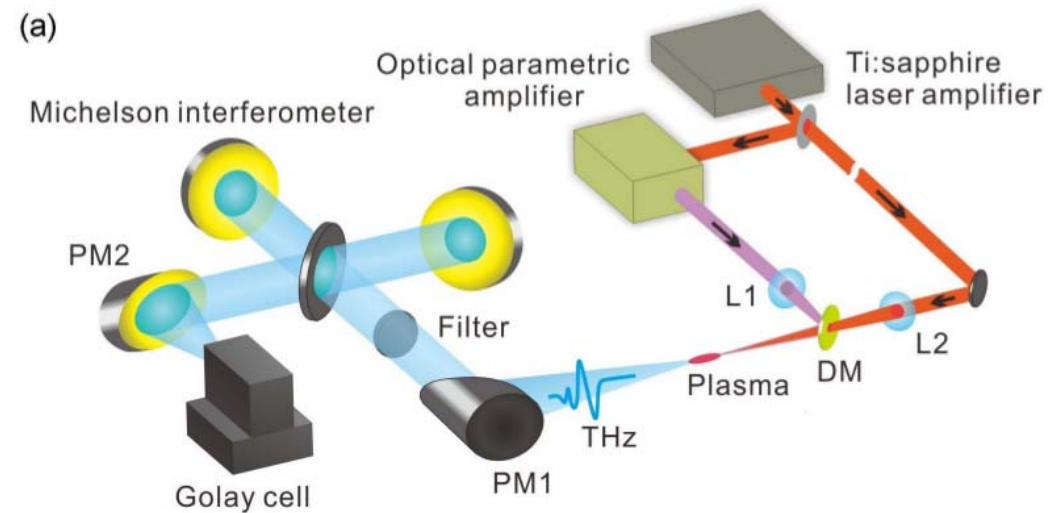
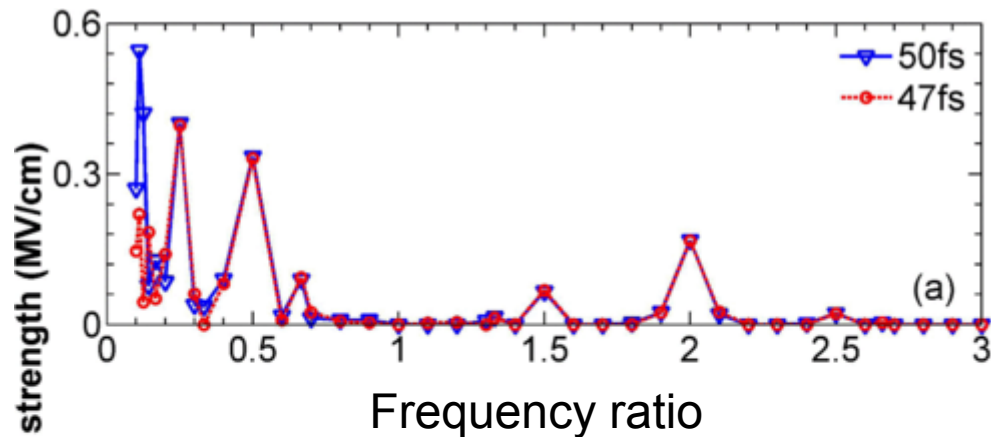
При не очень больших
интенсивностях
добавочного поля

$$j_{\text{RCD}} \propto I_1^{b/2}$$

PIC-моделирование и экспериментальная реализация

W.-M. Wang, Z.-M. Sheng, Y.-T. Li, Y. Zhang, and J. Zhang, *Physical Review A* **96**, 023844 (2017).

L.-L. Zhang, W.-M. Wang, D. Wu, R. Zhang, S.-J. Zhang, C.-L. Zhang, Y. Zhang, Z.-M. Sheng, X.-C. Zhang, *Physical Review Letters* **119**, 235001 (2017).



Аналитическая модель

Подходы и приближения:

1. Туннельная ионизация и классический подход
2. Резкая зависимость вероятности ионизации от поля

$$n = \frac{w'(E)E}{w(E)} \gg 1$$

3. Теория возмущений по «добавочному» полю E_1

Для $\chi \approx \frac{a}{b}$ $b\omega_1 = a\omega_0 + \Delta\omega$ $a + b \ll n$
и нечетного $a + b$

низкочастотная плотность тока: $\frac{dj_{\text{LF}}}{dt} \approx \text{Im } j_{\text{osc}} g \bar{w}(|A_0|) \frac{A_0^a A_1^{*b}}{|A_0|^{a+b}} e^{i\Delta\omega t}$

Осцилляторная плотность тока в полностью ионизованной плазме: $j_{\text{osc}} = \frac{e^2 N_g |A_0|}{m\omega_0}$

Усреднённая по периоду вероятность ионизации $\bar{w}(|A_0|) = (2/\pi n)^{1/2} w(|A_0|)$

$$g = \frac{2}{b!} \left(\frac{a^2 - b^2}{na} - \frac{\Delta\omega}{\omega_0} \right) \exp \left(-\frac{a^2}{2n} \right)$$

Формула для остаточной плотности тока

$$j_{\text{RCD}} = g \exp\left(-\frac{\Delta\omega^2 \tau_i^2}{2}\right) \underbrace{j_{\text{osc}} \tau_i \bar{\omega}(\mathcal{E}_0)}_{\text{Зависимость от интенсивности основного поля}} \underbrace{\left(\frac{n\mathcal{E}_1}{2\mathcal{E}_0}\right)^b}_{\text{Зависимость от отношения интенсивностей}} \underbrace{\sin(b\varphi - \omega_0 t_0)}_{\text{Зависимость от фазового сдвига}}$$

Зависимость от частоты отстройки; форма пика

Зависимость от отношения интенсивностей

Зависимость от отношения частот

Зависимость от интенсивности основного поля

Зависимость от фазового сдвига

$$\tau_i = \frac{\tau}{\sqrt{n}} \ll \tau - \text{длительность ионизации}$$

Максимальные амплитуды лазерных компонент:

$$\mathcal{E}_0 = A_0(t_0) = \max A_0 = \sqrt{\frac{8\pi I_0}{c}}$$

$$\mathcal{E}_1 = A_1(t_0)$$

Число смешивающихся волн

$$n = \frac{w'(E)E}{w(E)} \gg a + b$$

Число n — эффективный показатель степени для вероятности ионизации
“Локально”: $w(E) \approx CE^n$

$$\frac{dj_{LF}}{dt} \propto \text{Im} |A_0|^{n+1-a-b} A_0^a A_1^{*b} e^{i\Delta\omega t}$$

Генерация низкочастотного излучения может рассматриваться как $(n+2)$ -волновое смешение: взаимодействие $n + 1 - b$ квантов основного поля и b квантов добавочного!

Для $I_0 = 10^{14} \text{ W/cm}^2$ число $n \sim 10$

Сильное поле на 800 нм + слабое на 400 нм: около 10 квантов на 800 нм и 1 квант на 400 нм переходят в один квант низкочастотного поля

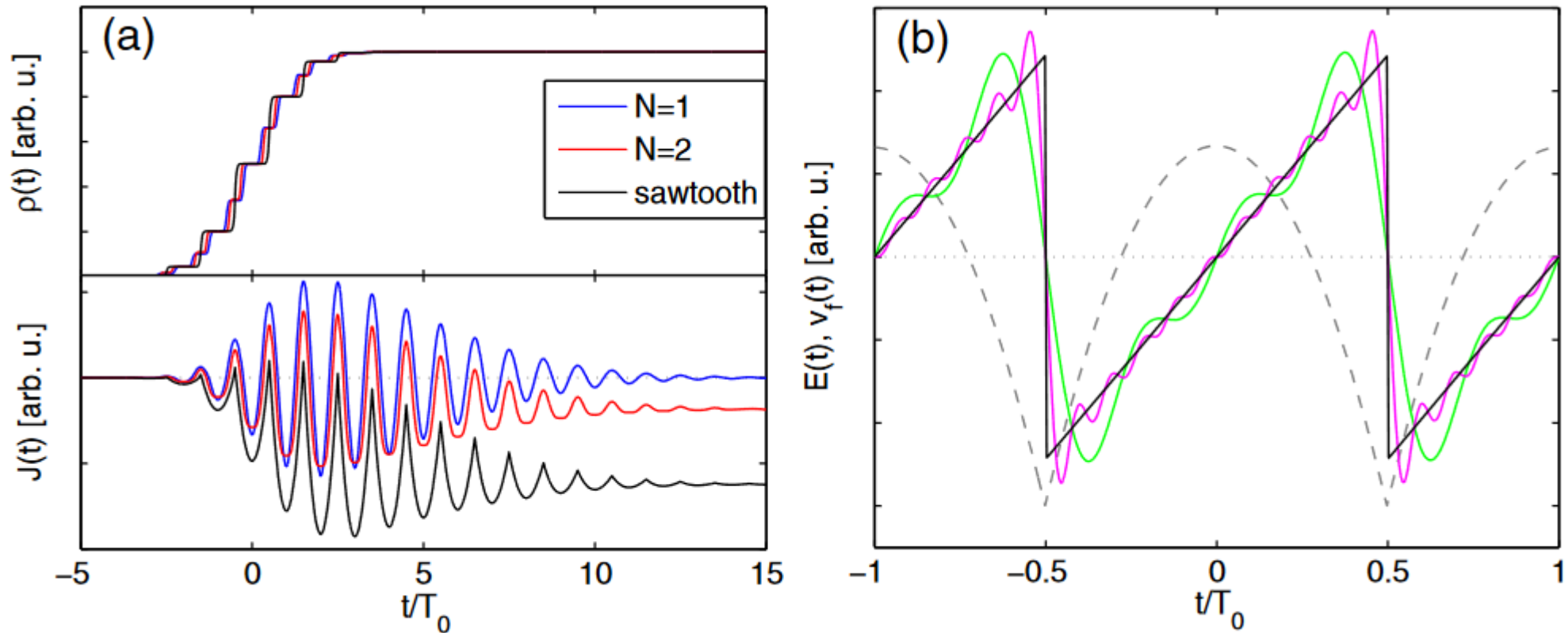
Сильное поле на 800 нм + слабое на 1600 нм: около 9 квантов на 800 нм и 2 кванта на 1600 нм переходят в один квант низкочастотного поля

Особенности ионизационного многоволнового смешения

1. Число смешивающихся волн зависит от интенсивности.
2. Истощение нейтралов модифицирует эффект.
3. Асимметрия от отношению к знаку отстройки.

Использование многоцветных импульсов для увеличения яркости ТГц источников

$$E(t) = \sum_{k=1}^N E_k(t) = \sum_{k=1}^N \mathcal{E}_k(t) a_k \cos(k\omega_0 t + \phi_k).$$

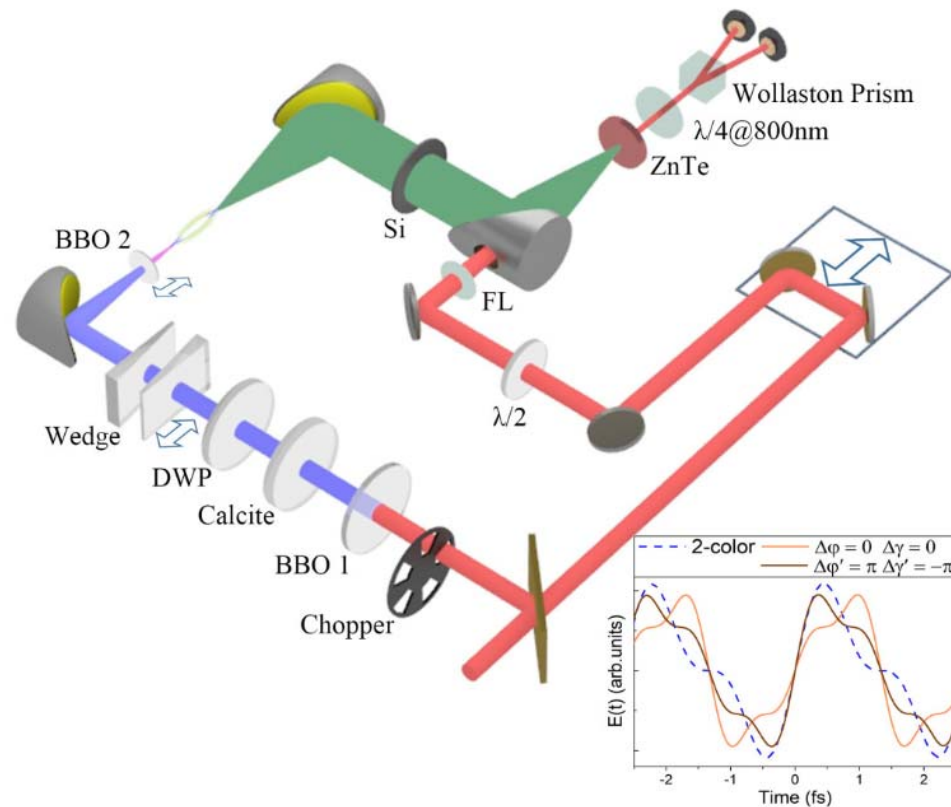


P. González de Alaiza Martínez, I. Babushkin, L. Bergé, S. Skupin, E. Cabrera-Granado, C. Köhler, U. Morgner, A. Husakou, and J. Herrmann. *Phys. Rev. Lett.* **114**, 183901 (2015).

Возможно усиление остаточного тока и терагерцового выхода в разы.

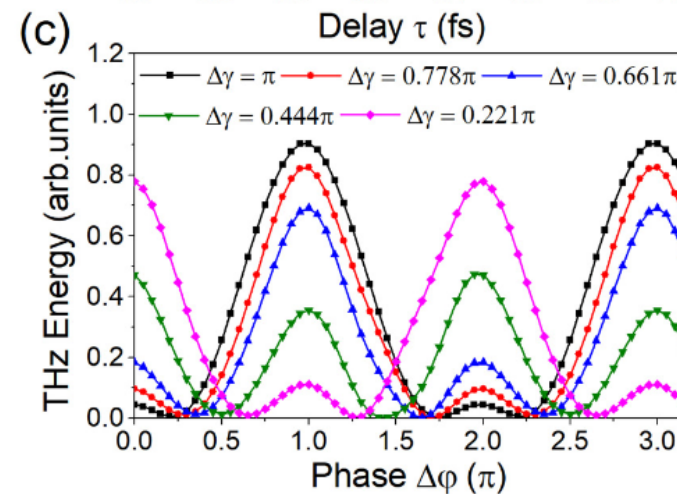
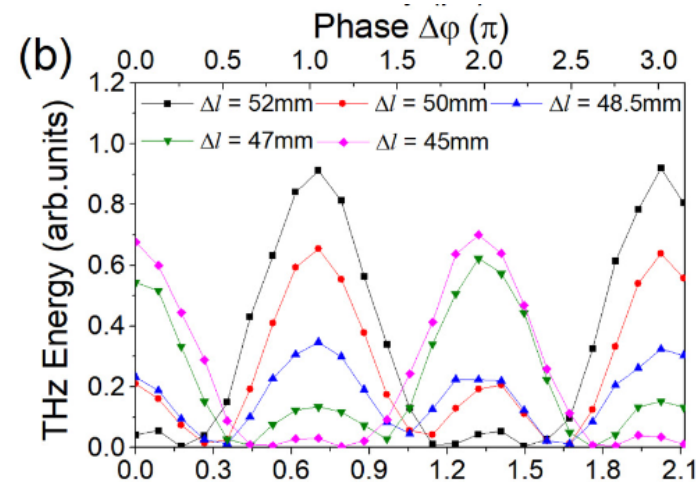
Использование многоцветных импульсов

Экспериментальная с трихроматическим («трёхцветным») полем.



При добавлении достаточно слабой третьей гармоники продемонстрировано более чем трёхкратное усиление терагерцовой энергии.

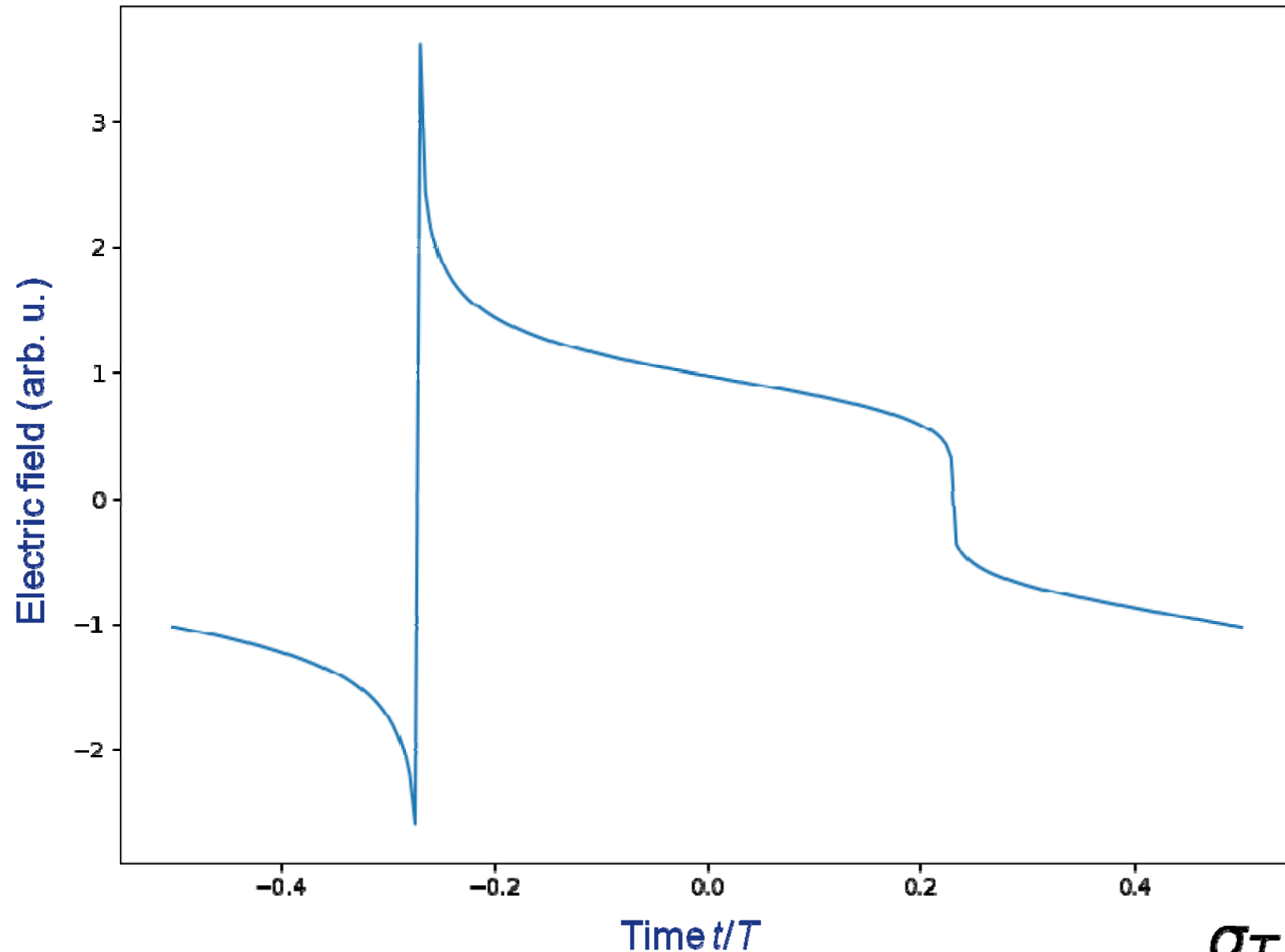
Усиление сильно зависит от формы поля (фазовых сдвигов между гармониками).



S. Liu, Z. Fan, C. Lu, J. Gui, C. Luo, S. Wang, Q. Liang, B. Zhou, A. Houard, A. Mysyrowicz, V. Kostin, and Y. Liu, Phys. Rev. A 102, 063522 (2020).

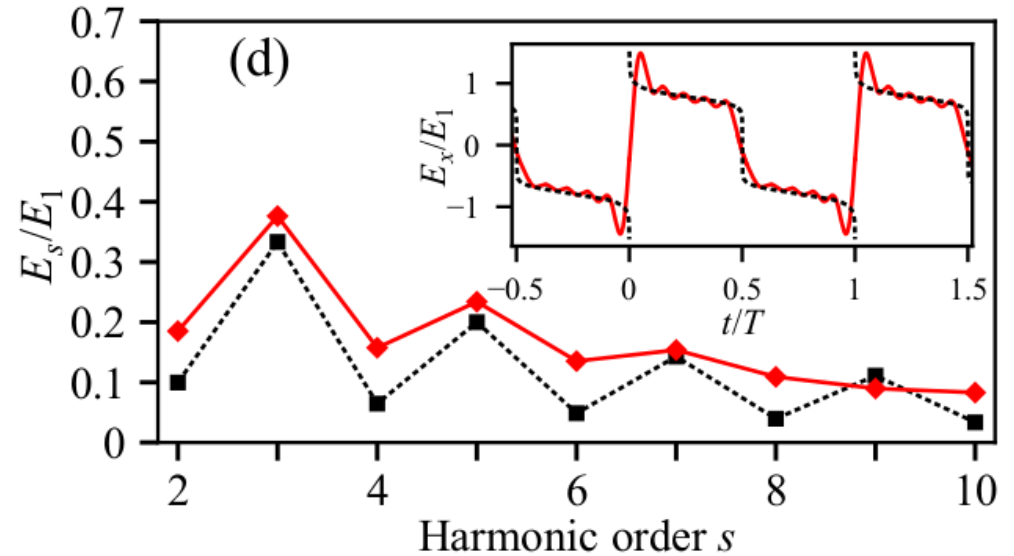
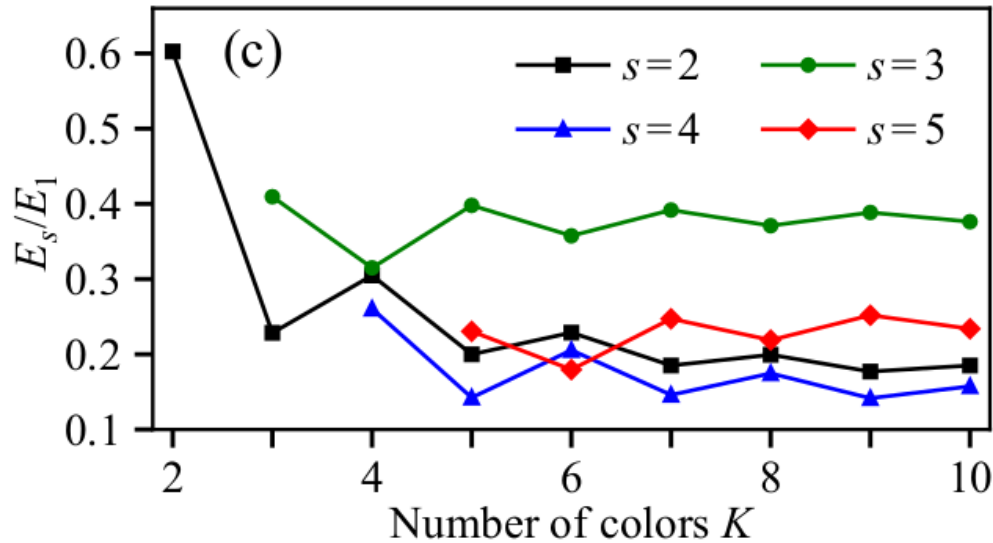
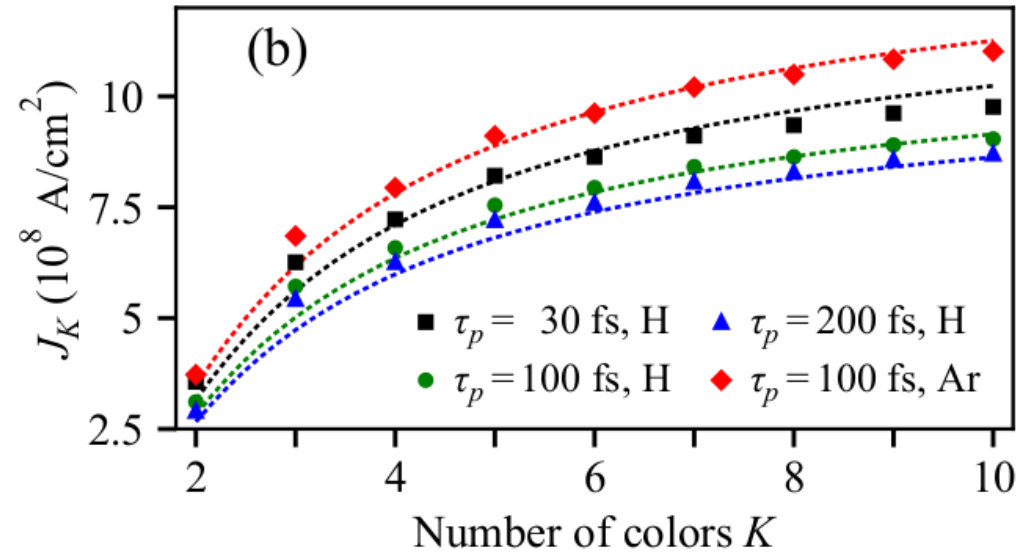
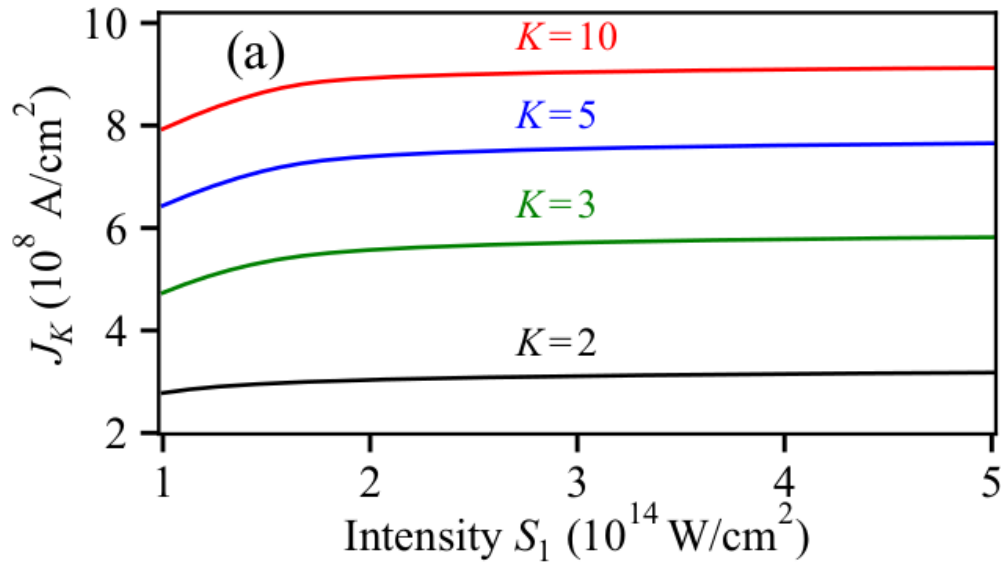
Оптимальная волновая форма

В.А. Костин, И.Д. Ларюшин, Н.В. Введенский, Письма в ЖЭТФ 112, 81 (2020)



$\sigma_T \ll 1$

Результаты расчетов



$$N_m = 2.3 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$$

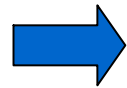
$$(b)-(d): S_1 = 3 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$$

сплошные линии – численные расчеты
пунктир – аналитические результаты

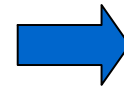
Генерация излучения в иных частотных диапазонах

Частоты (спектр) терагерцового излучения определяются собственными временами формирующейся в результате ионизации плазмы

Комбинационная частота мала по сравнению с собственными частотами



Генерация на **собственных частотах**

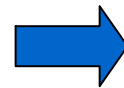


Терагерцовое излучение

Комбинационная частота выше собственных частот



Генерация на **«вынужденной» комбинационной частоте**



Излучение в среднем и ближнем инфракрасном, видимом и ультрафиолетовом диапазонах

Аналитическая модель

Туннельная ионизация и классический подход

$$\frac{\partial N}{\partial t} = N_g w[|E(t)|] \quad \frac{\partial j}{\partial t} = \frac{e^2 N(t)}{m} E(t) \quad N \ll N_g$$

Теория возмущений по «добавочному» полю E_1

$$w(|E|) \approx w(|E_0|) + w'(|E_0|)(\text{sign } E_0)E_1 + \frac{w''(E_0)E_1^2}{2} + \dots$$

Уравнения для поправок:

$$N \approx N_0 + N_1 + \dots \quad j \approx j_0 + j_1 + \dots$$

$$N_k = \frac{N_g}{k!} \int_{-\infty}^t w^{(k)}(|E_0|) [(\text{sign } E_0) E_1]^k dt$$

$$\frac{dj_0}{dt} = \frac{e^2}{m} N_0 E_0 \quad \frac{dj_k}{dt} = \frac{e^2}{m} (N_k E_0 + N_{k-1} E_1)$$

Аналитическая модель

Резкая зависимость вероятности ионизации от поля $n = \frac{w'(E)E}{w(E)} \gg 1$

Ток свободных электронов $\frac{\partial j}{\partial t} = \text{Re} \sum_{a,b} F_{ab}(t) e^{-i\omega_{ab}t}$

Комбинационные частоты $\omega_{ab} = a\omega_0 + b\omega_1$

В сумме a — целое,
 b — неотрицательное,
 $a + b$ — нечётное

Для $a, b \neq 0$ и $|\omega_{0,1} - \omega_{ab}| \tau_i \gg 1$

Комплексная огибающая $F_{ab}(t) = igj_{\text{osc}} \bar{w}(|A_0|) \frac{A_0^a A_1^b}{|A_0|^{a+b}}$

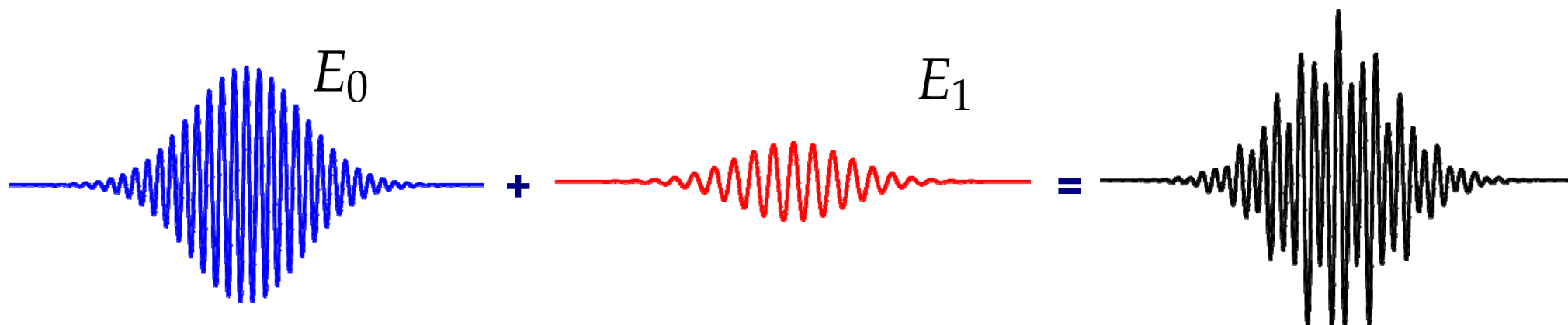
$$g = \frac{n_0^b e^{-a^2/2n_0}}{2^b b!} \left[\frac{2(a + b\chi)}{(a + b\chi)^2 - 1} + \frac{1}{n_0} \left(\frac{a - b\chi}{(a + b\chi)^2 - 1} + \frac{2b}{a + b\chi - \chi} \right) \right]$$

Для не слишком малых частот $g = \frac{n_0^b e^{-a^2/2n_0}}{2^{b-1} b!} \frac{\omega_{ab} \omega_0}{\omega_{ab}^2 - \omega_0^2}$

Для малых частот $g = \frac{n_0^b e^{-a^2/2n_0}}{2^{b-1} b!} \left(\frac{a^2 - b^2}{na} - \frac{\omega_{ab}}{\omega_0} \right)$

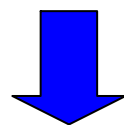
Генерация излучения в среднем инфракрасном диапазоне

Частота добавочного поля: $2\omega_1 = \omega_0 + \Delta\omega$



Ионизирующее поле E содержит гармоники на ω_0 , $\omega_1 = (\omega_0 + \Delta\omega)/2$

Плотность плазмы N содержит гармоники на $\omega_0 \pm \Delta\omega$, $\omega_1 - \Delta\omega$



dj/dt содержит составляющую на частоте $\Delta\omega$



Экспериментальное наблюдение

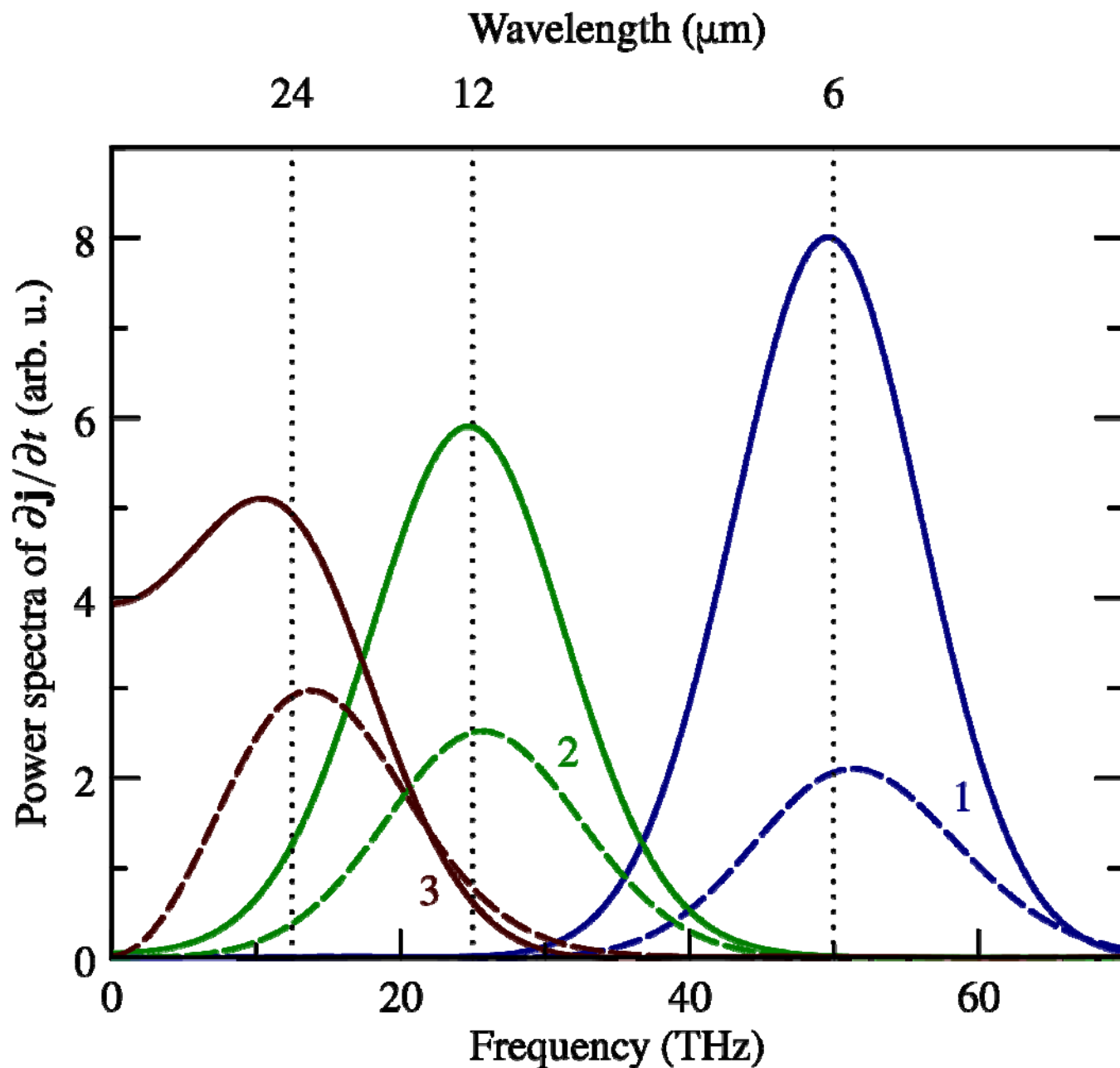
T. Balciunas et. al. CEP-stable tunable THz-emission originating from laser-waveform-controlled sub-cycle plasma-electron bursts. *Opt. Express* **23**, 15278 (2015)

Ионизирующие импульсы накачки могут быть получены с помощью параметрических генераторов света (ПГС).

При использовании коммерчески доступных перестраиваемых ПГС возможно получение излучения с перестраиваемой в широких пределах длиной волны

Генерация излучения в среднем инфракрасном диапазоне

А.А. Силаев, В.А. Костин, И.Д. Ларюшин, Н.В. Введенский, Письма в ЖЭТФ **107**, 160 (2018)



Лазерный импульс

$$\lambda_0 = 2\pi / \omega_0 = 800 \text{ nm}$$

$$\omega_1 = 2\omega_0 + \Delta\omega$$

$$\Delta\omega = \pm 12.5, \pm 25, \pm 50 \text{ THz}$$

$$I_0 = 10I_1 = 2 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$$

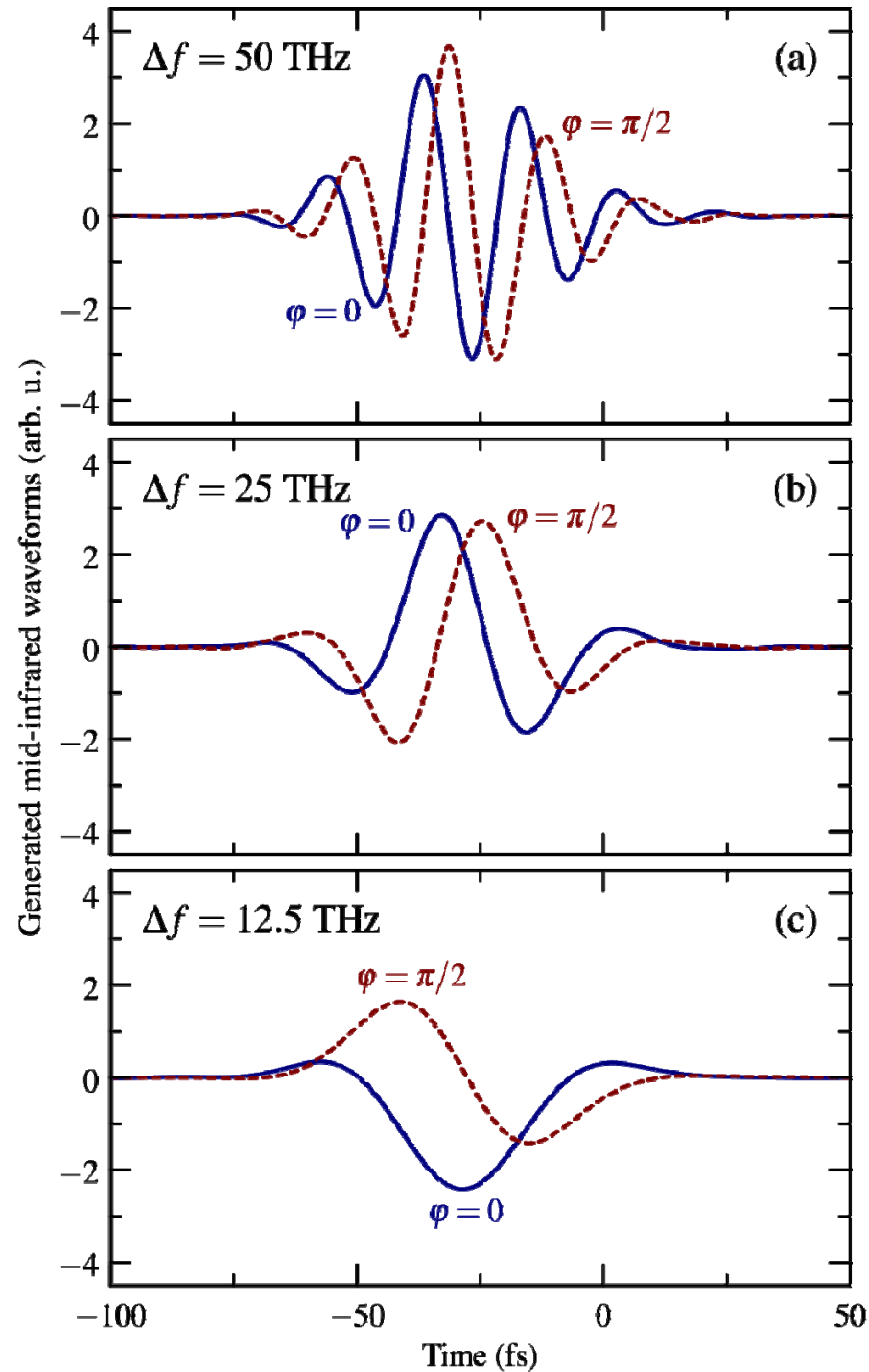
$$\tau_p = 100 \text{ fs}$$

$$\varphi_1 = 0$$

Сплошные линии — $\Delta\omega < 0$

Пунктир — $\Delta\omega > 0$

Временной профиль генерируемого импульса

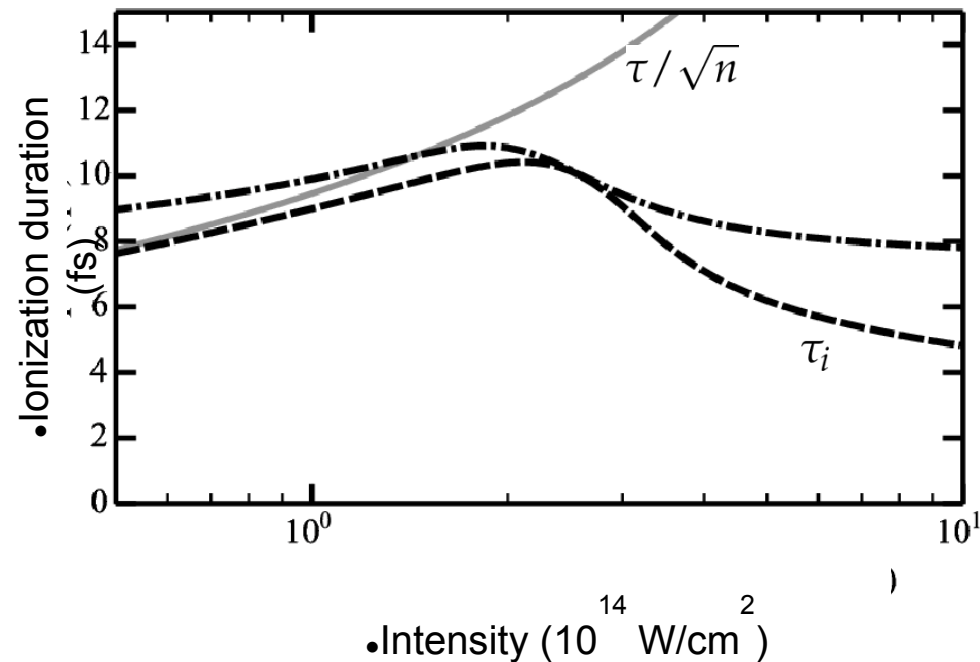


Длительность ионизации и число смешивающихся волн

Длительность генерируемых импульсов определяется
длительностью ионизации τ_i

При малых степенях ионизации (без истощения нейтралов) $\tau_i \approx \tau / \sqrt{n}$
Большое число \rightarrow

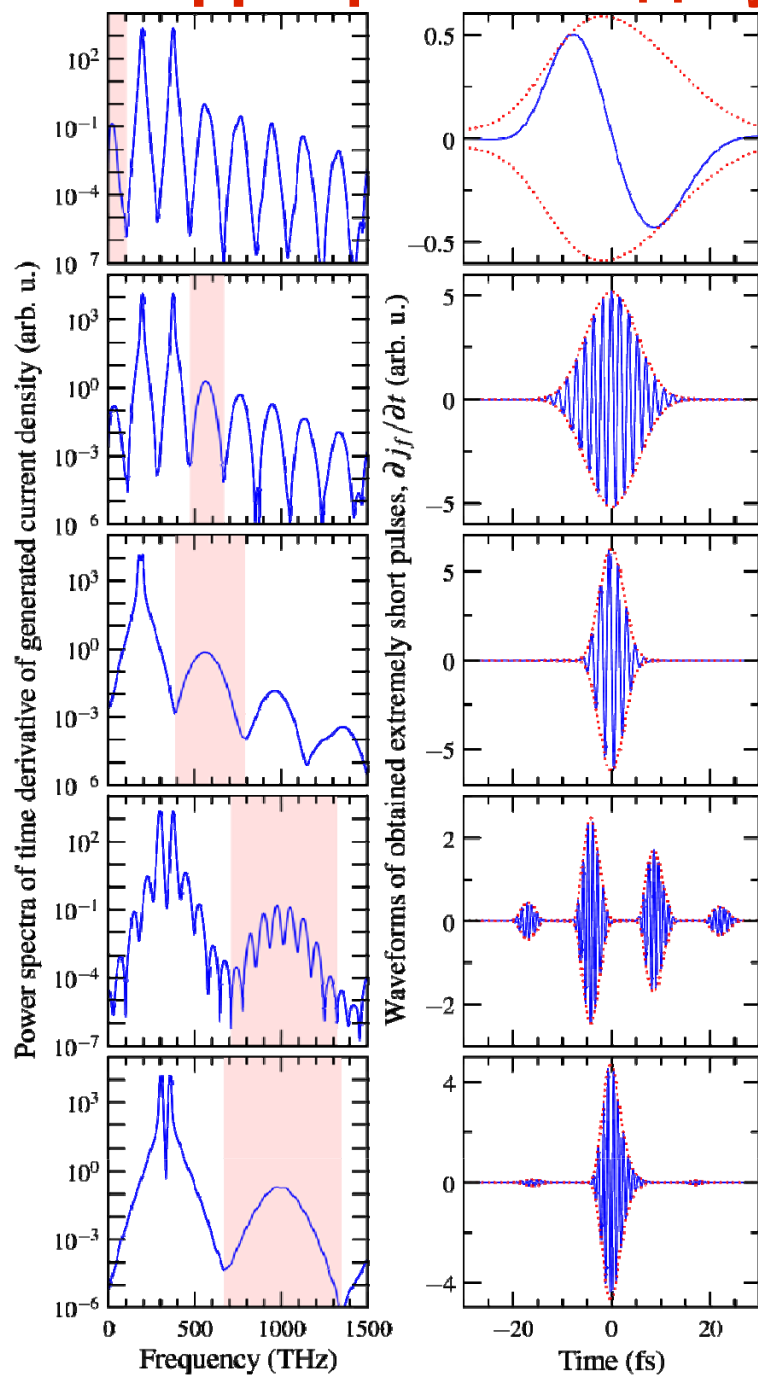
При степенях ионизации, близких к 1 $\tau_i \lesssim \tau / \sqrt{n}$



Насколько малой может быть длительность ионизации для
многоцветных импульсов?

Генерация предельно коротких импульсов: от среднего инфракрасного до ультрафиолетового диапазонов

V.A. Kostin, N.V. Vvedenskii, Phys. Rev. Lett. **120**, 065002 (2018)



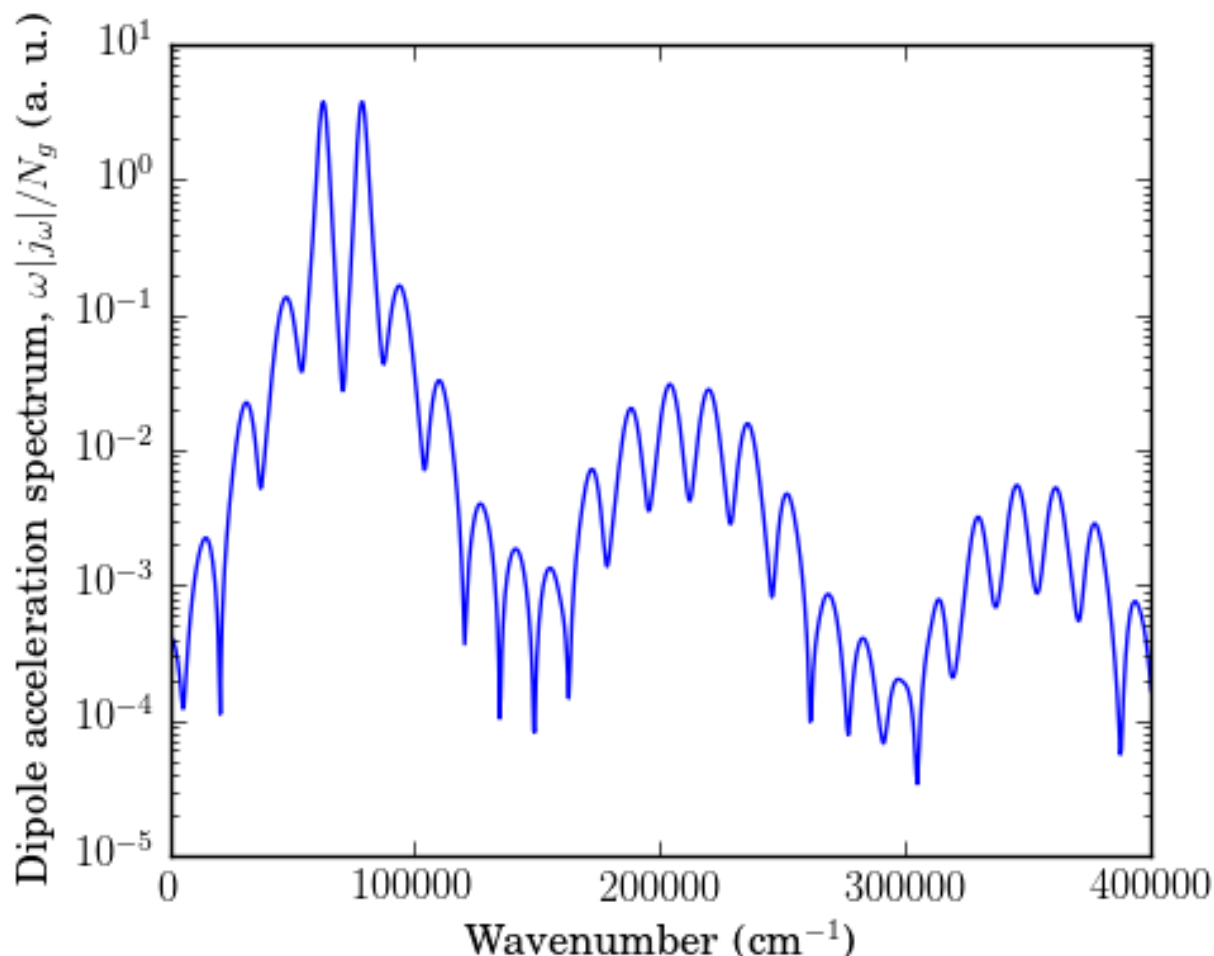
#	First pump component		Second pump component			
	λ_0 (μm)	I_0 (W/cm^2)	λ_1 (μm)	I_1 (W/cm^2)	φ_1	λ_f (μm)
1	0.8	10^{14}	1.53	10^{14}	0.15π	12.6
2	0.8	3×10^{14}	1.53	3×10^{14}	0	0.53
3	1.53	3×10^{14}	1.68	3×10^{14}	0	0.53
4	0.8	10^{14}	1.0	10^{14}	0	0.3
5	0.84	3×10^{14}	0.98	3×10^{14}	1.4π	0.3

$\tau_p = 50$ fs

#	Generated pulse					
	λ_f (μm)	η_f	τ_{FWHM} (fs)	τ_{std} (fs)	TBP	QF
1	12.6	3×10^{-5}	21.5	13.5	0.5	1.16
2	0.53	3×10^{-4}	8.6	5.0	0.47	1.01
3	0.53	2×10^{-4}	4.2	2.4	0.48	1.01
4	0.3	9×10^{-5}	2.7 ^a	9.8 ^a	0.27 ^a	6.5 ^a
5	0.3	8×10^{-5}	3.0	2.0	0.40	1.1

Спектр нелинейного тока

Множество комбинационных частот



Ионизирующий импульс:

$$\lambda_0 = 2\pi / \omega_0 = 800 \text{ nm}$$

$$\lambda_1 = 2\pi / \omega_1 = 1000 \text{ nm}$$

$$I_0 = I_1 = 10^{14} \text{ W/cm}^2$$

$$\tau_p = 50 \text{ fs}$$

$$\varphi_1 = 0$$

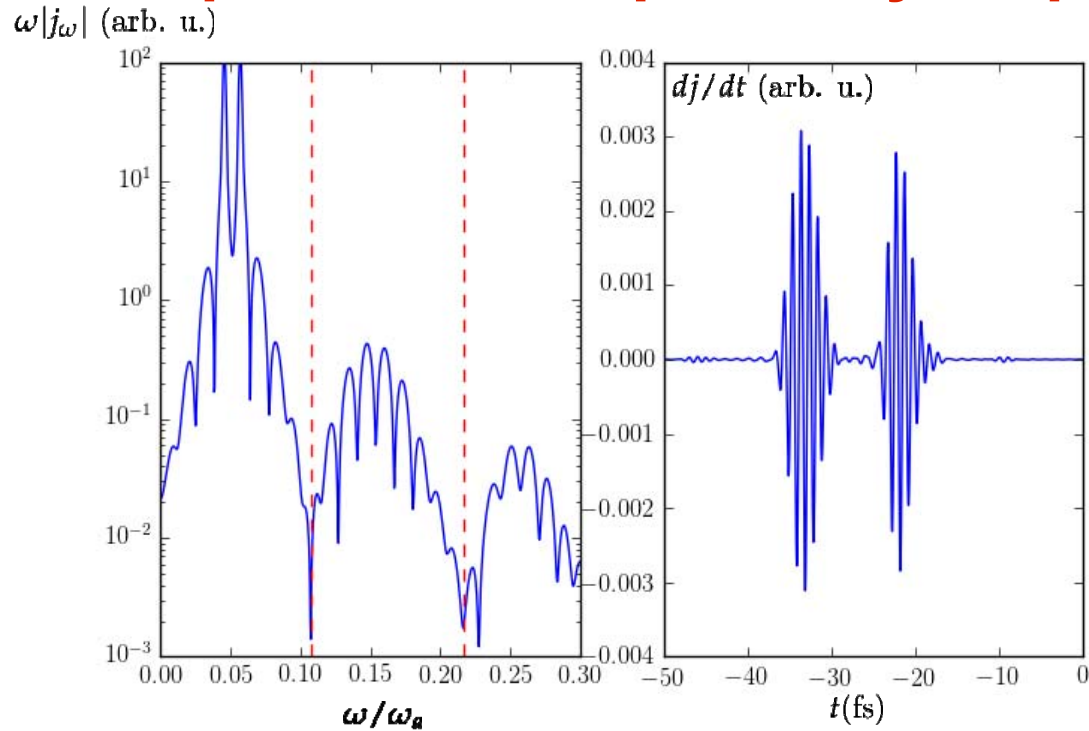
Ширина отдельного пика (из аналитической модели):

$$\delta \sim \frac{1}{\tau_i} \sim \frac{\sqrt{n}}{\tau_p}$$

Ширина «гребёнки» вблизи нечётных гармоник $(\omega_0 + \omega_1)/2$:

$$\Delta \sim \sqrt{n} |\omega_0 - \omega_1|$$

Предельно короткие ультрафиолетовые импульсы



Двухцветный ионизирующий импульс

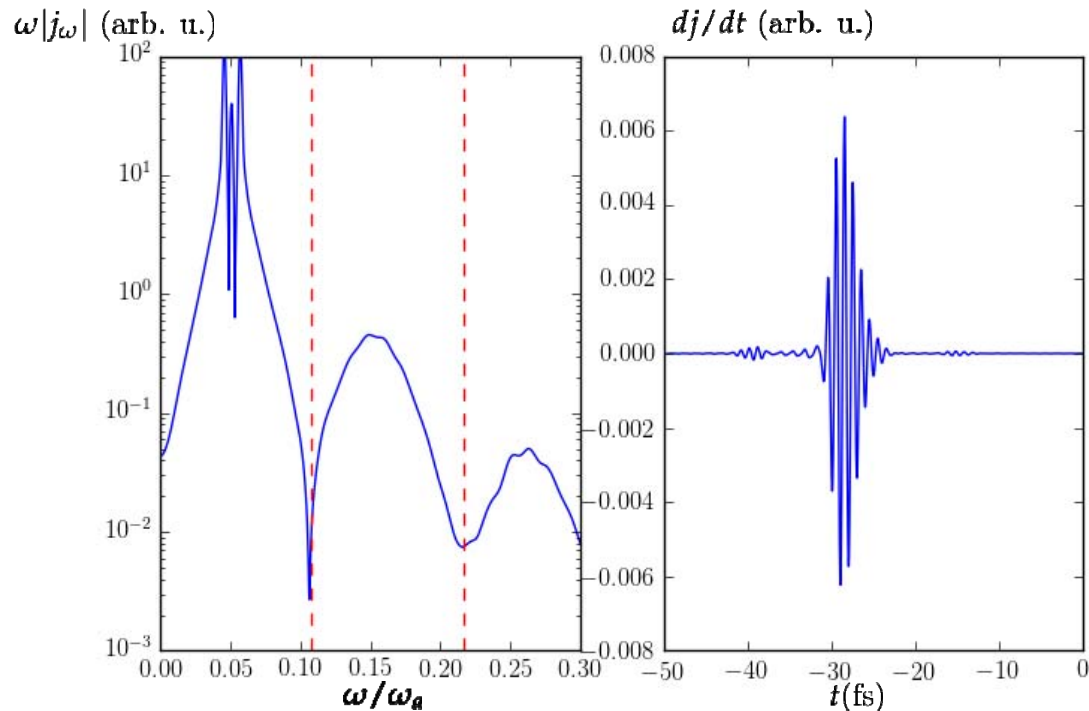
$$\lambda_0 = 2\pi/\omega_0 = 800 \text{ nm}$$

$$\lambda_1 = 2\pi/\omega_1 = 1000 \text{ nm}$$

$$I_0 = I_1 = 3 \times 10^{14} \text{ W/cm}^2$$

$$\tau_p = 50 \text{ fs}$$

$$\varphi_1 = \pi$$



Трёхцветный ионизирующий импульс

$$\lambda_2 = 2\pi/\omega_0 = 900 \text{ nm}$$

$$I_2 = 3 \times 10^{13} \text{ W/cm}^2$$

$$\varphi_1 = 0, \quad \varphi_2 = 0.3\pi$$

Длительность генерируемого импульса

$$\tau_g \approx 2 \text{ fs}$$

Длина генерируемой волны

$$\lambda_g \approx 300 \text{ nm}$$

Оценка эффективности конверсии

Амплитуда временной производной плотности тока

$$|F_{ab}| = \frac{j_{\text{osc}} \bar{w} (|A_0|) e^{-a^2/2n_0}}{b!} \frac{2|\omega_{ab}|\omega_0}{|\omega_{ab}^2 - \omega_0^2|} \left(\frac{n_0|A_1|}{2|A_0|} \right)^b$$

В квазистатическом приближении излучённая энергия

$$W_{\text{rad}} = \frac{2V^2}{3c^3} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{d\mathbf{j}}{dt} \right)^2 dt$$

Для полностью ионизованного шара с критической плотностью и диаметром в половину длины генерируемой волны

$$W_{\text{rad}} = \frac{\pi^{13/2} n_0^{1/2} e^{-a^2/n_0}}{108b!^2} \frac{c^2 I_0}{\tau(\omega_{ab}^2 - \omega_0^2)^2}$$

Эффективность

$$\eta = \frac{\pi^3 n_0^{1/2} e^{-a^2/n_0}}{27b!^2} \left[\frac{\omega_{ab}}{\tau(\omega_{ab}^2 - \omega_0^2)} \right]^2 \sim 10^{-3} - 10^{-2}$$

Преимущества генерации на комбинационных частотах, возникающих в результате ионизационного волнового смешения

Длительность генерируемого импульса ограничивается длительностью ионизации и возможна генерация предельно коротких (малоцикловых и субцикловых) импульсов

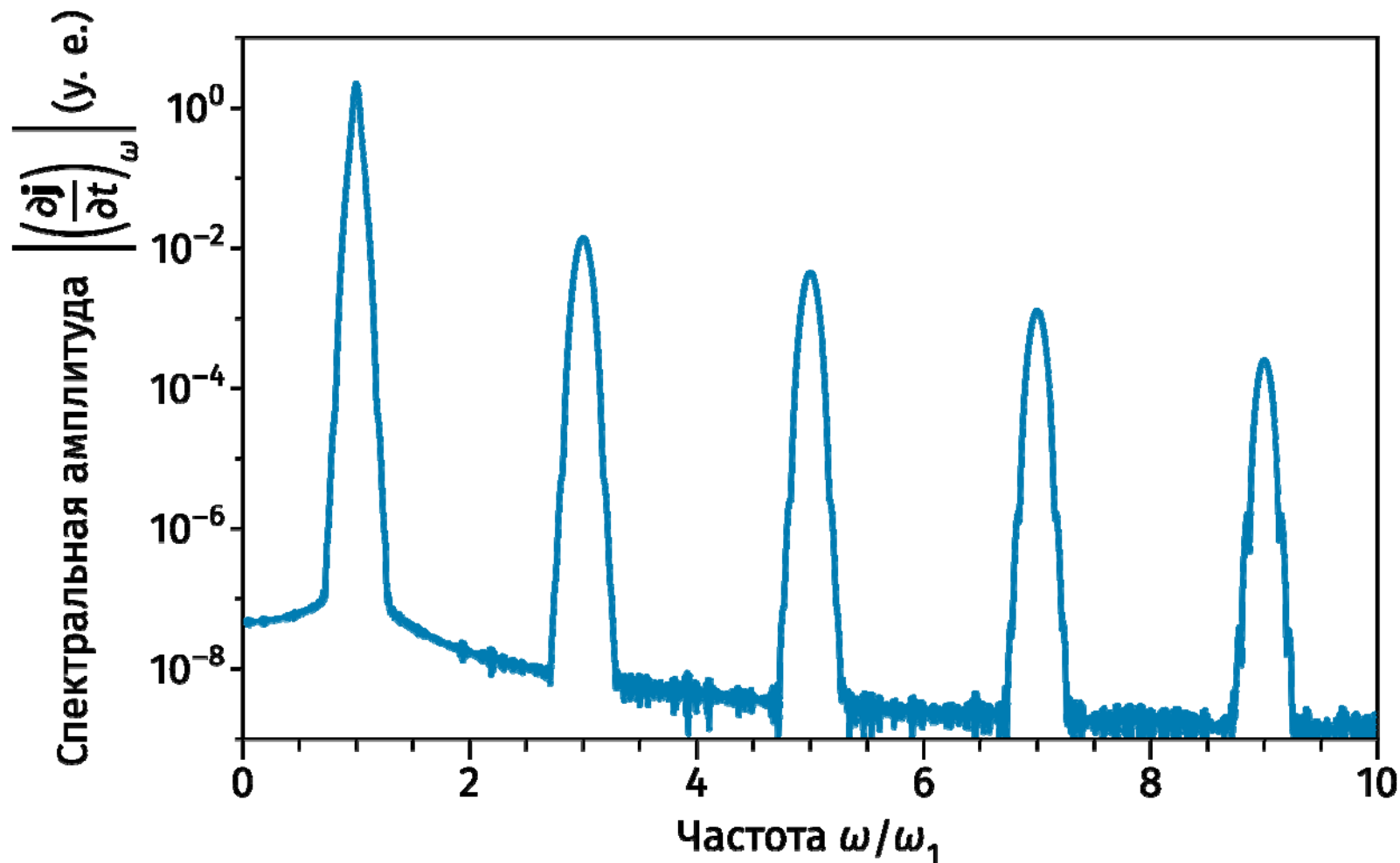
Ионизация потенциально может идти в любых средах, в том числе в газах (где слабы эффекты дисперсии и поглощения) и жидкостях

Большое число смешивающихся волн делает возможным одновременную генерацию импульсов на различных частотах в различных частотных диапазонах

Плавные спектры и огибающие ионизирующих импульсов соответствуют плавным спектру и огибающей генерируемого импульса, а большое число смешивающихся волн приводит к эффективному ослаблению пьедесталов импульса, так что генерируемый импульс может быть близок к гауссовому даже, если исходные импульсы накачки не являются гауссовыми

Эффект обусловлен движением свободных электронов и соответствующие нелинейные восприимчивости оказываются выше, чем в тех же неионизованных средах

Генерация брунелевских гармоник в одноцветном ионизирующем поле



F. Brunel, J. Opt. Soc. Am. B 7, 521 (1990).

Взаимное усиление брунелевских гармоник

В.А. Костин, Н.В. Введенский, Письма в ЖЭТФ 110, 449 (2019).

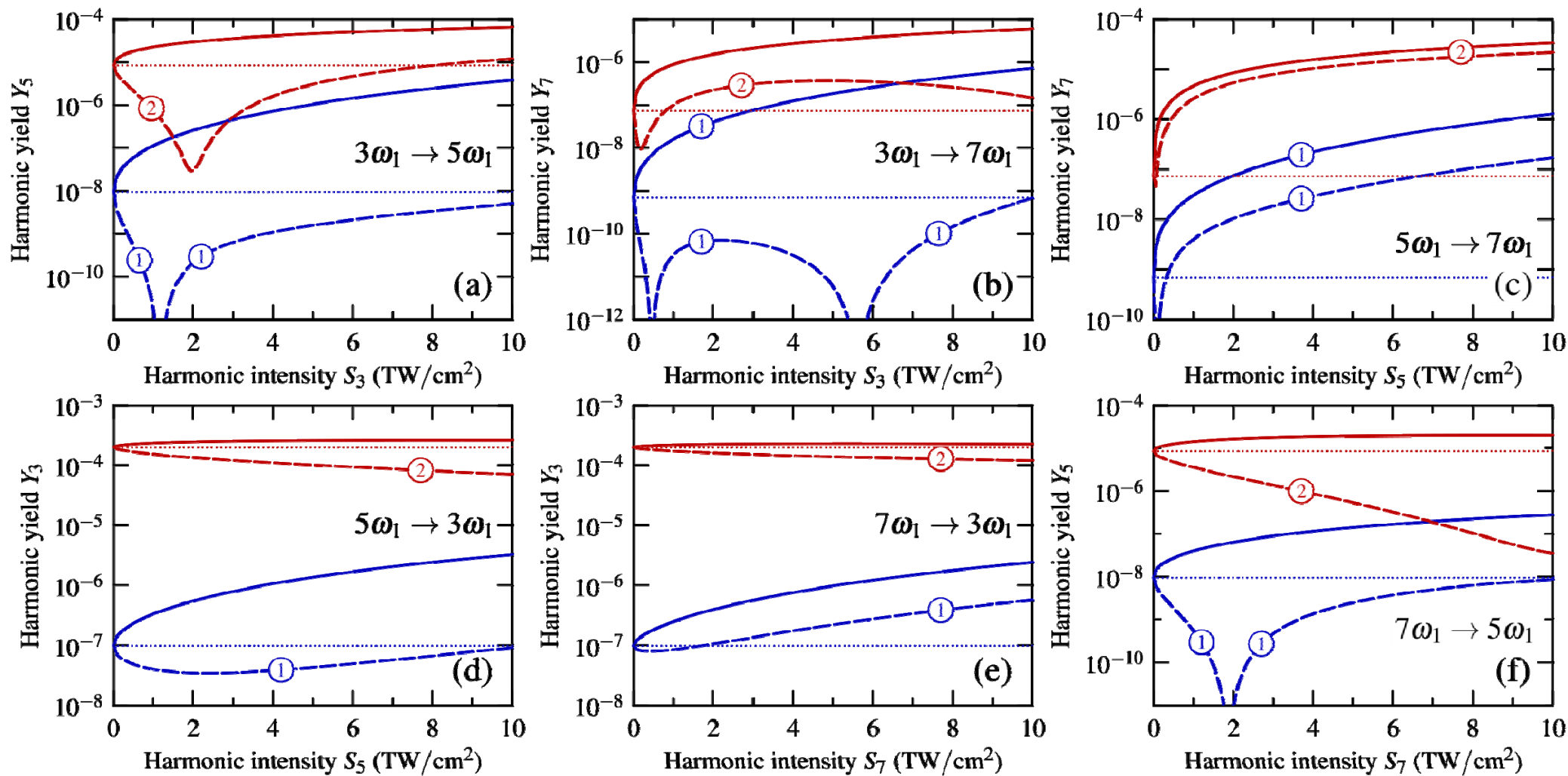
Как на генерацию брунелевских гармоник влияет добавление к ионизирующему полю дополнительной нечетной гармоники?

$$\omega_1 + 3\omega_1$$

$$\omega_1 + 5\omega_1$$

$$\omega_1 + 7\omega_1$$

Зависимость выхода брунелевской гармоники от интенсивности добавочной гармоники



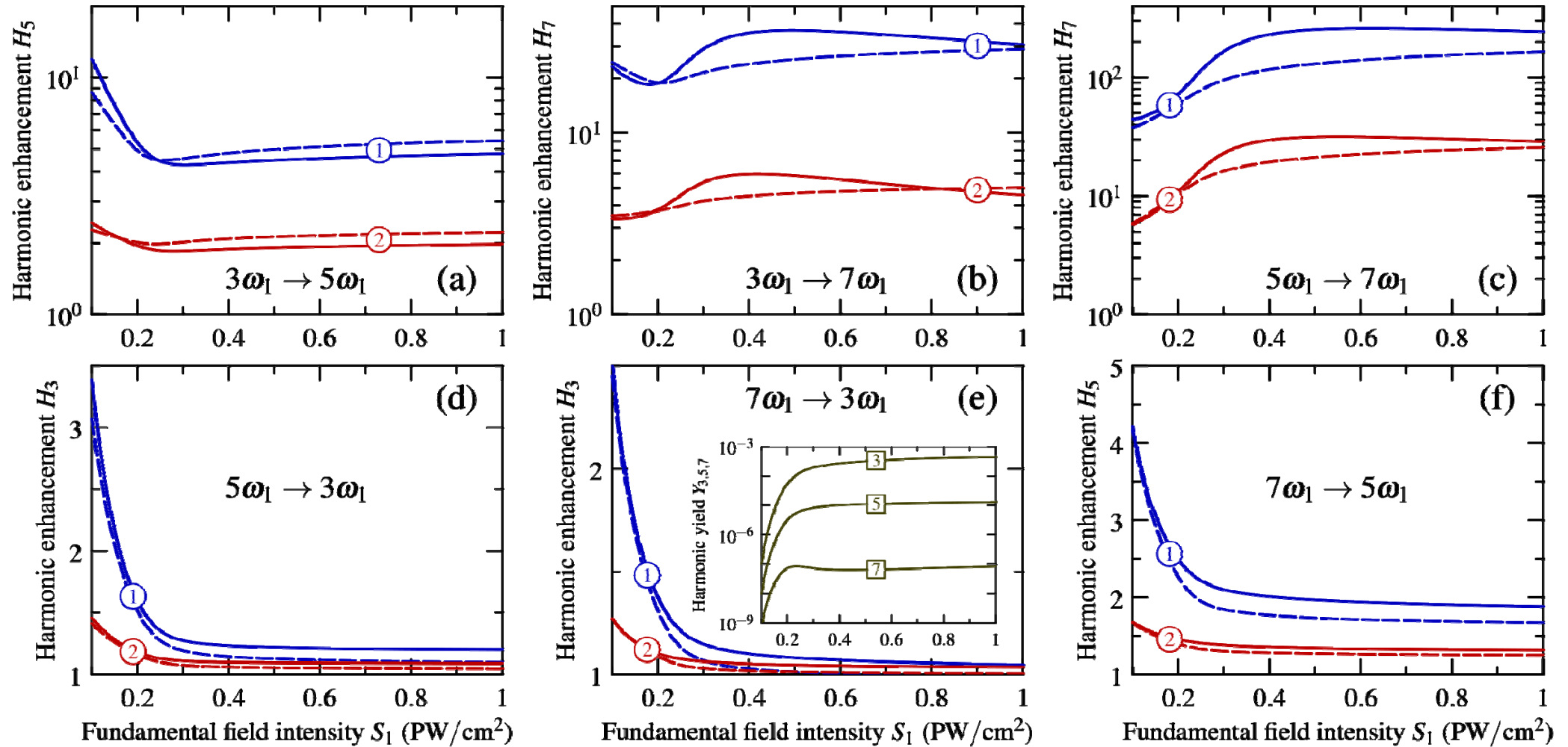
синий (1) - $S_1 = 10^{14}$ W/cm²

красный (2) - $S_1 = 3 \times 10^{14}$ W/cm²

$\tau_p = 50$ fs

сплошные линии – оптимальный фазовый сдвиг;
 пунктир – самый неоптимальный;
 точки – одноцветный случай

Зависимость коэффициента усиления от интенсивности основного поля



синий (1) - $S_s/S_1 = 0.01$

красный (2) - $S_s/S_1 = 0.001$

сплошные линии – численный расчет;

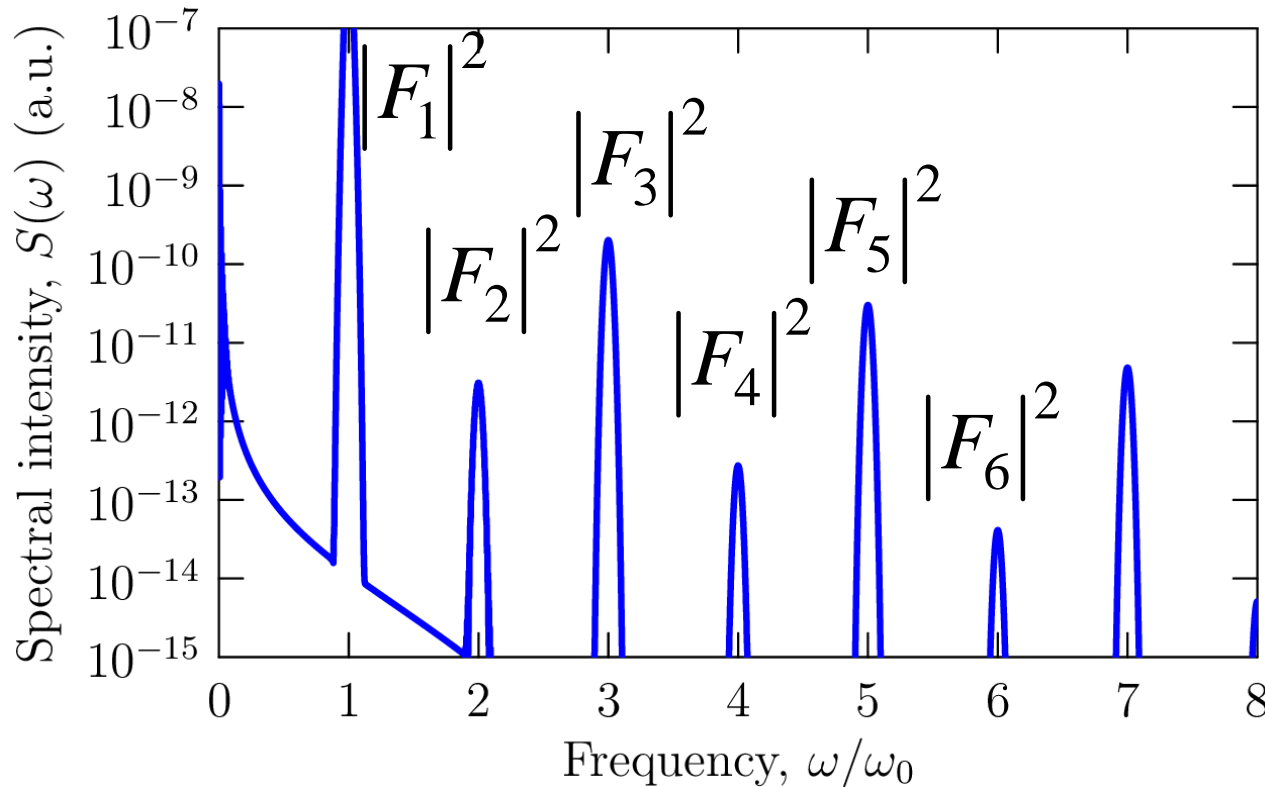
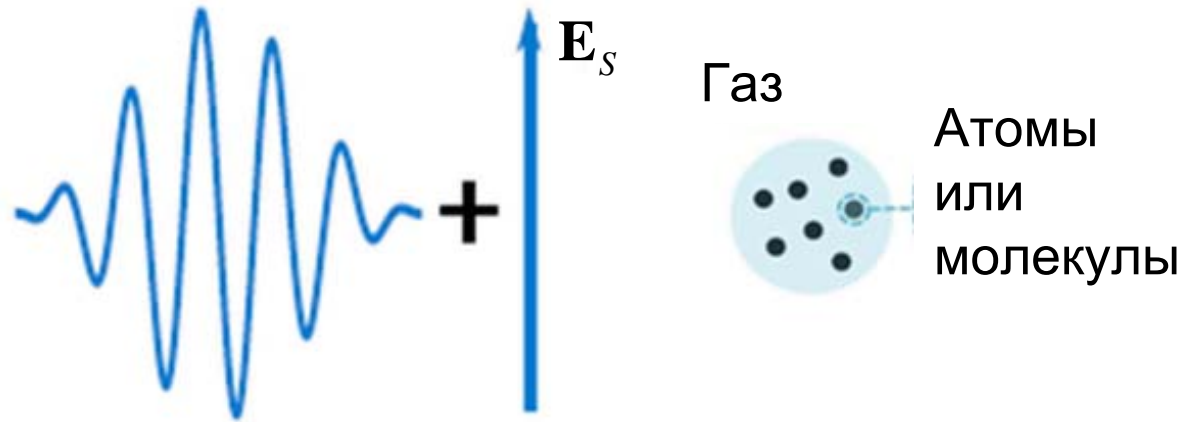
пунктир – аналитика

Генерация брунелевских гармоник в присутствии статического поля

Лазерный импульс:

$$\mathbf{E}(t) = \mathbf{x}_0 A(t) \cos(\omega_0 t)$$

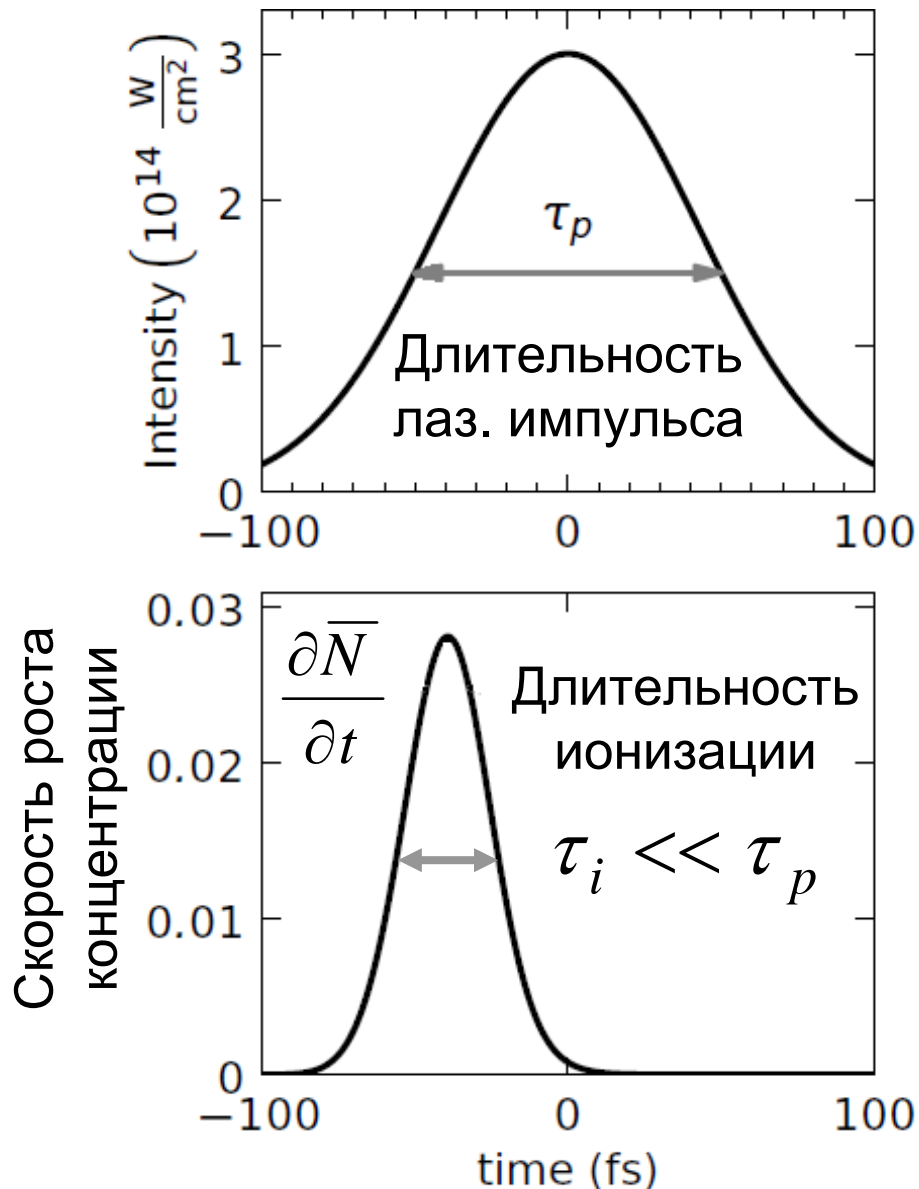
Статическое поле: $\mathbf{E}_S = \mathbf{x}_0 E_s$



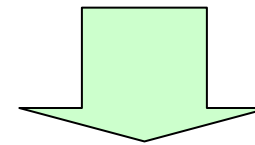
$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} \approx \mathbf{x}_0 \operatorname{Re} \sum_{k=1}^{\infty} F_k e^{ik\omega_0 t}$$

$$F_{\text{even } k \geq 2} = -i \frac{e^2 E_S n_0}{m \omega_0} \frac{\partial \bar{N}}{\partial t} \times \frac{2ik}{k^2 - 1} e^{-k^2 / 2n_0}$$

Длительность брюнелевских гармоник



Длительность импульсов Брюнелевских гармоник много меньше длительности лазерного импульса



Временная разрешающая способность детектирования терагерцового и ИК-излучения может быть существенно улучшена по сравнению с использованием кубической нелинейности

A. A. Silaev, A.A. Romanov, N. V. Vvedenskii, *Optics Letters* **47**, 4664 (2022)

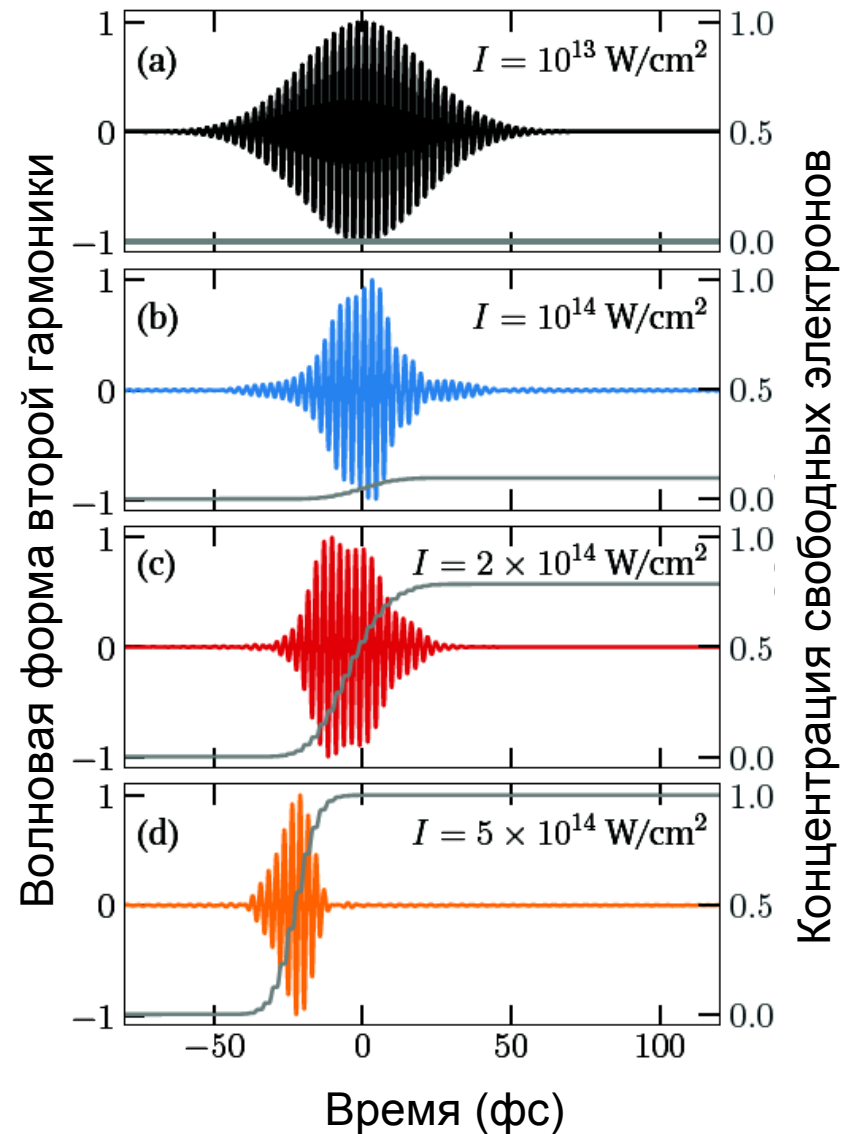
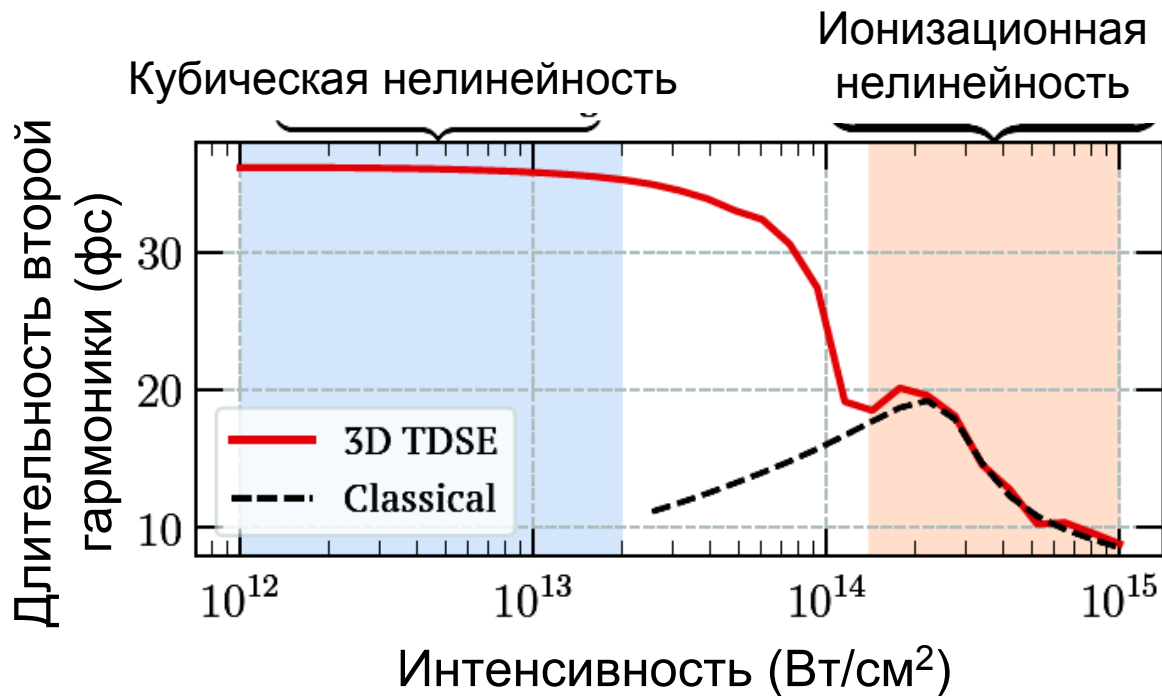
Численное моделирование для атома водорода

Трёхмерное нестационарное уравнение Шрёдингера

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(\mathbf{r}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - ezE(t) + V(r) \right] \psi(\mathbf{r}, t)$$

$$\frac{\partial \mathbf{j}}{\partial t} = eN_g \mathbf{a}, \quad \mathbf{a}(t) = \frac{e}{m} \left[E(t) - \langle \psi | \frac{\partial V}{\partial z} | \psi \rangle \right]$$

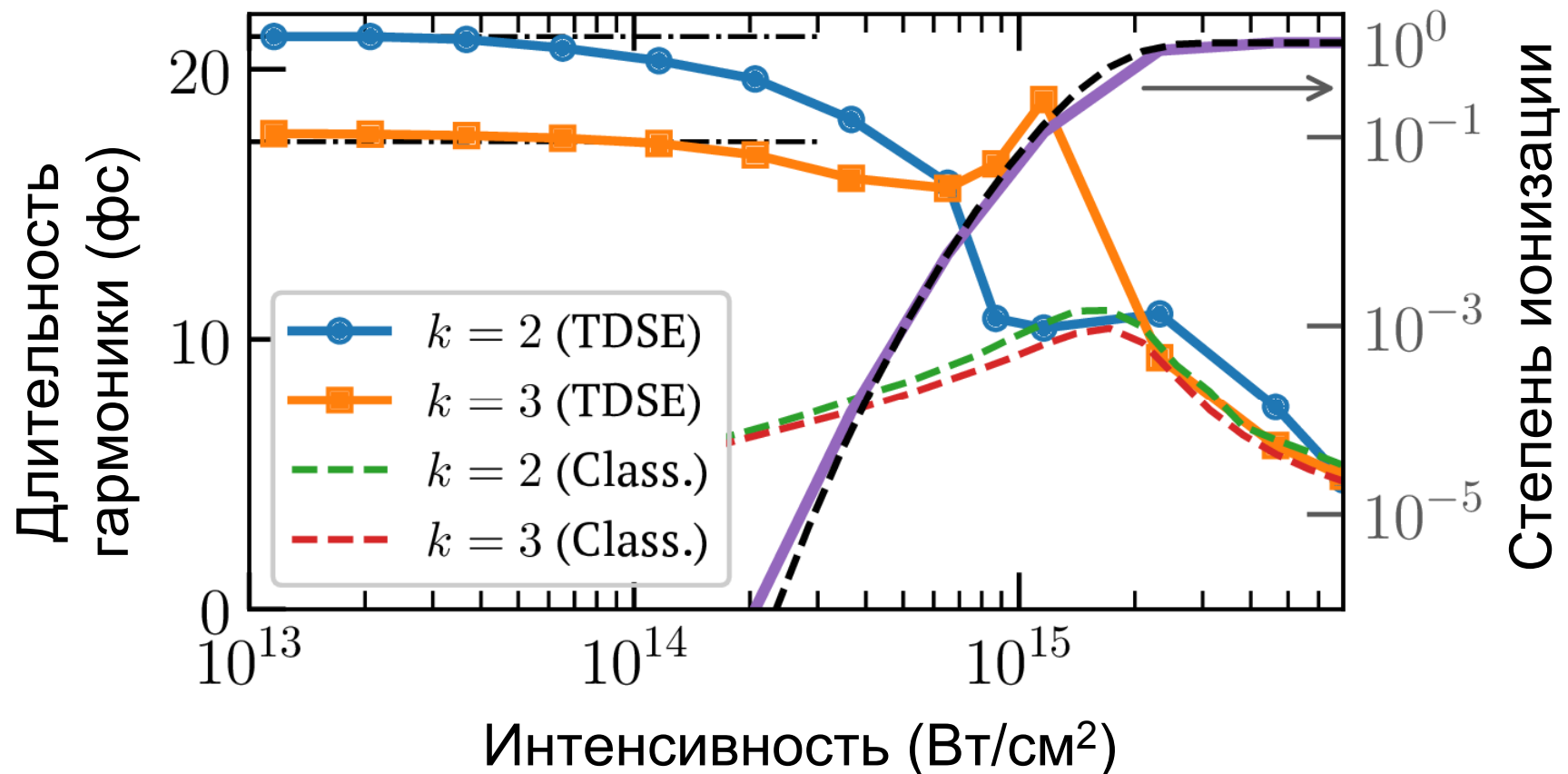
Длина волны 1600 нм, длительность 50 фс, статическое поле 4 МВ/см



Численное моделирование для атома гелия. Длительности 2й и 3й гармоники как функции интенсивности лазерного импульса

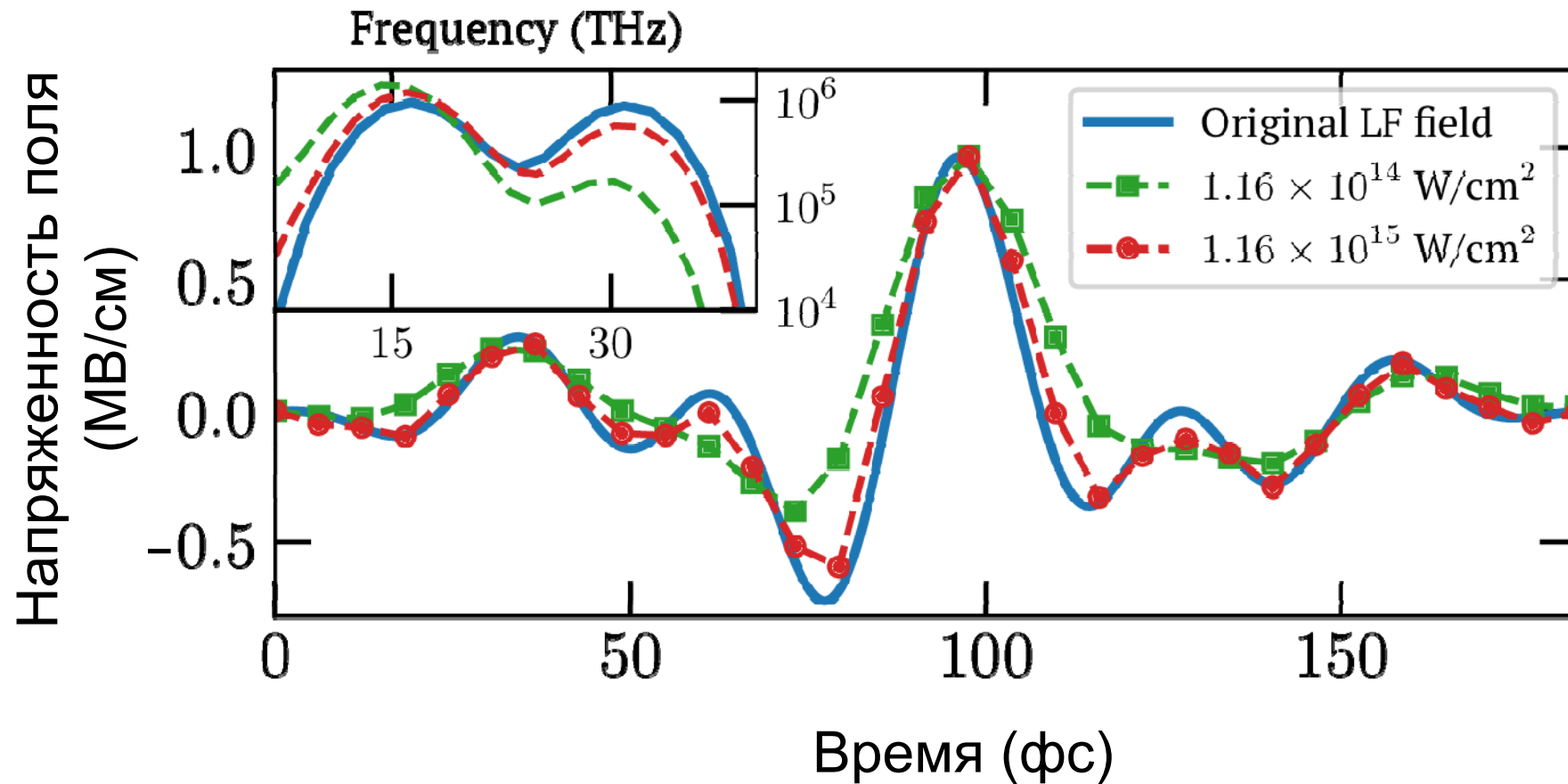
Длина волны 800 нм, длительность 30 фс, статическое поле 1 МВ/см

Сопоставление решения нестационарного уравнения Шредингера (TDSE) с классическими расчётами



Пример детектирования импульса дальнего-ИК излучения

Атом: гелий, длительность лазерного импульса 30 фс, длина волны 800 нм



Заключение

— Исследовано нелинейнооптическое взаимодействие, которое происходит в плазме, создаваемой двухцветным фемтосекундным лазерным импульсом с произвольным отношением частот его одноцветных компонент, и которое может быть охарактеризовано как ионизационное многоволновое смешение. Показано, что возбуждение остаточной плотности тока, ответственной за генерацию низкочастотного, терагерцового, излучения может быть описано как такое волновое смешение. Основные особенности такого смешения определяются внутренними нелинейными свойствами ионизируемых частиц. В частности, число взаимодействующих волн определяется резкостью вероятности ионизации как функции поля.

— Ионизационное многоволновое смешение также приводит к генерации предельно коротких электромагнитных импульсов в широком спектральном диапазоне (от среднего инфракрасного до ультрафиолетового). Длительности генерируемых импульсов равны длительности ионизации и обычно значительно короче длительностей ионизирующих импульсов накачки благодаря большому числу смешивающихся волн. Волновое смешение трёхцветных ионизирующих импульсов потенциально может приводить к генерации импульсов длительностью $1 - 2$ фс.

— Получены замкнутые аналитические формулы для компонент нелинейного тока на различных комбинационных частотах ионизирующих импульсов. Эти формулы подтверждают выводы, сделанные на основе численных расчётов, и выявляют сходства и различия между рассматриваемым ионизационным волновым смешением и волновым смешением, вызванным нелинейным откликом связанных зарядов.

**СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!**