

# **Геострофические когерентные вихри и их взаимодействие с турбулентностью**

**Вергелес Сергей Сергеевич**

**Институт теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН (Черноголовка)  
НИУ Высшая школа экономики (Факультет физики)**

# Течение жидкости, быстро вращающейся как целое

# Уравнение течения вращающейся жидкости

Уравнение течения несжимаемой жидкости во вращающейся системе координат ( $\boldsymbol{\Omega} = \mathbf{e}_z \Omega$  — вектор угловой скорости вращения Земли)

$$\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} + 2[\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}] = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} \quad (1)$$

$2[\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}]$  — сила Кориолиса. Из уравнения Навье-Стокса на скорость можно получить уравнение на завихренность  $\boldsymbol{\omega} = \text{rot } \mathbf{v}$ :

$$\partial_t \boldsymbol{\omega} + \left( (\mathbf{v} \cdot \nabla) \boldsymbol{\omega} - (\boldsymbol{\omega} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) - 2\Omega \partial_z \mathbf{v} = \nu \Delta \boldsymbol{\omega} \quad (2)$$

Если частота вращения  $\Omega$  велика по сравнению со скоростью эволюции поля завихренности  $\boldsymbol{\omega}$ , то в этом уравнении не находится вкладов, способных уравновесить вклад  $2\Omega \partial_z \mathbf{v}$ , только если он не аномально мал:

$\partial_z \mathbf{v} = 0$ : скорость остаётся постоянной вдоль линии параллельной оси вращения. Это и есть теорема Прудмана-Тейлора.

# Геострофическое течение

Течение, однородное вдоль оси вращения.

$$\partial_t U^\alpha - 2\Omega \epsilon^{\alpha\beta} U^\beta + (\mathbf{U} \cdot \nabla) U^\alpha = -\partial_\alpha p + \nu \Delta U^\alpha$$

Для несжимаемого течения планарная скорость параметризуется скаляром,  $U^\alpha = \epsilon^{\alpha\beta} \partial_\beta \Psi$  ( $\Psi(t, x, y)$  — функция тока). Сила Кориолиса является чисто потенциальной:

$$-\partial_\alpha p + 2\Omega \epsilon^{\alpha\beta} v^\beta = -\partial_\alpha (p + 2\Omega \Psi) \equiv -\partial_\alpha \tilde{p}.$$

Если число Россби  $Ro$  мало,

$$Ro \sim \frac{|\nabla U|}{2\Omega} \ll 1,$$

то остаточная вариация давления  $\tilde{p}$  мала по сравнению с исходной,  $\tilde{p} \ll p$ . Равенство  $p \approx -2\Omega \Psi$  называют геострофическим балансом. Уравнение на квази-двумерное течение не содержит в себе информации о вращении:

$$\partial_t U^\alpha + (\mathbf{U} \cdot \nabla) U^\alpha = -\partial_\alpha \tilde{p} + \nu \Delta U^\alpha.$$

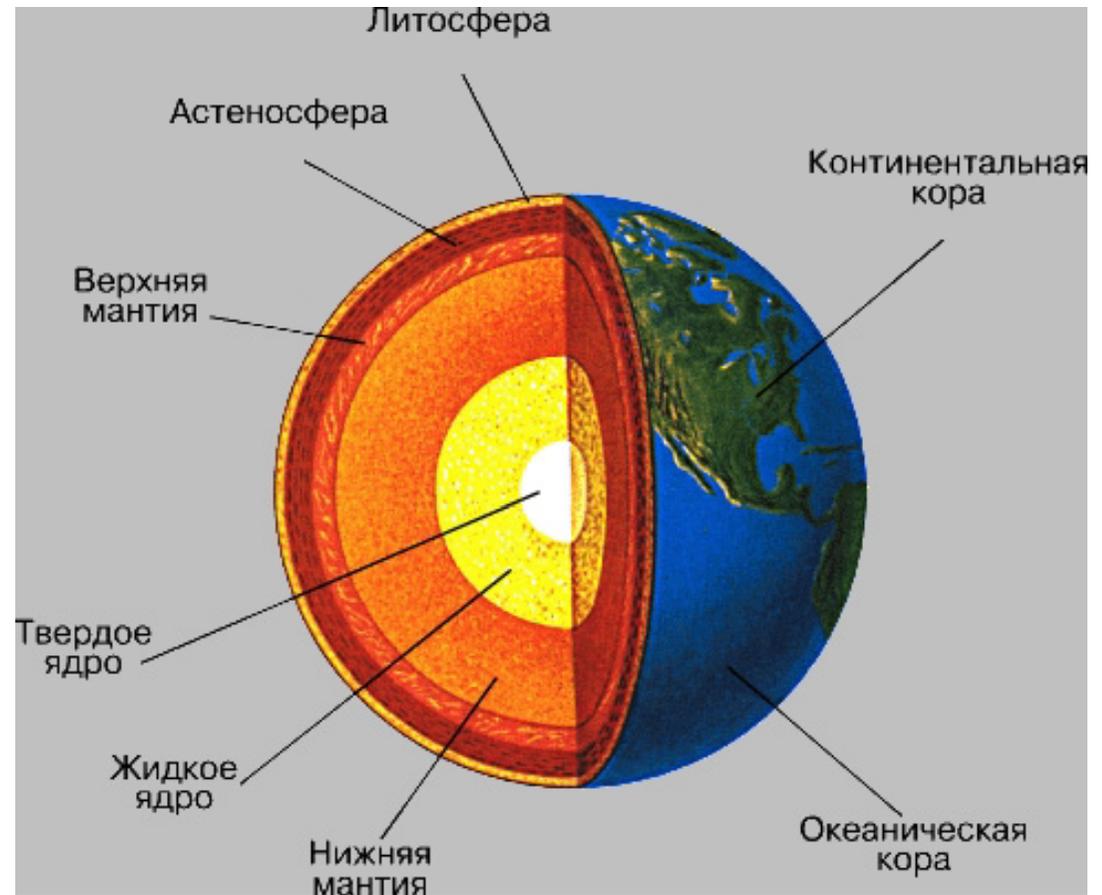
## Торнадо – пример когерентного течения

- Столб торнадо устойчив во времени
- Необходимое условие существования торнадо – вращение



# Течение в жидком ядре Земли

- Жидкое внешнее ядро Земли – железо при 4500 К.
- Течения в нём достигают 1 мм/с
- Помимо течения, в ядре возбуждены электрические токи
- Торoidalное магнитное поле, вероятно, достигает 100 Гс.
- Совместный результат вращения и конвективных потоков

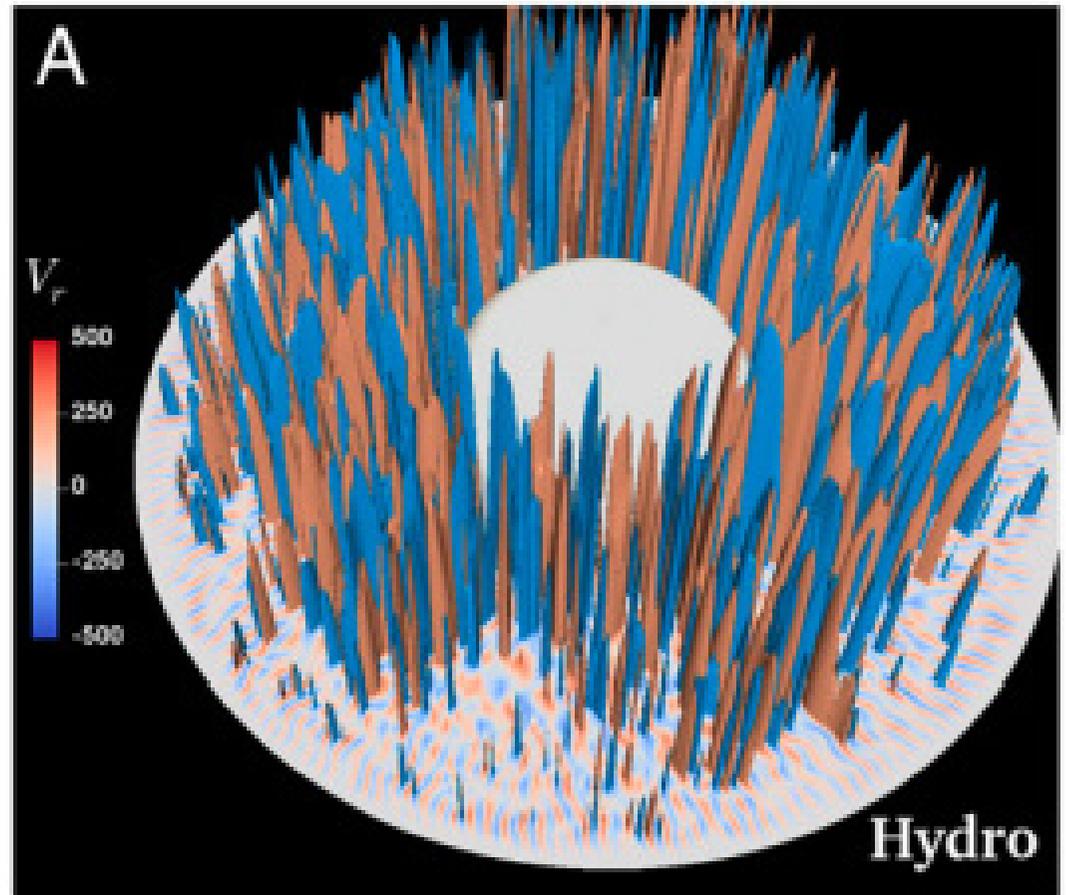


# Конвективные потоки в ядре Земли

без учёта возбуждения электрических токов (магнитного поля)

Perspective view of a hydrodynamic case with Ekman number  $Ek = 10^{-6}10$  and Rayleigh number  $Ra = 2 \cdot 10^9$ . The radial velocity on the equatorial plane is given in terms of the Reynolds number. The blue and light orange contours represent radial velocity of  $-300$  and  $300$ , respectively

*Yadav et.al. 2016, PNAS*



# Инерционные волны

Динамика инерционных волн в линейном приближении

$$\partial_t \mathbf{u} + 2[\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}] = -\nabla p + \nu \Delta \mathbf{u}.$$

Две круговые поляризации

$$\mathbf{u}_{\mathbf{k}} = \sum_{s=\pm 1} a_{\mathbf{k}s} \mathbf{h}_{\mathbf{k}}^s, \quad \mathbf{h}_{\mathbf{k}}^s = \frac{[\mathbf{k} \times [\mathbf{k} \times \mathbf{e}_z]] + isk [\mathbf{k} \times \mathbf{e}_z]}{\sqrt{2} k k_{\perp}}.$$

$a_{-\mathbf{k}s} = a_{\mathbf{k}s}^*$ , ортогональность  $(\mathbf{h}_{\mathbf{k}}^{-\sigma}, \mathbf{h}_{\mathbf{k}}^s) = \delta^{\sigma s}$ .

Динамическое уравнение:

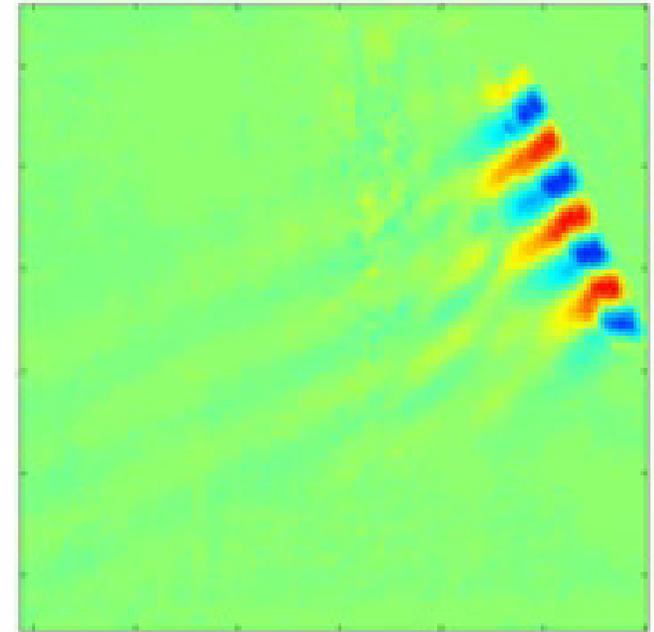
$$\partial_t a_{\mathbf{k}s} = -is\omega_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{k}s} - \nu k^2 a_{\mathbf{k}s}, \quad \omega_{\mathbf{k}} = 2\Omega k_z / k = 2\Omega \cos \theta_{\mathbf{k}}.$$

Кинетическая энергия

$$E = \int \frac{\mathbf{u}^2}{2} d^3r = \sum_{s=\pm 1} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{|a_{\mathbf{k}s}|^2}{2},$$

Групповая скорость лежит в одной плоскости с  $\mathbf{k}$ ,  $\boldsymbol{\Omega}$

$$\mathbf{v}_g = \frac{2s\Omega}{k} (\mathbf{e}_z - (\mathbf{n}_{\mathbf{k}} \cdot \mathbf{e}_z) \mathbf{n}_{\mathbf{k}}), \quad \mathbf{v}_g \perp \mathbf{k}, \quad |\mathbf{v}_g| = \frac{2\Omega \sin \theta_{\mathbf{k}}}{k}.$$



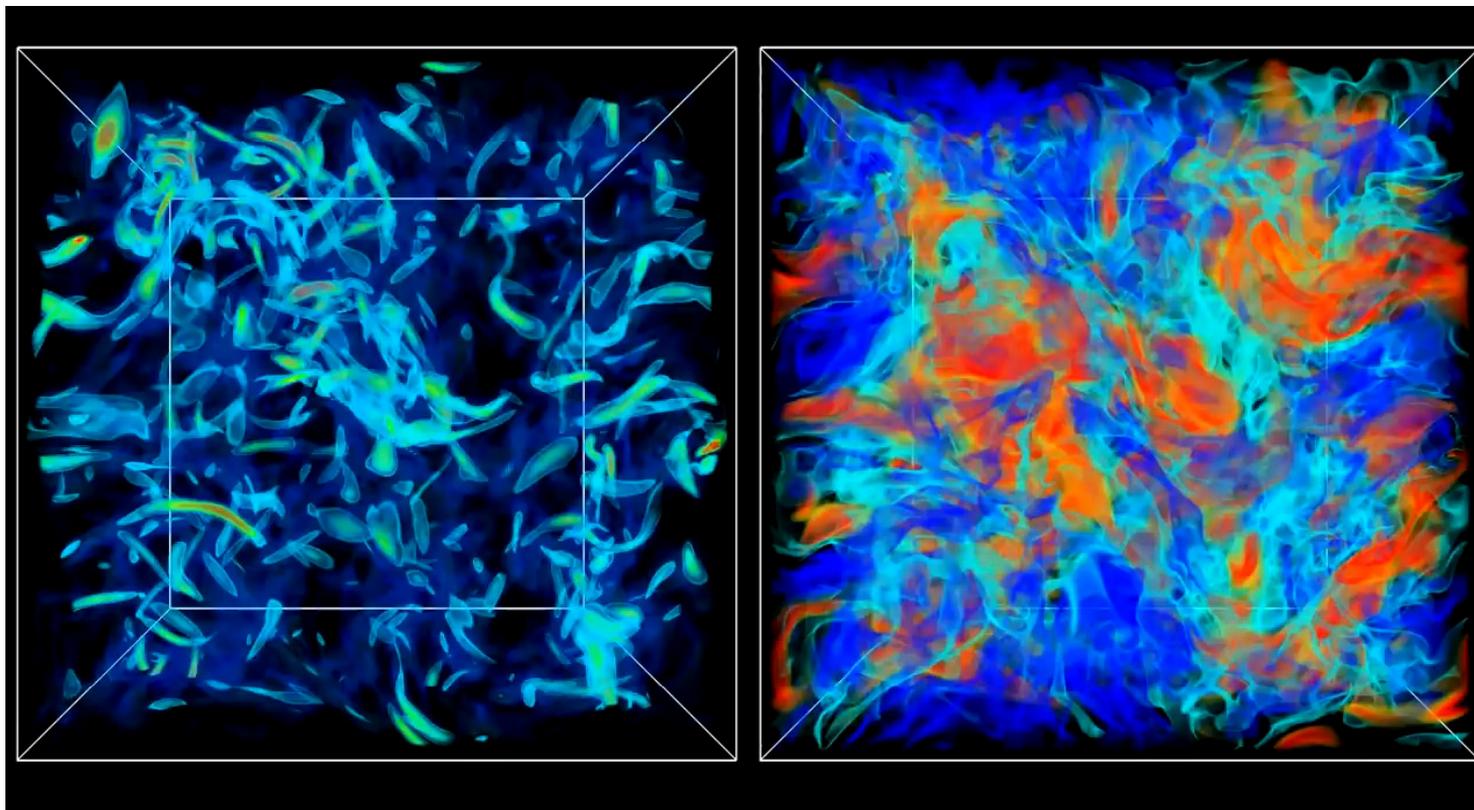
Guilhem et.al., PoF 24 p.014105 (2012)

# Трёх-мерные и двумерные турбулентные течения

Трёх-мерные турбулентные течения

# Трёхмерная турбулентность

- Большие вихри дробятся на более мелкие
- Те в свою очередь дробятся дальше
- И так пока вихри не станут настолько мелкими, что в них течение будет ламинарно
- Каскад энергии



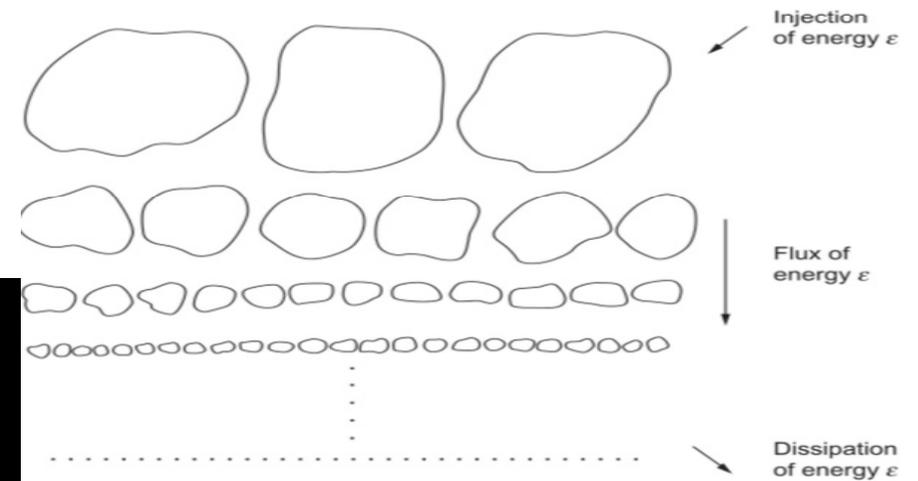
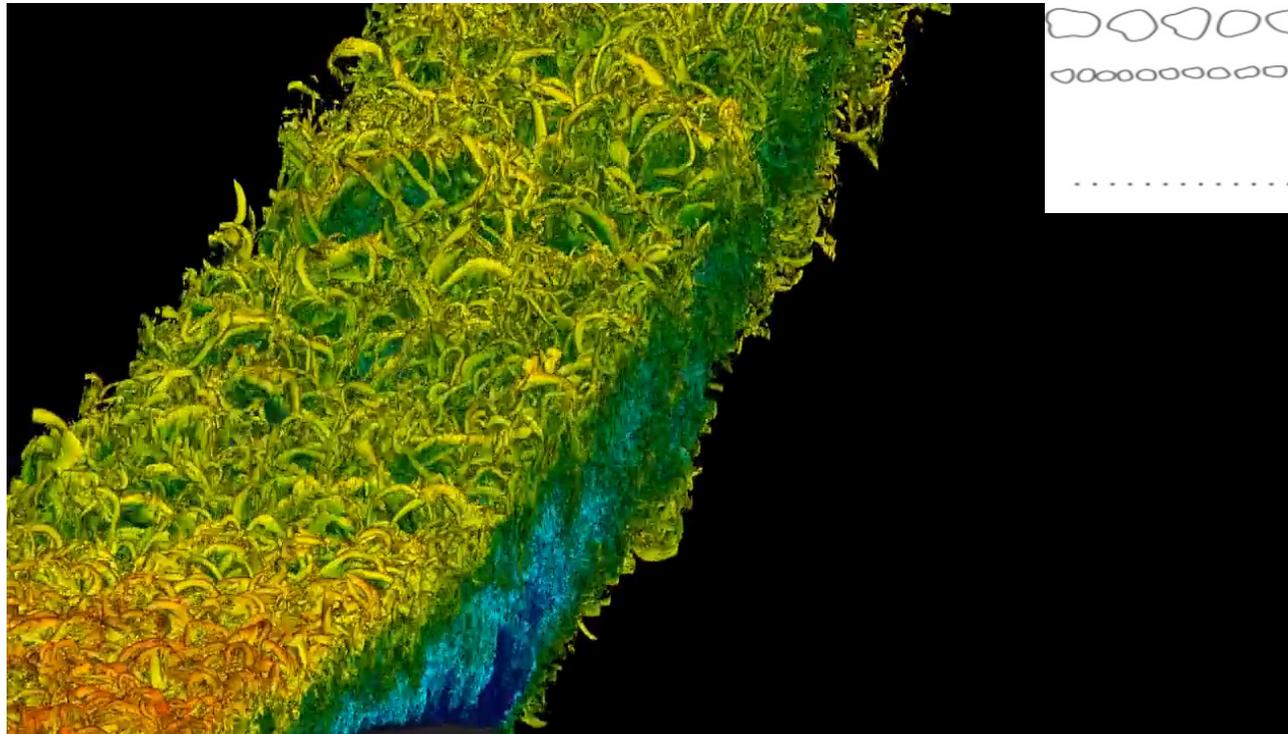
# Быстрое течение: турбулентное обтекание шара

- Течение изменятся во времени
- Разумно ставить вопрос о среднем по времени течении



Computational Fluid Dynamics (CFD) lets engineers understand how fluids flow and interact with their surroundings.

# Прямой каскад энергии в трёхмерной турбулентности



# Прямой каскад энергии: инерционный интервал масштабов

- Пока вихри крупные, их процесс дробления происходит с сохранением кинетической энергии течения
- Энергия сохраняется. Но перемещение энергии происходит не в координатном пространстве, а в пространстве масштабов – от крупных к более мелким
- Об этом процессе передаче энергии говорят как о каскаде энергии

Поле скорости  $\mathbf{v}$  турбулентного течения — случайная величина. Разность скоростей

$$\delta \mathbf{v}_r(\mathbf{R}) = \mathbf{v}(\mathbf{r} + \mathbf{R}) - \mathbf{v}(\mathbf{R})$$

на масштабе  $r = |\mathbf{r}|$

Структурные функции второго и третьего порядков (единичный вектор  $\mathbf{n} = \mathbf{r}/r$ )

$$S_2(\mathbf{r}) = \left\langle \left( \delta \mathbf{v}_r(\mathbf{R}) \cdot \mathbf{n} \right)^2 \right\rangle_{\mathbf{R}}, \quad S_3(\mathbf{r}) = \left\langle \left( \delta \mathbf{v}_r(\mathbf{R}) \cdot \mathbf{n} \right)^3 \right\rangle_{\mathbf{R}}$$

Закон скейлинга: отношение  $\frac{(S_3)^2}{(S_2)^3} = \text{const}$  не зависит от расстояния между точками  $\mathbf{r}$ .

Если верна скейлинговая зависимость, то можно рассуждать просто о зависимости (в смысле по порядку величины)

$$\delta v_r \propto r^\zeta.$$

# А.Н. Колмогоров

$$\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} + \mathbf{f}$$

Амплитуда турбулентных пульсаций скорости определяется удельной скоростью диссипации энергии  $\epsilon$  вязкостью:

$$\epsilon = \nu \langle \partial_i v^k \partial_i v^k \rangle = \langle (\mathbf{f} \cdot \mathbf{v}) \rangle, \quad [\epsilon] = \frac{\text{см}^2}{\text{с}^3}$$

$\epsilon$  есть и скорость передачи жидкости кинетической энергии внешней силой  $\mathbf{f}$ . Метод размерности:

$$\delta v_r \sim \sqrt[3]{\epsilon r}$$

Уравнение Кармана-Ховарда

$$S^{ijl} = \langle \delta v_r^i \delta v_r^j \delta v_r^l \rangle$$

$$-\frac{1}{4} \partial_k S^{iik} = -\frac{\partial_t \mathcal{K}^{ii}}{2} + \epsilon_f + \nu \Delta \mathcal{K}^{ii},$$

$$\mathcal{K}^{ij} = \langle v^i(\mathbf{R}) v^j(\mathbf{R} + \mathbf{r}) \rangle_{\mathbf{R}}$$

Колмогоров: инерционном интервале  $r_\eta \ll r \ll L_f$

$\epsilon_f = \langle (\mathbf{f}(\mathbf{R} + \mathbf{r}) \cdot \mathbf{v}(\mathbf{R})) \rangle_{\mathbf{R}} = \epsilon$ , вязкая диссипация несущественна.

Решение для  $S_3$

$$\langle (\delta \mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n})^3 \rangle = -\frac{4}{5} \epsilon r.$$



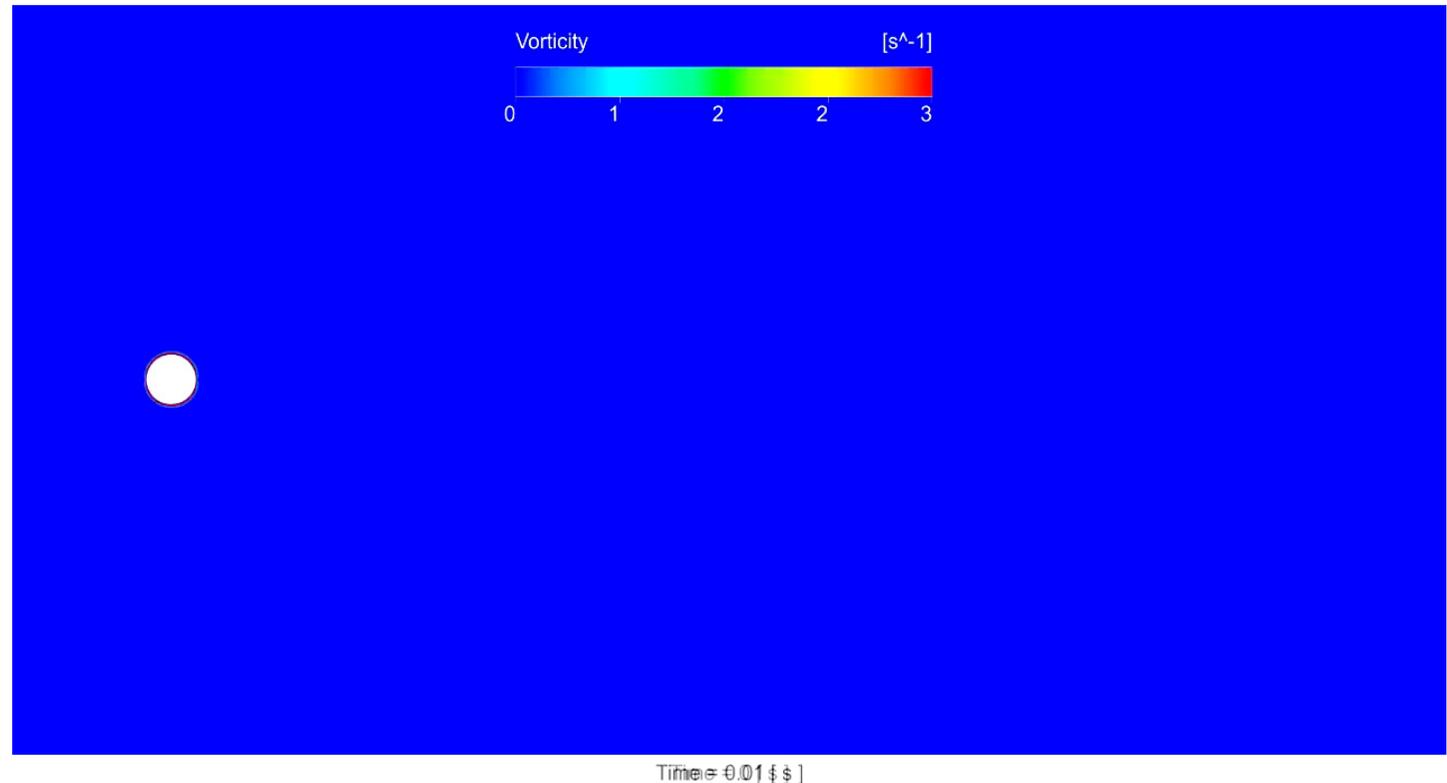
- Андрей Николаевич Колмогоров, 1903 – 1987, советский математик
- Создание количественной теории трёх-мерной турбулентности, 1941 год

# Трёх-мерные и двумерные турбулентные течения

Двумерные турбулентные течения

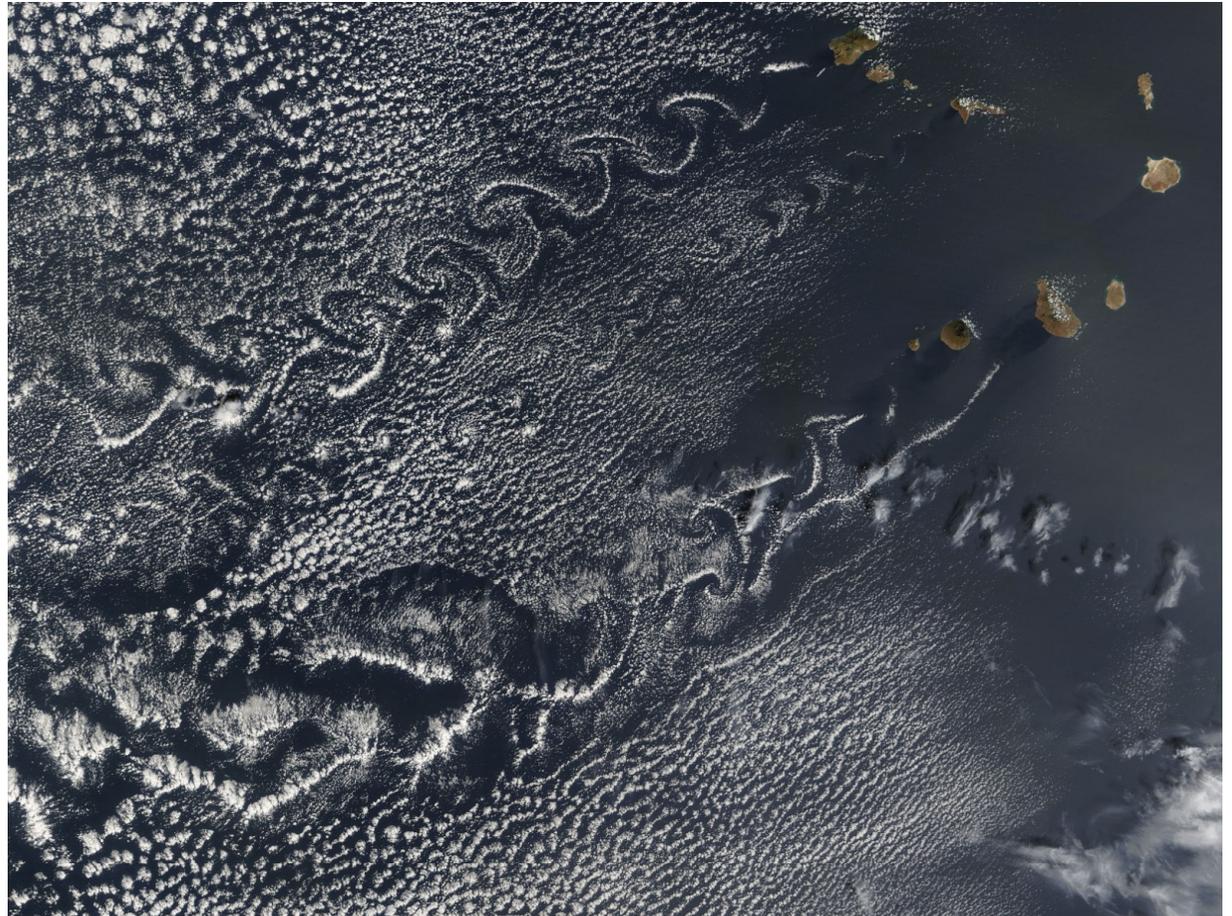
# Обтекание круга

- След за двумерным препятствием (круг) не такой, как за трёхмерным (шар)
- Рисунок, образуемый следом, называют дорожкой Кармана



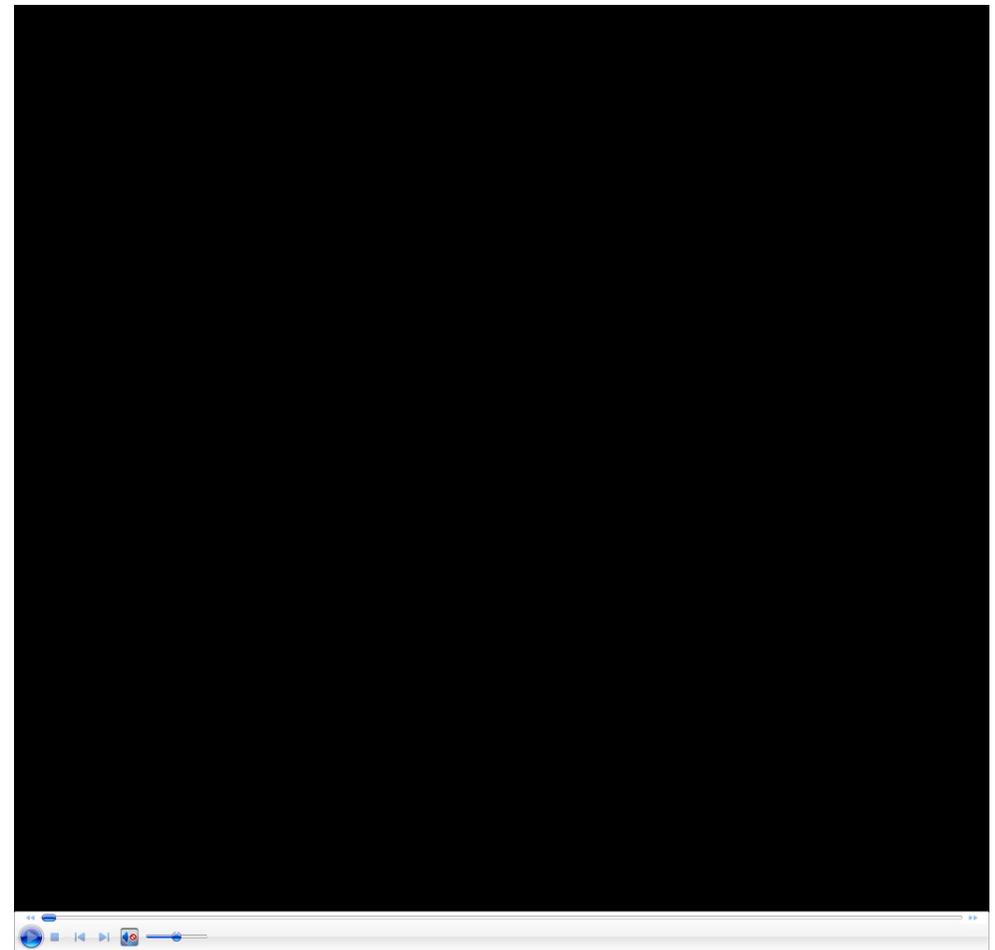
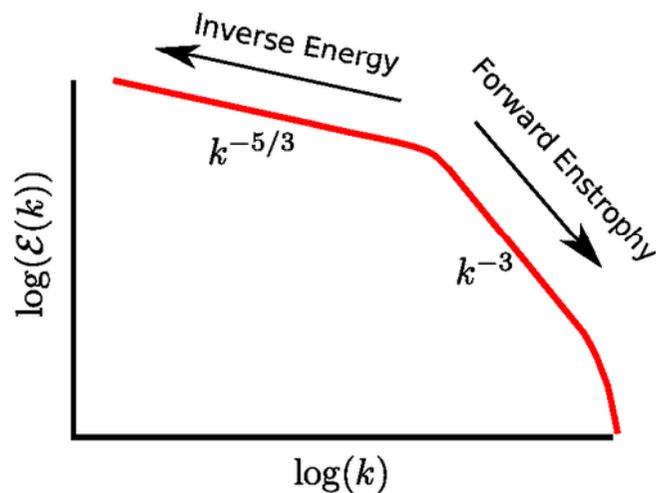
# Обтекание двумерного препятствия в природе

- Двумерное течение в атмосфере
- След облаков от Островов Зелёного Мыса (вблизи северо-западного побережья Африки)



# Поддерживаемая 2D турбулентность

- Крупные вихри есть продукт объединения более мелких
- Крупные вихри затухают из-за трения о дно и вязкости
- Внешней силе достаточно возбуждать мелкие вихри, а те в свою очередь передадут кинетическую энергию крупным



# Обратный каскад энергии

$$\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla P - \alpha \mathbf{v} + \nu \Delta \mathbf{v}$$

Если вязкость и трение о дно незначительны, сохраняются кинетическая энергия и энстрофия (завихренность  $\varpi = \partial_x v^y - \partial_y v^x$ ):

$$E = \frac{\langle \mathbf{v}^2 \rangle}{2} \equiv \frac{\mathcal{K}^{ii}(0)}{2}, \quad \Omega = \frac{\langle \varpi^2 \rangle}{2}$$

Инерционный интервал для обратного каскада энергии

$$L_f \ll r \ll L_\alpha, \text{ масштаб } L_\alpha = \sqrt{\epsilon/\alpha^3}$$

Амплитуда турбулентных пульсаций скорости определяется удельной скоростью диссипации энергии  $\epsilon$  трением о дно:

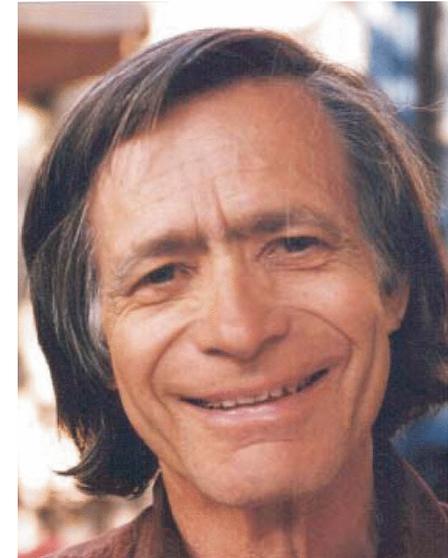
$$\epsilon = 2\alpha E = \langle (\mathbf{f} \cdot \mathbf{v}) \rangle. \quad \text{Метод размерности: } \delta v_r \sim \sqrt[3]{\epsilon r}$$

Уравнение Кармана-Ховарда

$$-\frac{1}{4} \partial_k S^{iik} = -\frac{\partial_t \mathcal{K}^{ii}}{2} - \alpha \mathcal{K}^{ii} + \epsilon_f + \nu \Delta \mathcal{K}^{ii},$$

Крайчнан: в инерционном интервале вязкая диссипация и внешняя сила несущественны. Решение для  $S_3$

$$\langle (\delta \mathbf{v}_r \cdot \mathbf{n})^3 \rangle = \frac{2}{3} \epsilon r.$$



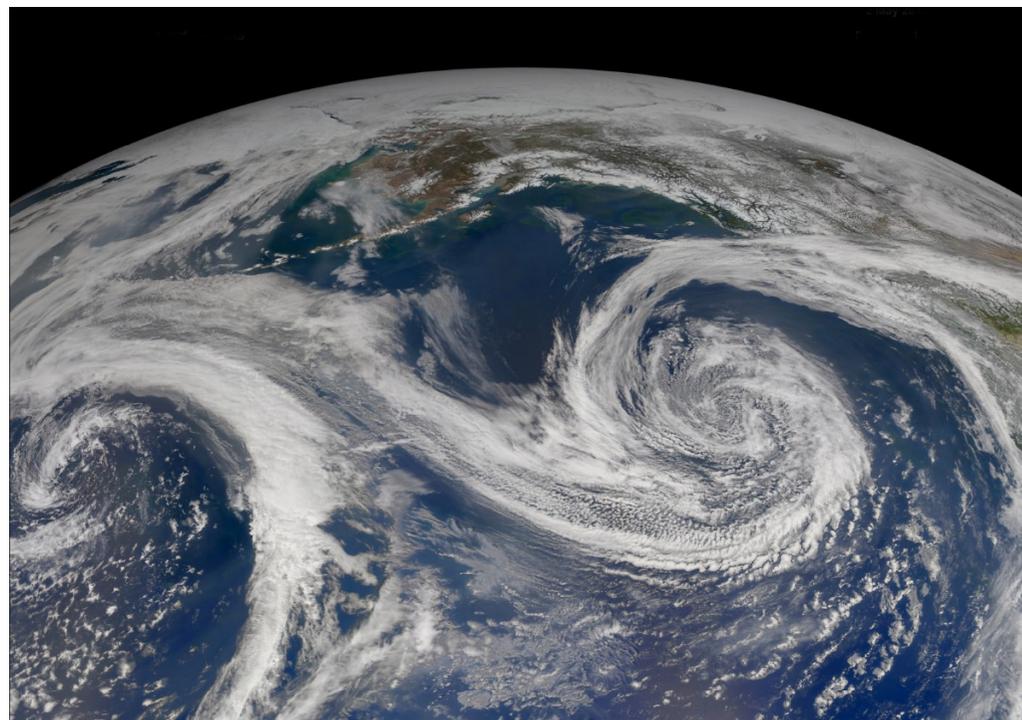
Роберт Харрисон Крайчнан,  
1928 – 2008,

Kraichnan, PoF  
(1965)

# Трёх-мерные и двумерные турбулентные течения

Когерентные двумерные турбулентные течения

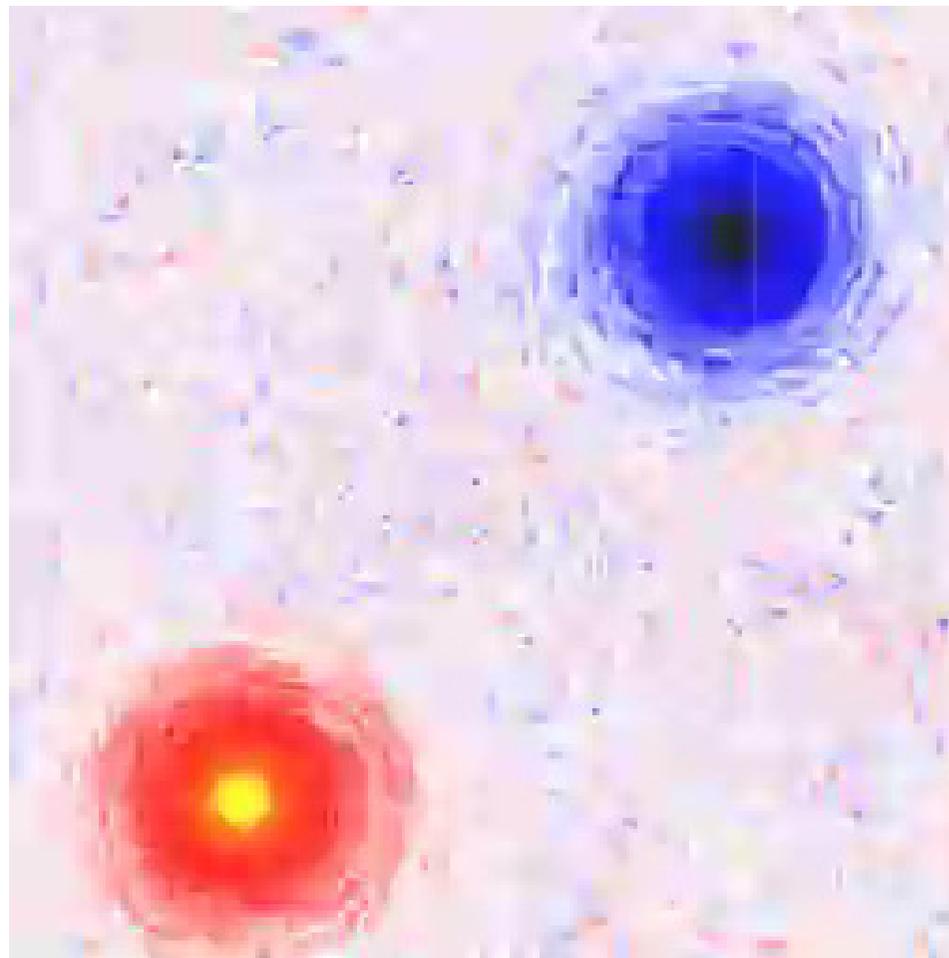
## Стабильные двумерные вихри



# Моделирование стабильных вихрей

- Когерентные вихри, раз установившись, живут очень долго (в пределе – неограниченно долго)
- Амплитуда скорости течения в когерентном вихре относительно велика
- Когерентные вихри вбирают кинетическую энергию от самых мелких вихрей не посредством цепочки обратного каскада энергии, а напрямую.

Chertkov, Connaughton, Kolokolov, and Lebedev, PRL 99 p.084501 (2007)



# Эксперимент на тонких слоях жидкости



Бражников  
Максим,  
ИФТТ РАН

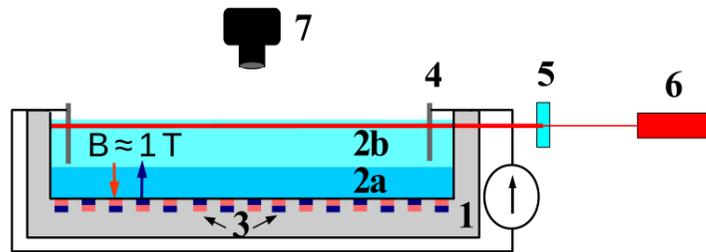
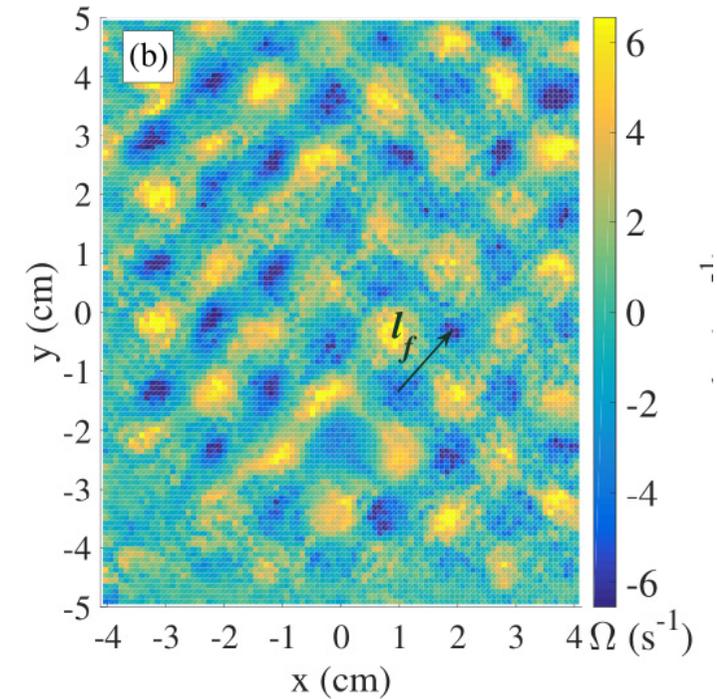
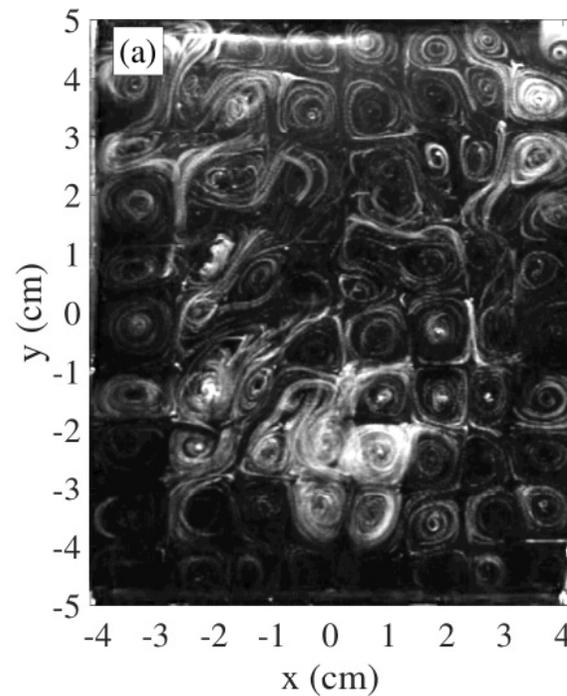


Рис. 1 (цветной онлайн). Схема экспериментальной установки: 1 – ячейка из оргстекла, 2a – перфтордекалин, 2b – электролит, 3 – решётка из магнитов, 4 – платиновые электроды, подключённые к источнику питания, 5 – цилиндрическая линза, 6 – лазер, 7 – видеокамера.

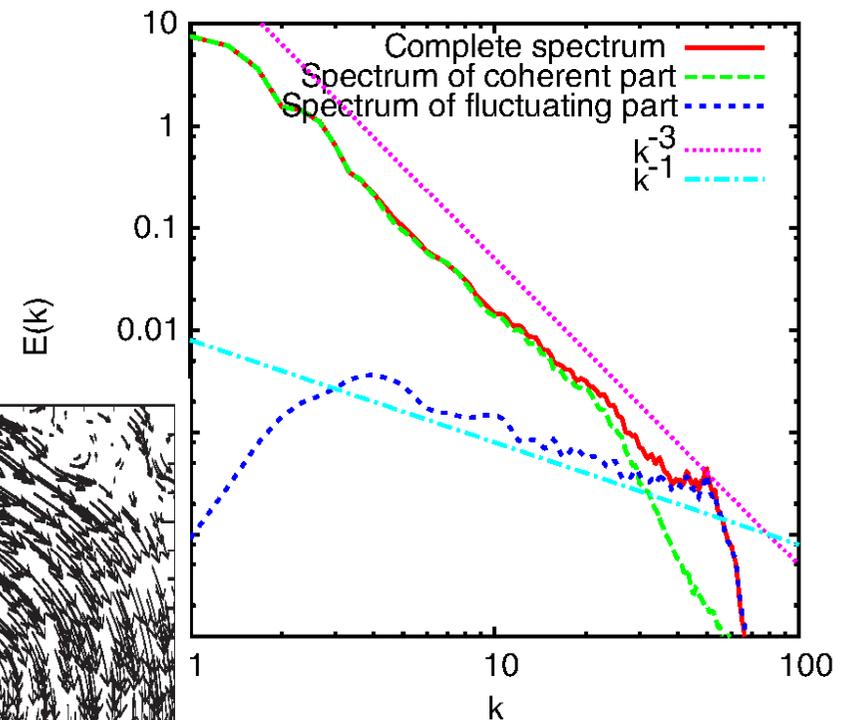
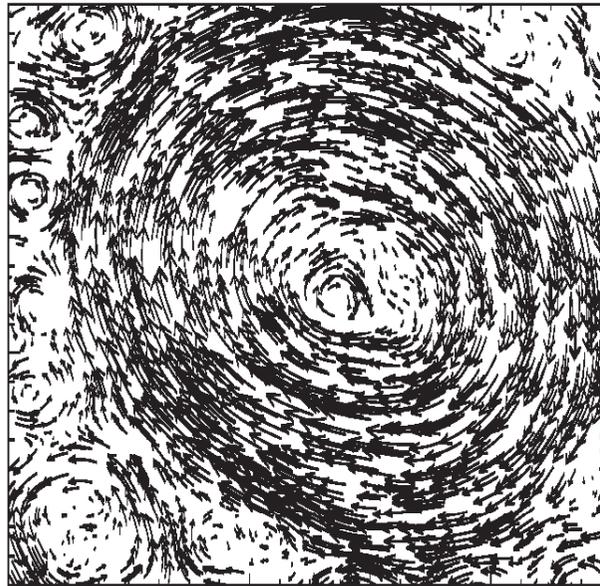


- Через электролит проходит ток
- Под ним решётка магнитов
- Магнитное поле создаёт силу Лоренца

# Экспериментальное наблюдение когерентных вихрей

- Когерентные вихри, раз установившись, живут очень долго (в пределе – неограниченно долго)
- Амплитуда скорости течения в когерентном вихре велика по сравнению со скоростью переменной во времени частью течения
- Когерентные вихри вбирают кинетическую энергию от самых мелких вихрей, тем самым крупные вихри определяются интегральными характеристиками мелких турбулентных пульсаций

Xia, Shats & Falkovich,  
PoF (2009)



Laurie, Boffetta,  
Falkovich, Kolokolov, &  
Lebedev, PRL (2014)

# Когерентный вихрь в двумерии

$$\partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla P - \alpha \mathbf{v} + \nu \Delta \mathbf{v} + \mathbf{f}$$

Возникают вихри, структура которых уже не случайна (в отличие от вихрей, замыкающих обратный каскад). Разделение скорости на среднее и турбулентные пульсации:  $\mathbf{v} = \mathbf{U} + \mathbf{u}$ , среднее  $\langle \mathbf{u} \rangle = 0$ . В полярных координатах  $\{r, \varphi\}$  средний профиль для полярной компоненты  $U$ , сила сдвига в дифференциальном вращении  $\Sigma = r \partial_r (U/r)$ :

$$\partial_t U + \left( \partial_r + \frac{2}{r} \right) (\langle u^r u^\varphi \rangle - \nu \Sigma) = -\alpha U$$

Касательное напряжение Рейнольдса  $\langle u^r u^\varphi \rangle = F \frac{\epsilon}{\Sigma}$ , “коэффициент полезного действия”  $F < 1$ . Баланс энергии:

$$\frac{\partial_r (r J^r)}{r} = F \epsilon - \nu \Sigma^2 - \alpha U^2, \quad \text{поток } J^r = U (\langle u^r u^\varphi \rangle - \nu \Sigma).$$

Характерный масштаб  $R_\alpha = \sqrt{\nu/\alpha}$ . Если  $F \approx 1$ , а расстояния  $r \gg R_\alpha$  (доминирует трение о дно), то

$$U = \sqrt{3\epsilon/\alpha}$$

Kolokolov, & Lebedev, PRE (2016)



Колоколов Игорь  
Валентинович

Лебедев Владимир  
Валентинович



# Передача энергии вверх по масштабам

Мелко-масштабная завихренность  $\varpi = \partial_x u^y - \partial_y u^x$ ,  
она мала в смысле  $\varpi \ll \Sigma$ ;  
 $x$  направлено по углу,  $y$  – по радиусу

$$\partial_t \varpi + \Sigma y \partial_x \varpi = -\alpha \varpi + \nu \Delta \varpi + f \varpi$$

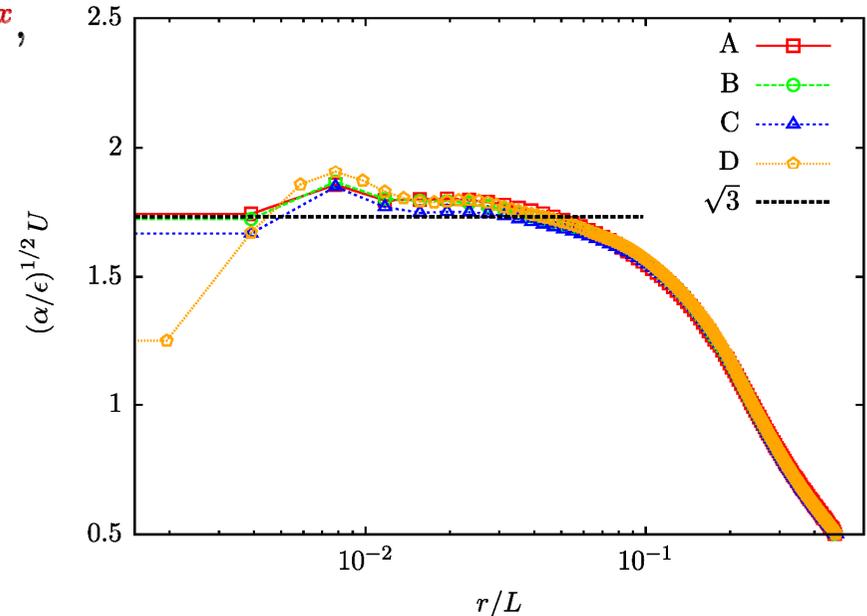
Характерное волновое число силы  $k_f$ :  $\alpha < \nu k_f^2 \ll \Sigma$ .  
Напряжение Рейнольдса ( $k'^y = k^y + \tau k^x$ )

$$\langle u^r u^\varphi \rangle = \frac{\epsilon}{\Sigma} \int_0^\infty d\tau \int \frac{d^2 q}{(2\pi)^2} \frac{q'^y q^x}{q'^4} \chi(q) \exp\left(-\frac{\nu k_f^2}{\Sigma} \Gamma\right)$$

Принципиально важна вязкость:  $\xi = (k'^y/k^x)^2$ ,

$$\langle u^r u^\varphi \rangle = \frac{\epsilon}{\Sigma} \int_0^\infty d\tau \int_0^\infty \frac{\chi(q) dq}{q} \int_{-\infty}^\infty \frac{d\xi}{(1+\xi)^2} \exp\left(-\frac{\nu k_f^2}{\Sigma} \Gamma(k, \xi, \tau)\right)$$

Интеграл сходится на вязких (больших) временах  $t \sim 1/\nu k_f^2$ , напря-  
жение Рейнольдса  $\langle u^r u^\varphi \rangle = \epsilon/\Sigma$ .



Laurie, Boffetta,  
Falkovich, Kolokolov, &  
Lebedev, PRL (2014)

# Двумерный вязкий конденсат

Трение о дно слабо (отсутствует),  $r \ll R_\alpha$

Уравнение на профиль:  $\langle u^\varphi u^r \rangle - \nu \Sigma = 0$

Напряжение Рейнольдса:

$$\tau = \langle u^\varphi u^r \rangle = \frac{\epsilon}{\Sigma},$$

Решение  $\Sigma = \pm \sqrt{\epsilon/\nu}$  (циклон и анти-циклон).

Решение для профиля скорости:

$$U = \mp \Sigma r \ln \frac{R}{r}$$

$R$  – радиус вихря

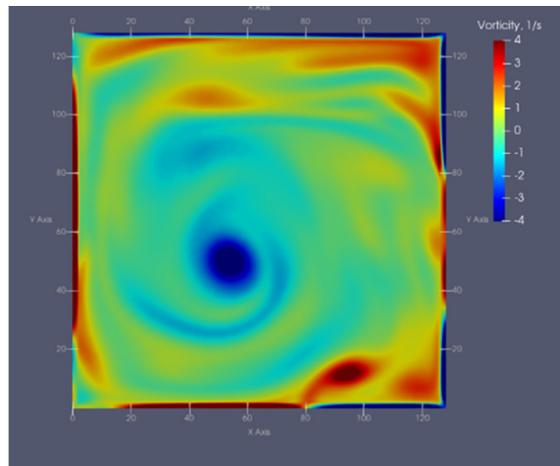


FIG. 1. Vorticity field at different times:  $t = 20$  (top),  $t = 200$  (middle), and  $t = 640$  (bottom).

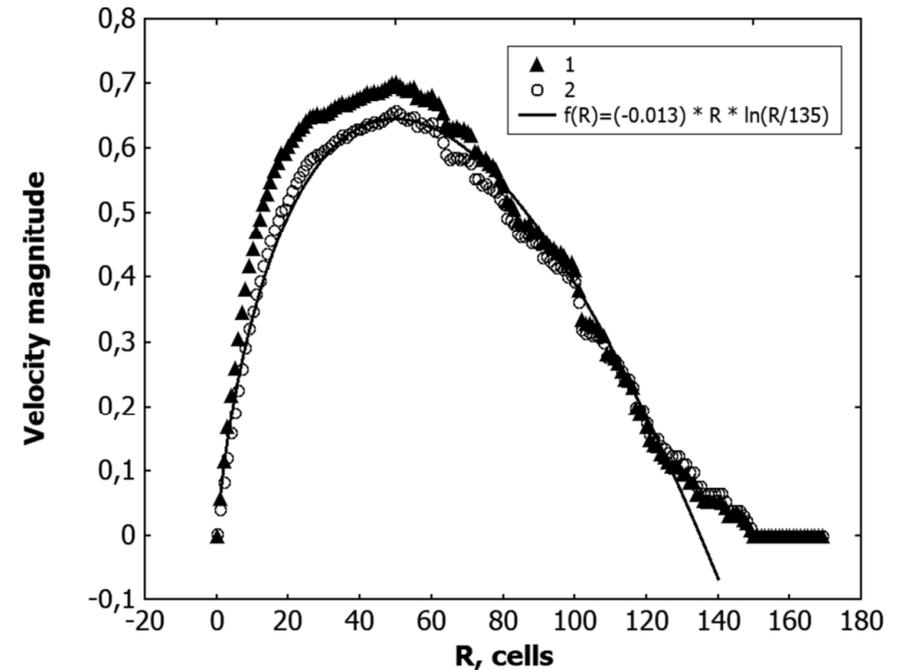


FIG. 3. Dependence of the polar velocity profile on the radius in diagonal directions (triangles) and horizontal and vertical directions (empty circles). Solid line: approximation in accordance with Eq. (7).

Doludenko, Fortova, Kolokolov, & Lebedev (2021) PoF



Колоколов  
Игорь  
Валентинович



Леон  
Огороднико  
в



Владимир  
Парфеньев



Иван  
Воинцев



Алёна  
Скоба

# Геострофическое течение в замкнутом объёме

теория

# Геострофическое течение в замкнутом объёме

Течение вращающейся жидкости:

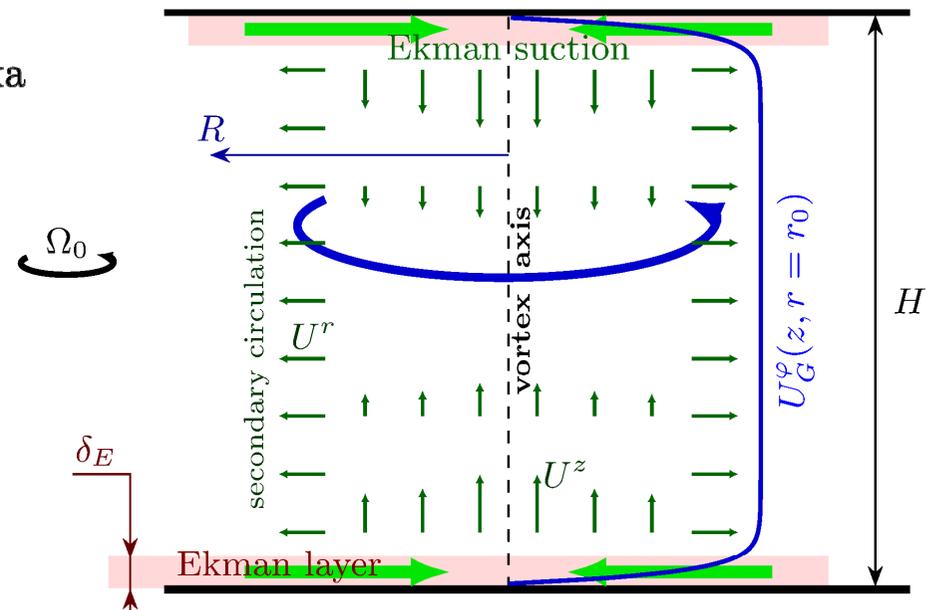
$$\partial_t \mathbf{v} + 2[\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{v}] + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla P + \nu \Delta \mathbf{v} + \mathbf{f}/\rho_0,$$

Геострофическая компонента  $\mathbf{U}$ ,  
быстро изменяющаяся  $\mathbf{u}$ ,  $\mathbf{v} = \mathbf{U} + \mathbf{u}$ :

$$\partial_t \mathbf{U} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} + \langle (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \rangle_z = -\nabla P - \alpha \mathbf{U} + \nu \Delta \mathbf{U} + \langle \mathbf{f} \rangle_z$$

Эффективное трение о дно обеспечивают вторичные течения, порождённые подсосом Экмана в тонком приграничном слое  $\delta_E = \sqrt{\text{Ek}} \cdot H$ .

$$\alpha = \sqrt{\text{Ek}} \cdot \Omega, \quad \text{Ek} = \frac{\nu H^2}{\Omega}.$$



# Передача энергии геострофическому течению

Лагранжева система координат, центр в точке  $\mathbf{R}(t)$ , скорость движения  $\dot{\mathbf{R}}(t) = \mathbf{U}(\mathbf{R})$ . Локально геострофическое течение есть  $U'^\alpha = \Sigma^{\alpha\beta} r^\beta$ . Линеаризованное уравнение на поле  $\mathbf{u}$

$$(\partial_t - \Sigma^{\alpha\beta} k^\alpha \partial_{k^\beta}) u_{\mathbf{k}}^i + 2[\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}]^i + \Sigma^{i\alpha} u_{\mathbf{k}}^\alpha = -\nu \Delta u_{\mathbf{k}}^i - ik^i p + f^i$$

Динамика вдоль характеристики  $\mathbf{k}'(t)$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{k}' = \hat{\Sigma}(t) \mathbf{k}', \quad \mathbf{k}'(t) = \hat{W}(t) \mathbf{k}, \quad \omega_{\mathbf{k}'} = 2\Omega \frac{k^z}{k'}$$

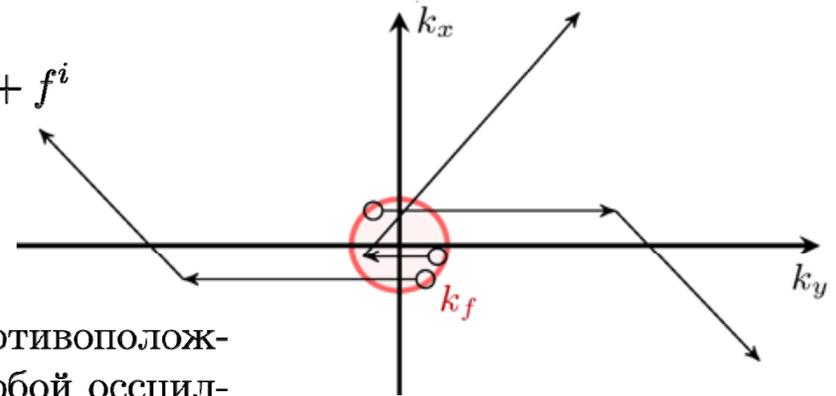
Если число Россби мало,  $\omega_{\mathbf{k}'} \gg \Sigma$ , то динамика двух противоположных поляризаций расщеплена и каждая представляет собой осциллятор с адиабатически меняющейся частотой:

$$\frac{E_{\mathbf{k}s}}{\omega_{\mathbf{k}'}} \propto k' |a_{\mathbf{k}'s}|^2 = \text{inv}$$

Энергия от волны передаётся геострофическому течению.

$$\langle u^r u^\varphi \rangle = \frac{\epsilon}{\Sigma} \int_0^\infty d\tau \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{q'^y q^x}{q'^3} \chi(q) \exp\left(-\frac{\nu k_f^2}{\Sigma} \Gamma\right)$$

Интеграл сходится на коротких временах  $t \sim 1/\Sigma$ .



Kolokolov et.al., PRF 5, 034604 (2020)

Gallet, JFM 783, 412 (2015)

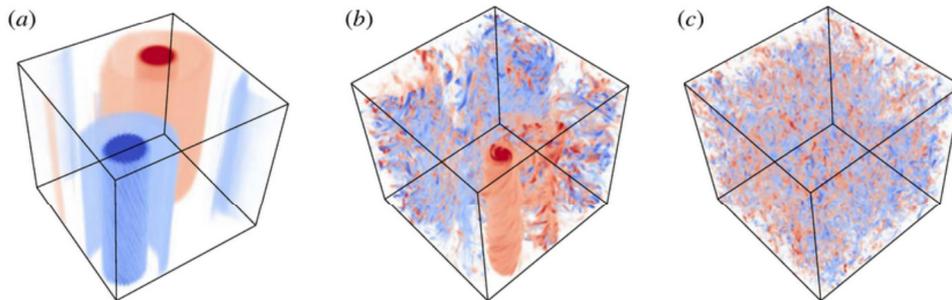
Gelash et.al., JFM 831 p. 128 (2017)

# Геострофическое течение в замкнутом объёме

Численный счёт и эксперимент

# Численный счёт

(Seshasayanan & Alexakis, JFM 2018)



$$\text{Rossby number} = \frac{\text{inertia force}}{\text{Coriolis force}} = 0.02, 0.5, \infty$$

$$\text{Reynolds number } Re \sim 100$$

На рисунках глобальное вращение вдоль вертикального направления.

Наиболее идеализированные условия:

- Периодические граничные условия по всем направлениям.
- Статическая накачка на промежуточном масштабе ( $k=4$ )
- Накачка не зависит от координаты вдоль оси вращения
- Начальное состояние не однородно вдоль оси вращения

# Статистика вихрей McEwan-a

- Gallet, Campagne, Cortet & Moisy (2014) PoF
- Boffetta, Toselli, Manfrin, & Musacchio (2021). J.Turbulence PoF

Skewness (асимметрия или перекося)

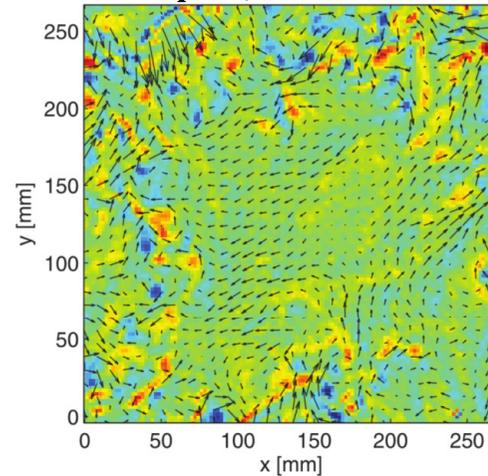
$$S_\omega = \frac{\langle \omega_z^3 \rangle}{\langle \omega_z^2 \rangle^{3/2}}$$

для z-компоненты завихренности

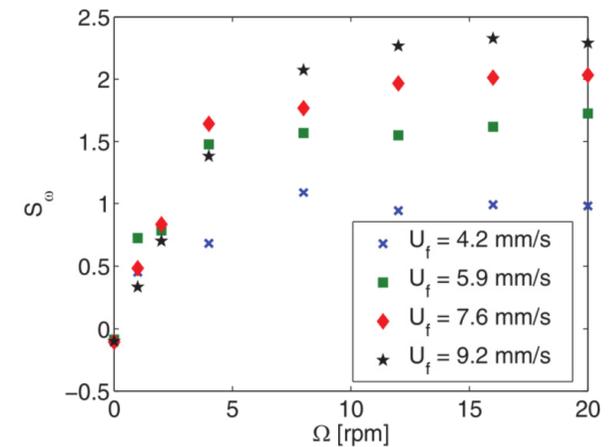
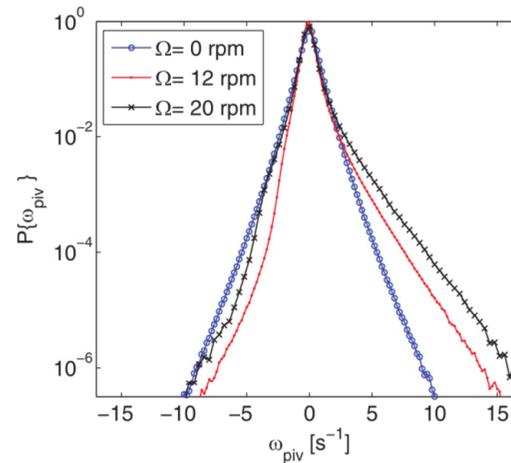
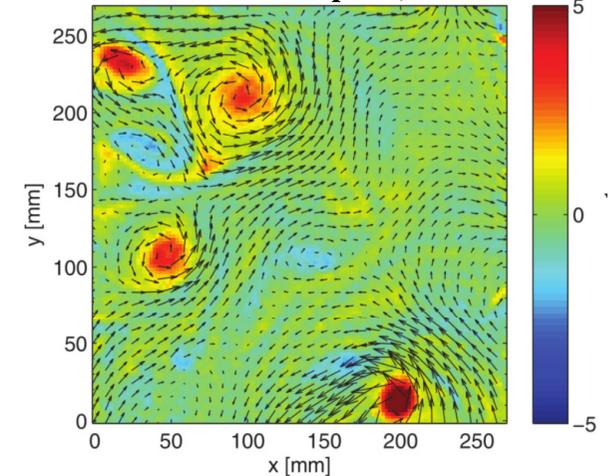
$$\omega_z = \partial_x v^y - \partial_y v^x$$

$v^i$  -- поле скорости

без вращения

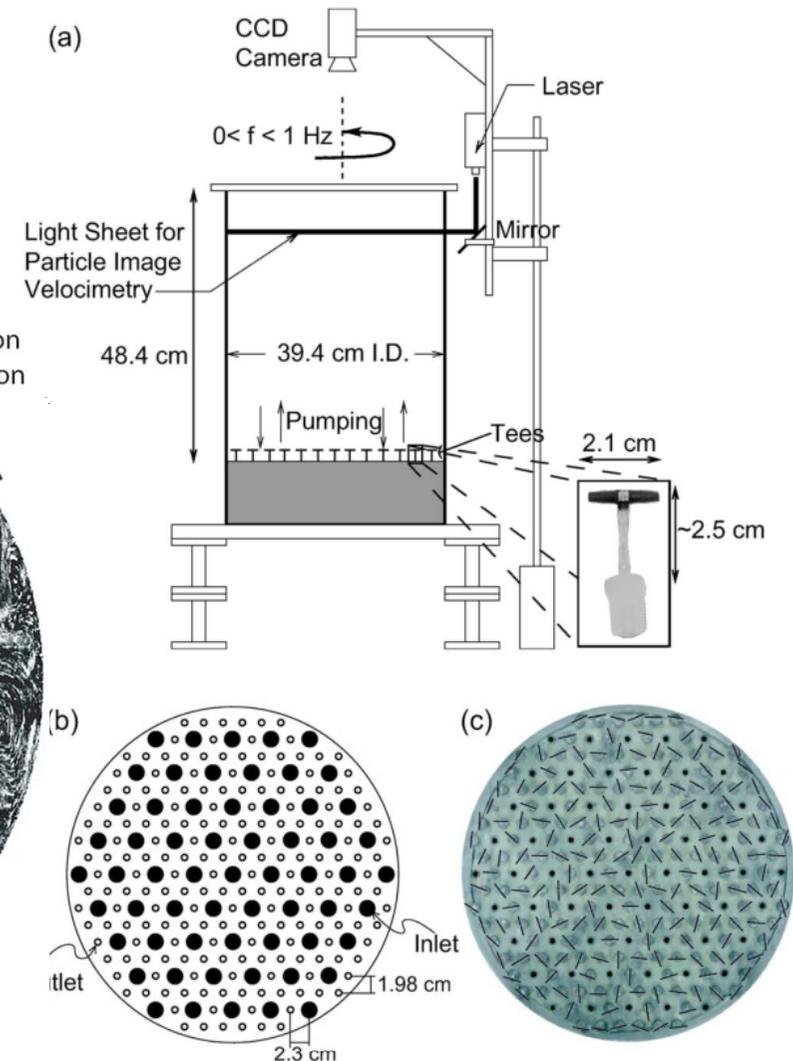
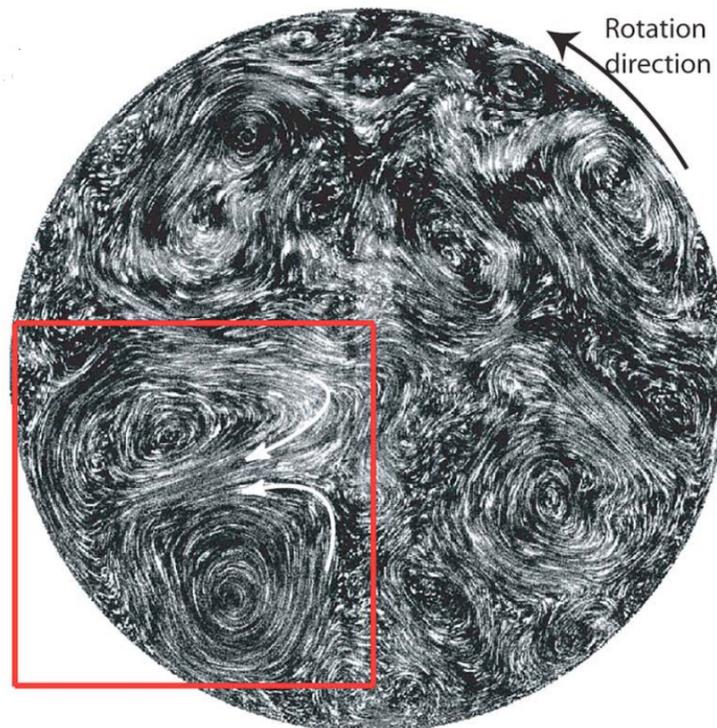


вращение



# Накачка струями со дна

- Угловая скорость вращения  $\Omega \sim 0.5s^{-1}$
- Размер ячейки  $\sim 0.5m \times 0.5m \times 0.5m$
- Возбуждение течения происходит посредством струй, выходящих из решётки трубочек на дне



Ruppert-Felsot, Praud, Sharon, & Swinney (2005) PRE



Левченко  
Александр Алексеевич,  
ИФТТ РАН



Филатов Сергей  
ИФТТ РАН

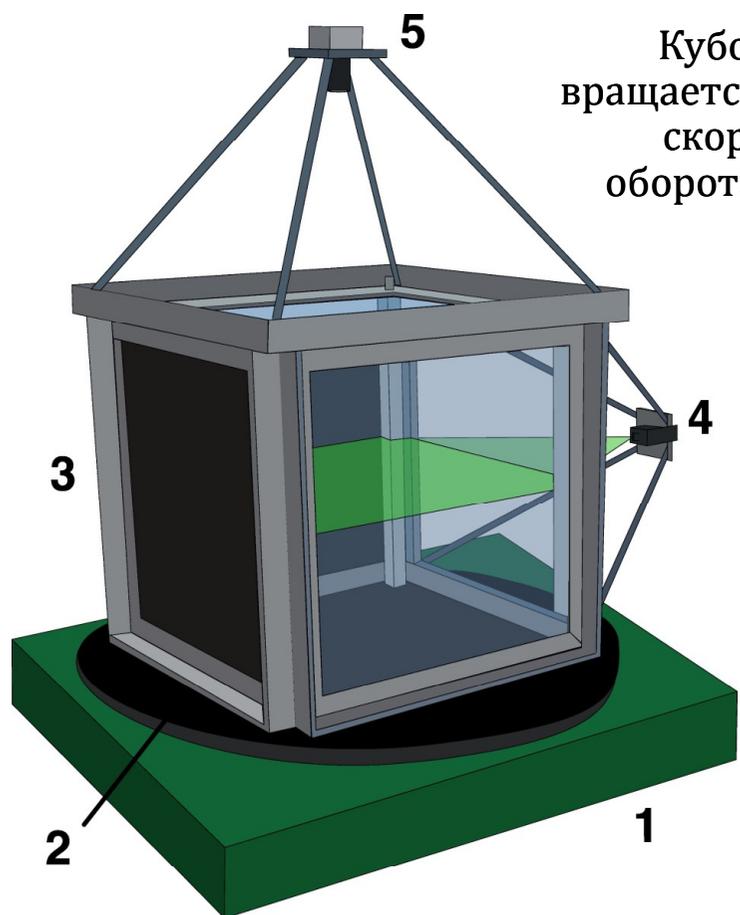


Тумачёв Даниил  
ИФТТ РАН

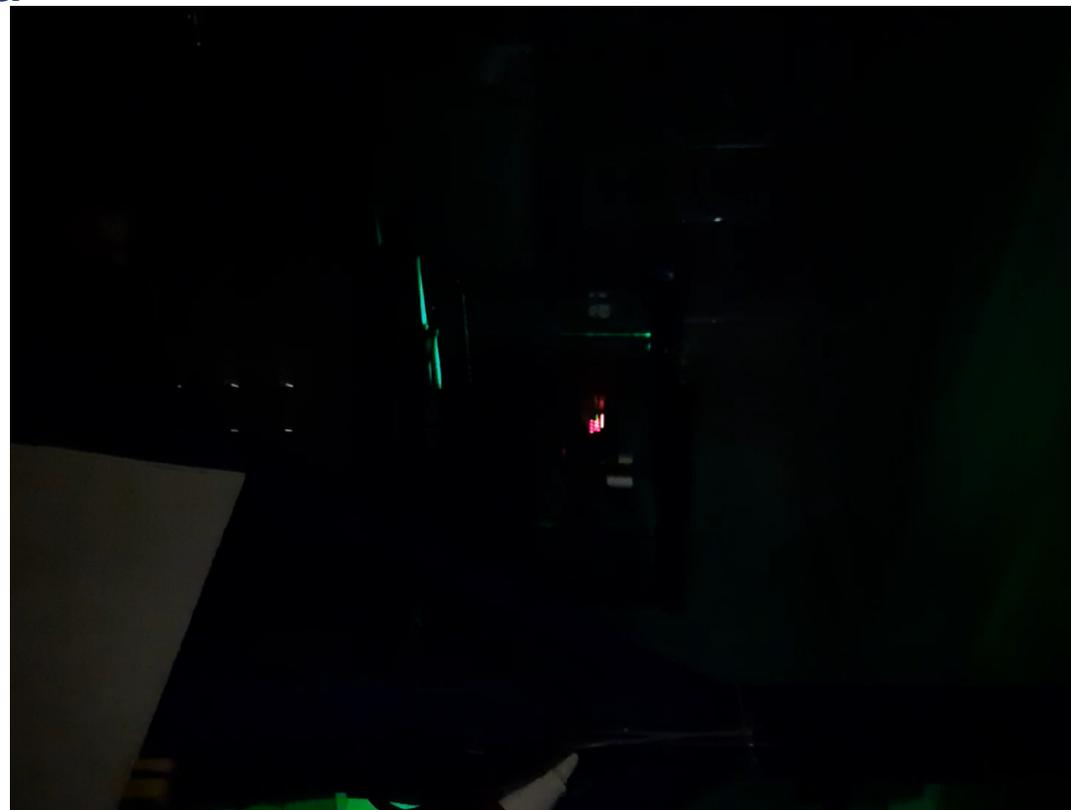
# Геострофическое течение в замкнутом объёме

Эксперимент в ИФТТ РАН, Черноголовка

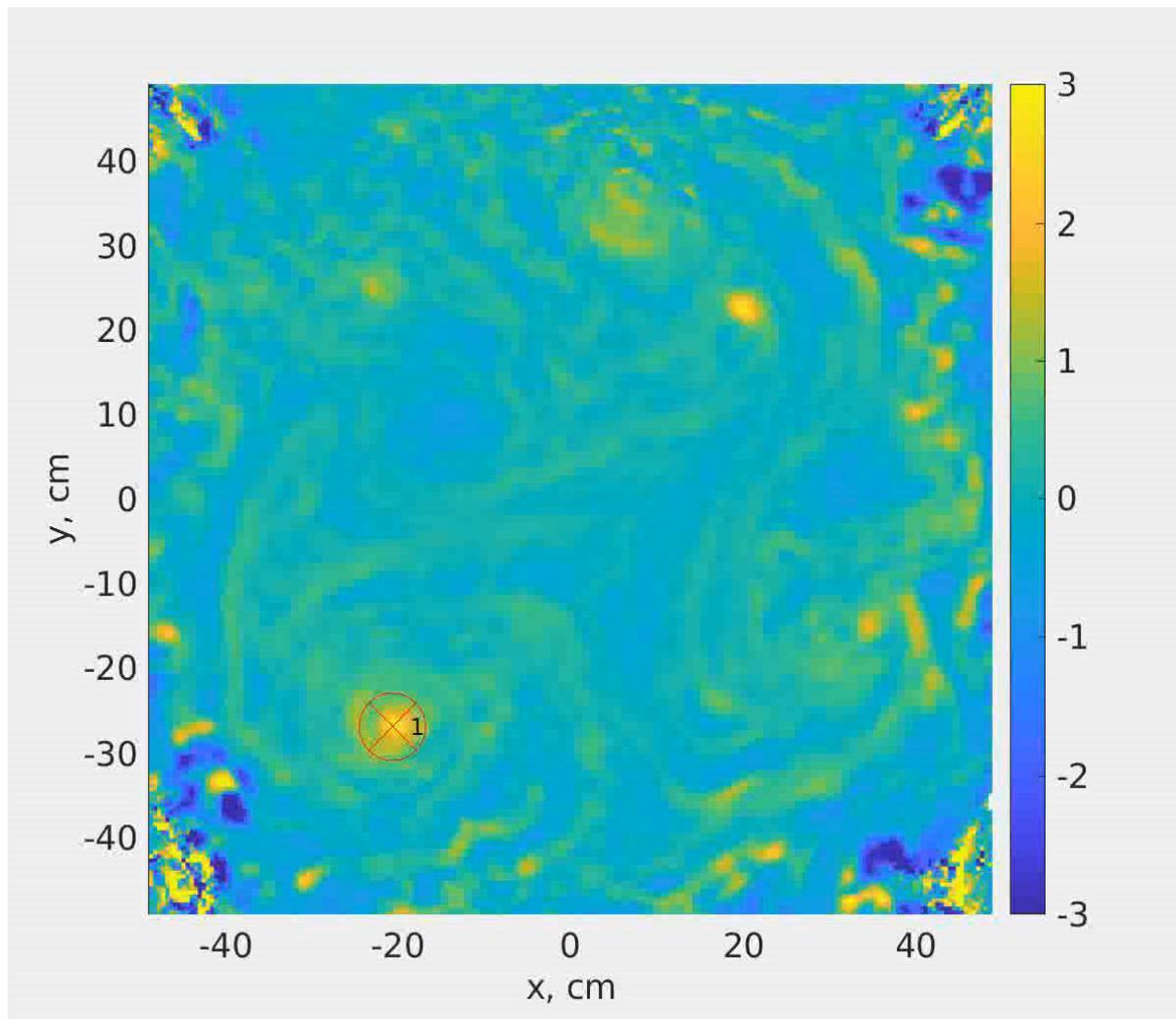
## Экспериментальная установка



Кубометр воды  
вращается с угловой  
скоростью до 1  
оборота в секунду

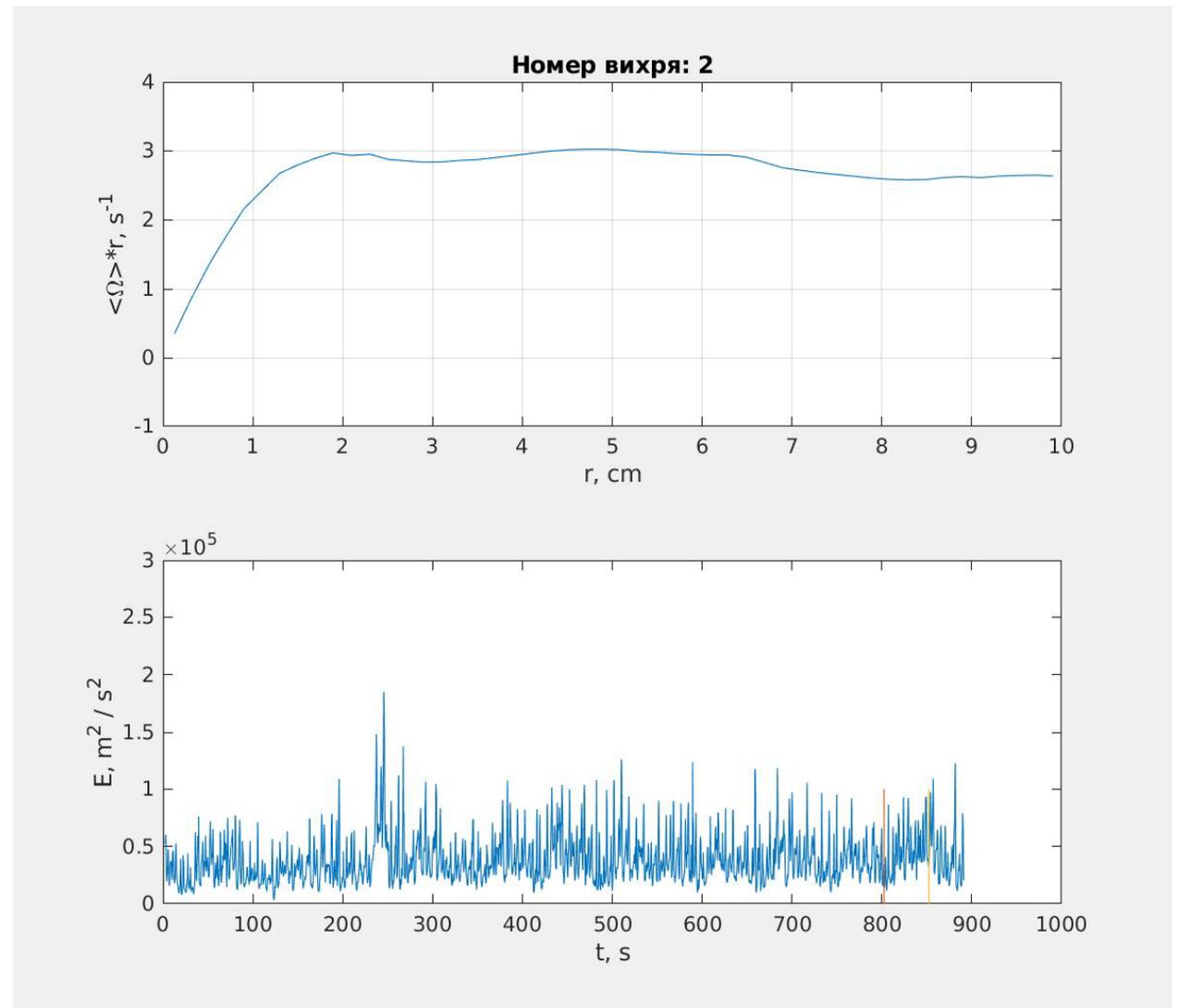


# Медленное вращение 0.125 Гц

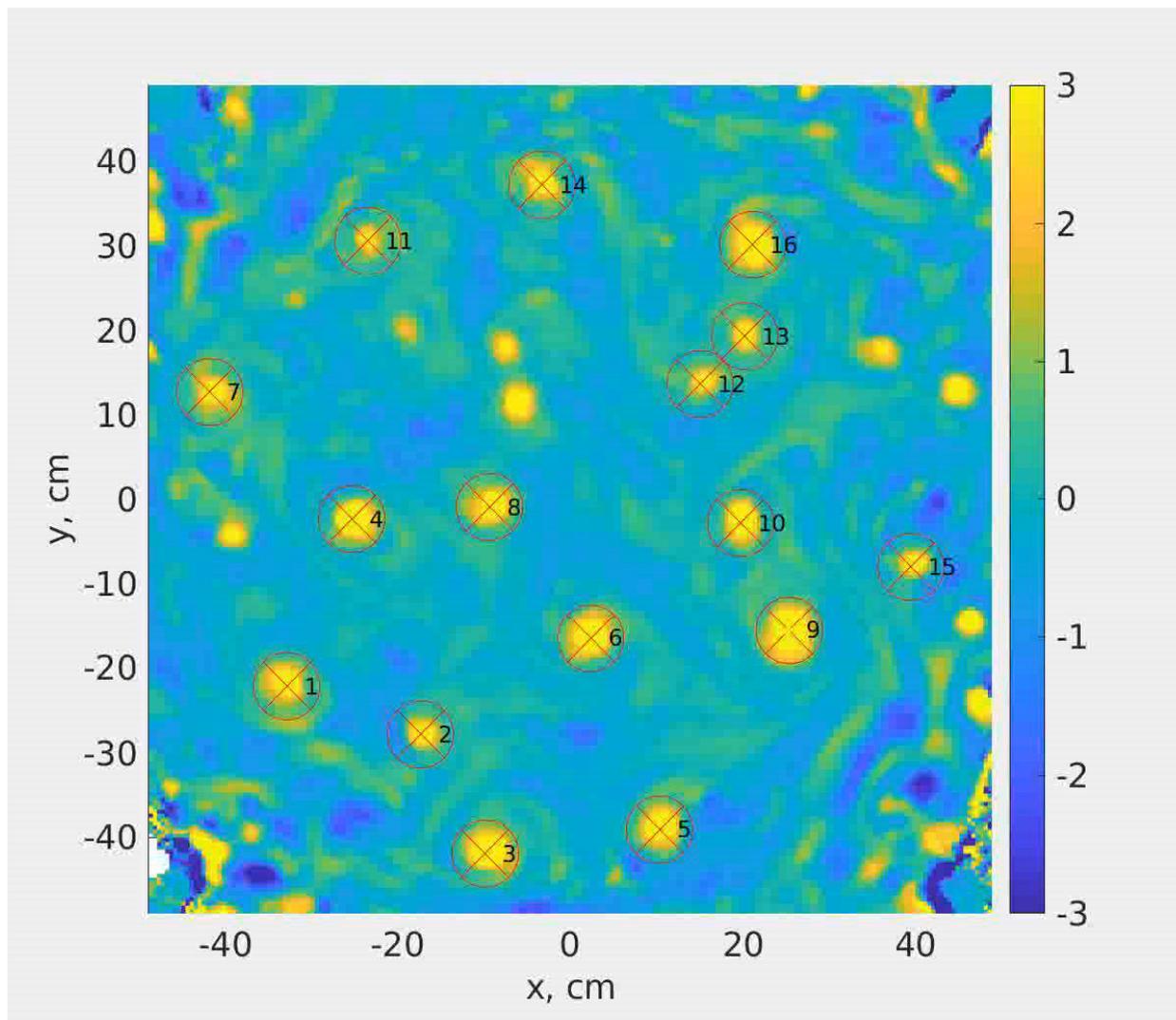


# Медленное вращение 0.125 Гц

Вихри имеют плато



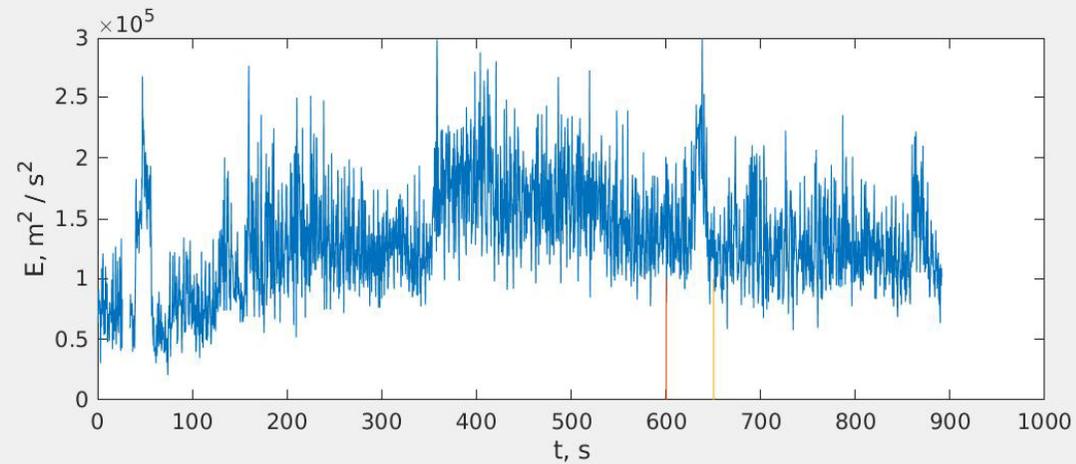
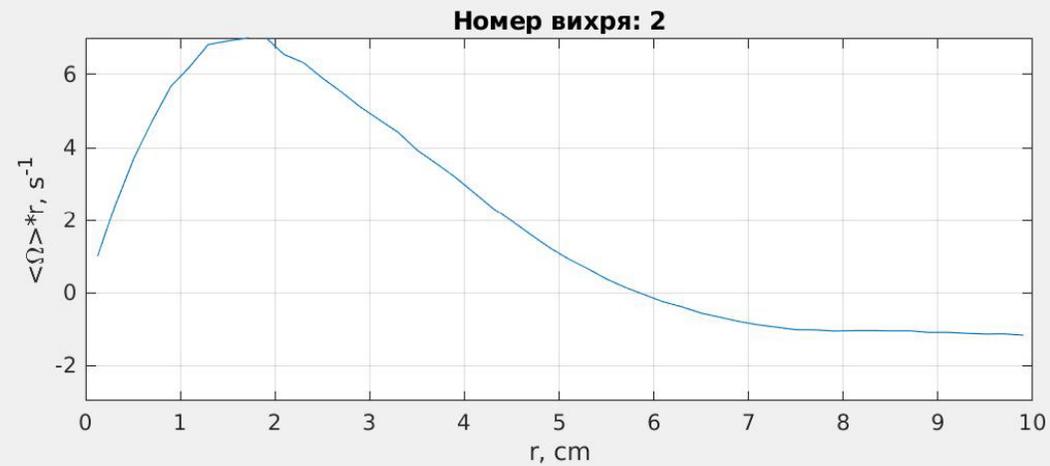
# Быстрое вращение 0.72 Гц



# Быстрое вращение 0.72 Гц

Вихри более похожи  
на локализованные.

Нет плато.



# Эксперимент McEwan 1976

Трение о дно сильно,  $\tau \gg$

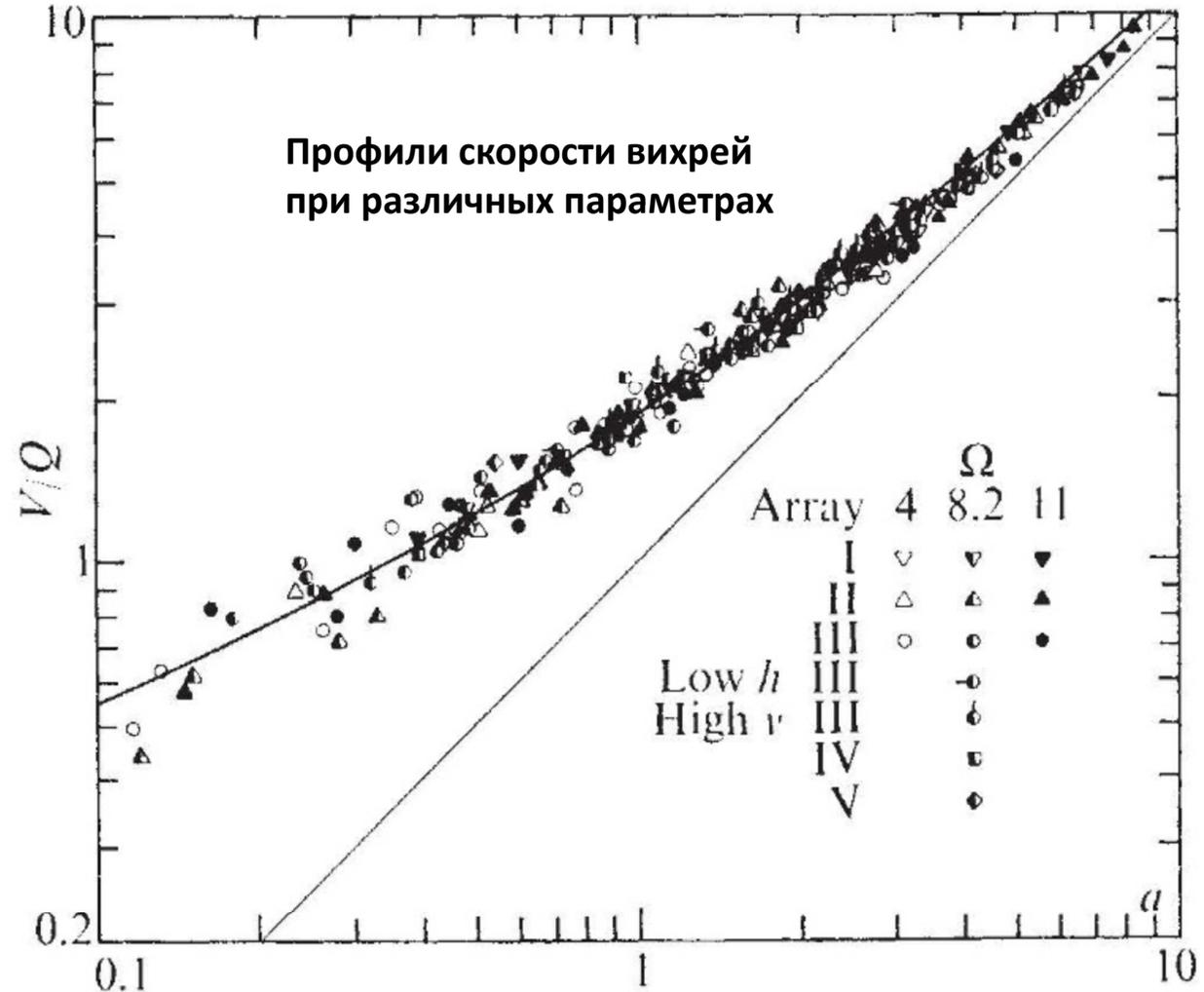
$R_\alpha$ . Величина

$$Q = \frac{w \rho}{\delta}$$

Среднее расстояние между отверстиями на дне  $\rho$ , расход жидкости  $M$ , площадь дна  $S$ ,

характерная скорость

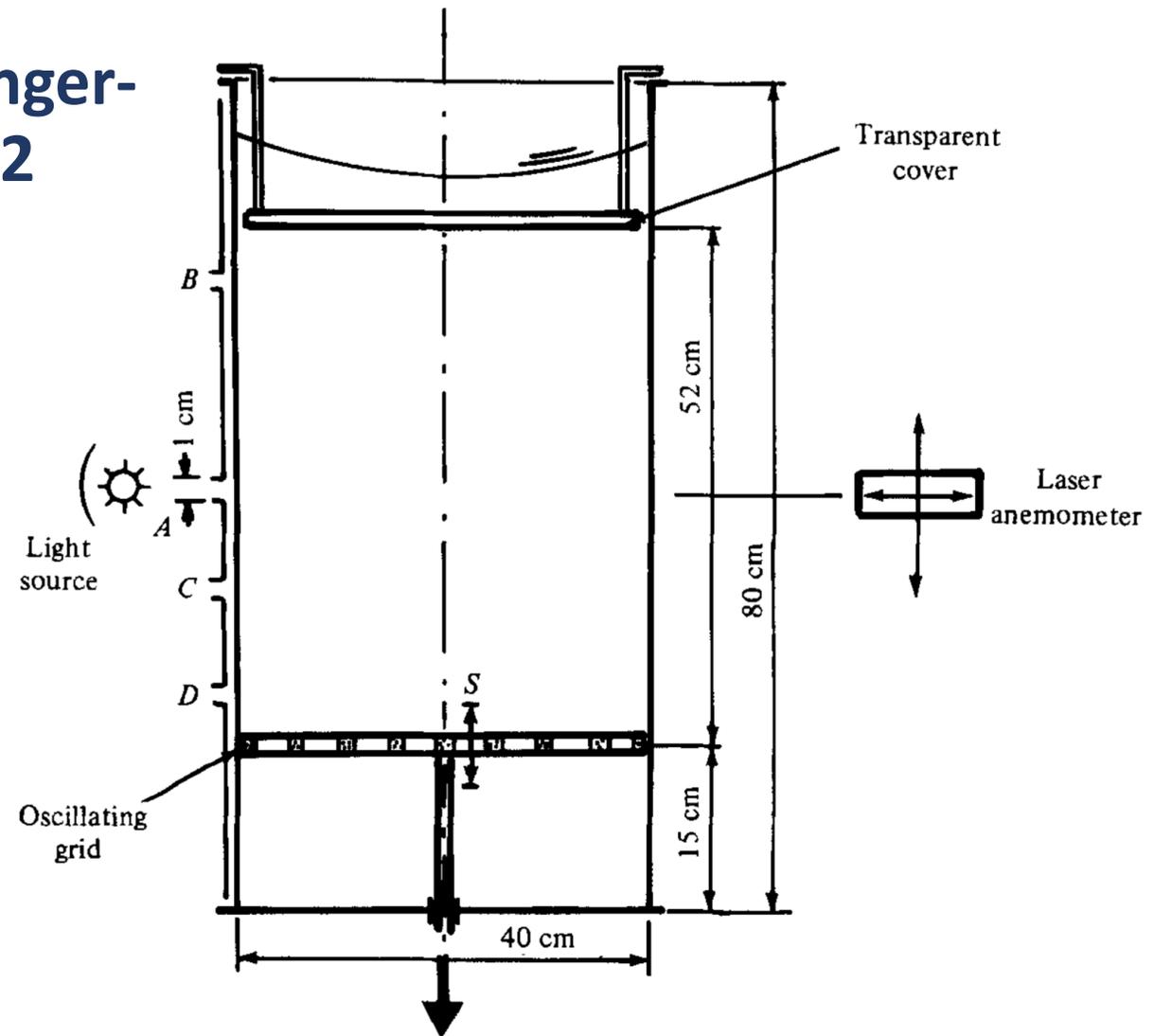
$w = M/S$ , толщина "слоя Экмана"  $\delta = \sqrt{\nu/\Omega + w/\Omega}$ .



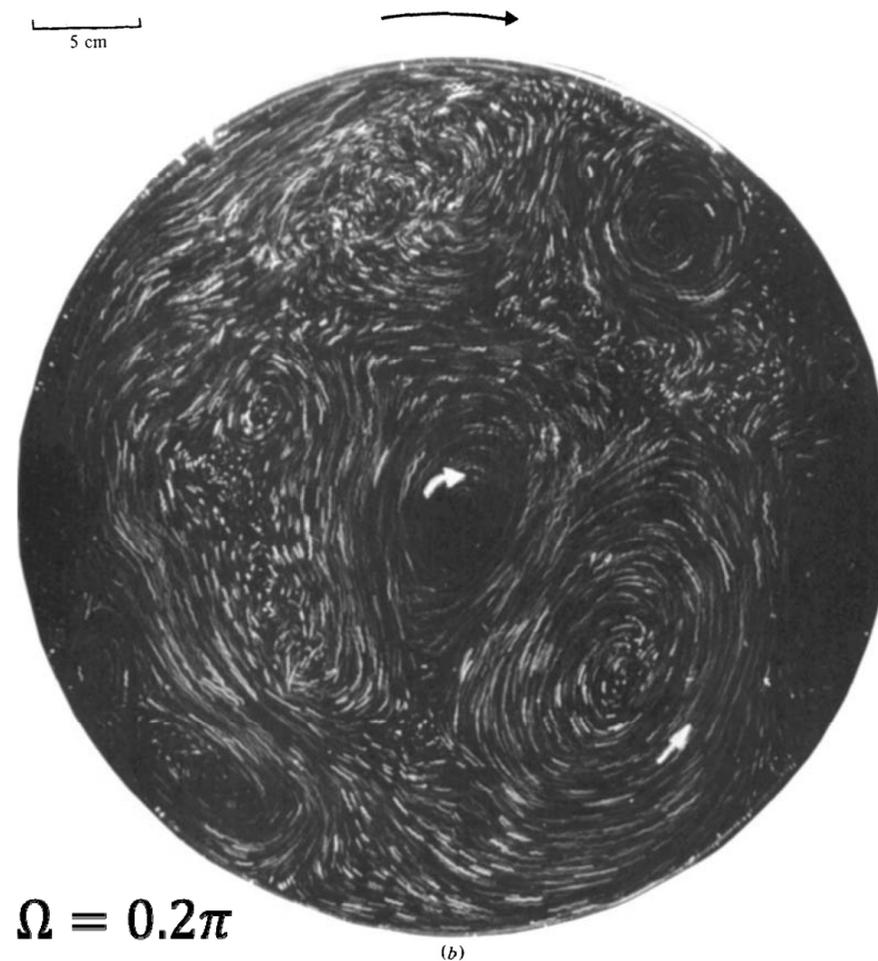
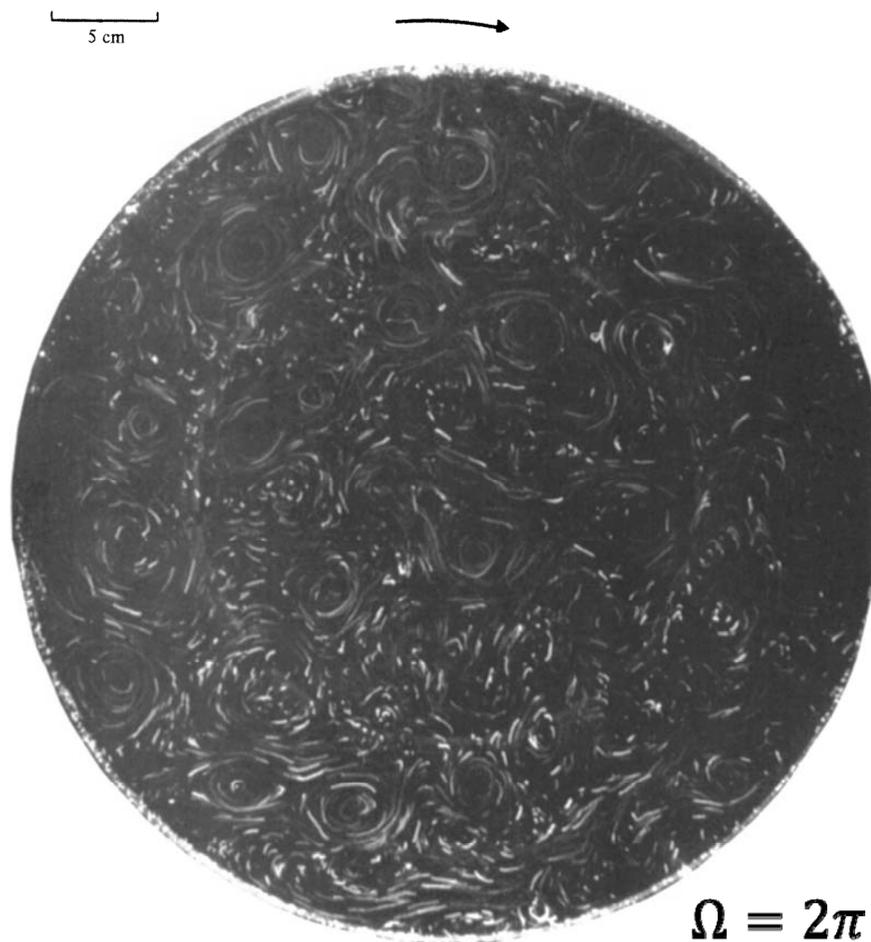
# Эксперимент Hopfinger-Browand-Gagne 1982

Решётка осциллирует  
вверх-вниз, возбуждая  
течение.

Число Россби течения  
вблизи решётки  
велико.



## Эксперимент Hopfinger-Browand-Gagne 1982 - 2



## Эксперимент Hopfinger-Browand-Gagne 1982 - 3

Число Россби  $Ro_g$   
течения вблизи решётки  
велико.

$$Ro_g = \frac{n}{2\Omega}$$

$n$  – частота осцилляций  
решётки

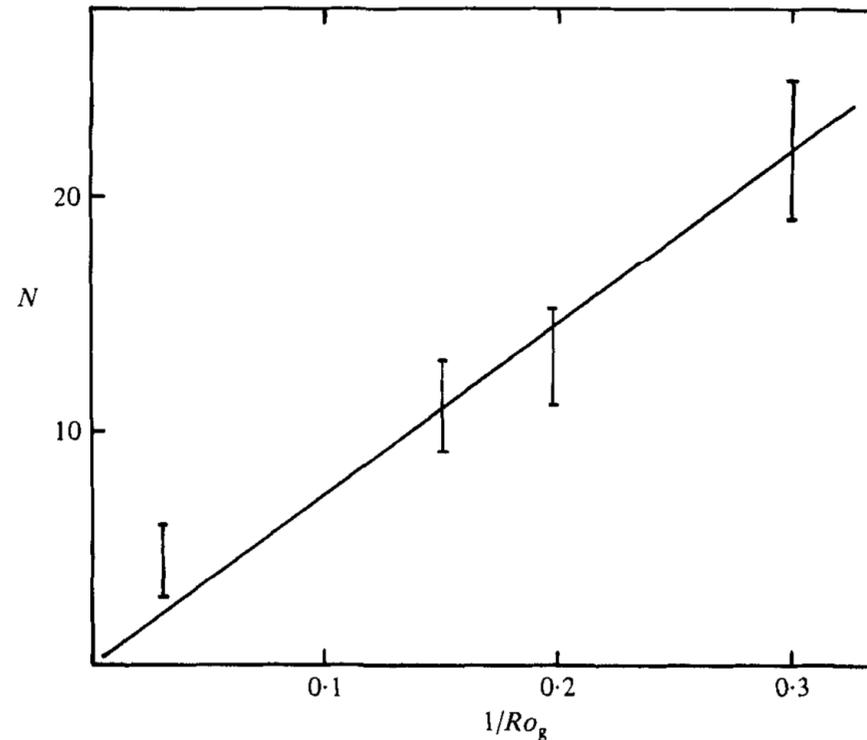


FIGURE 4. Number of vortices in a cross-section plotted as a function of inverse grid Rossby number. The straight line expresses the linear dependence given by (3.6).

# Эксперимент Hopfinger- Browand- Gagne 1982 - 4

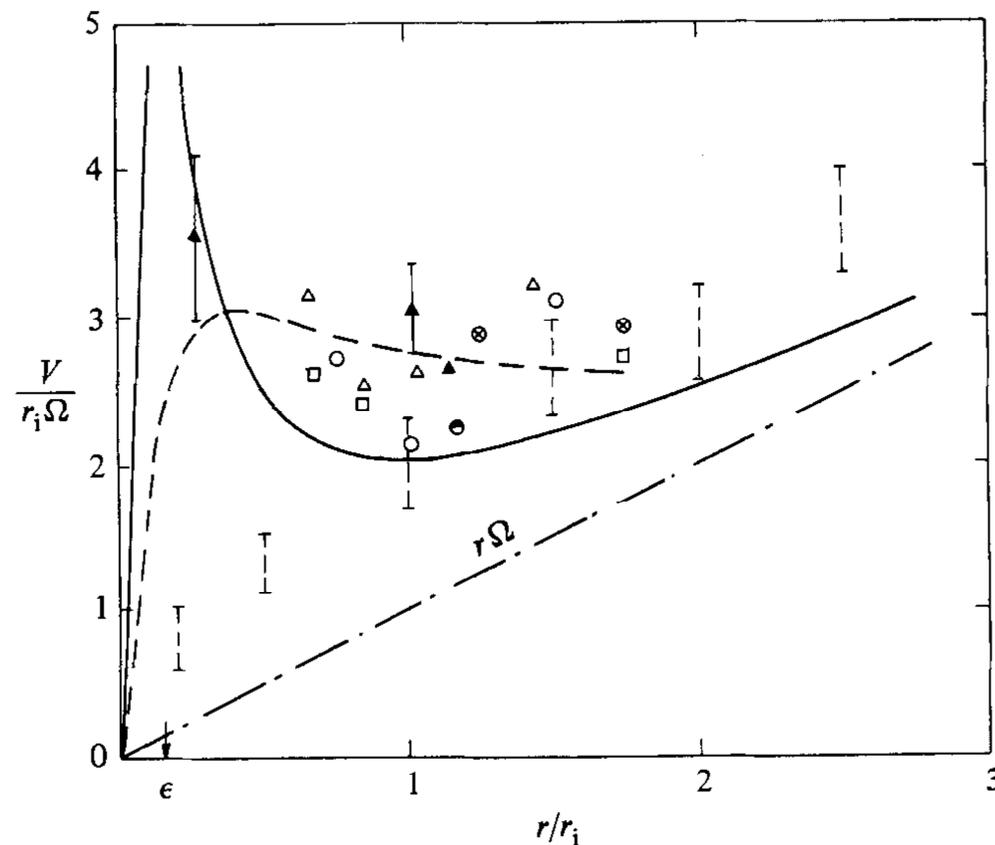


FIGURE 9. Radial velocity distribution in a vortex relative to a frame moving with the centre of the vortex for  $Ro_g = 3.32$ : ----, velocity field corresponding to the observed crater in figure 8; —, velocity field obtained from the vortex model including the effect of surface tension. The characteristic radius  $r_i = (\Gamma/2\pi\Omega)^{1/2}$ . The open symbols correspond to velocities determined from selected vortices in figure 2(b) and  $\blacktriangle$  refers to velocities determined from ciné films.  $\perp$  indicates velocities measured by McEwan (1976).

## Перспективы

- К настоящему времени технические возможности приобрели качественно более высокий уровень:
  - Скоростные камеры с разрешением несколько мегапикселей
  - Хранилища для первичных данных в несколько терабайт
  - Вычислительные мощности, способные обрабатывать эти данные за разумное время
- Нами построена теория, которая может быть адаптирована для конкретных систем
- Возможен прямой численный счёт, по параметрам близкий к натурному эксперименту

[1] V.M. Parfenyev, S.S. Vergeles, Influence of Ekman friction on the velocity profile of a coherent vortex in a three-dimensional rotating turbulent flow, *Physics of Fluids* 33, 115128 (2021)

[2] V.M. Parfenyev, I.A. Vointsev, A.O. Skoba, S.S. Vergeles, Velocity profiles of cyclones and anticyclones in a rotating turbulent flow, *Physics of Fluids* 33, 065117 (2021)

[3] I.V. Kolokolov, L.L. Ogorodnikov, S.S. Vergeles, Structure of coherent columnar vortices in three-dimensional rotating turbulent flow, *Phys. Rev. Fluids* 5, 034604 (2020)

[4] L.L. Ogorodnikov, S.S. Vergeles, Velocity structure function in a geostrophic coherent vortex under strong rotation, [arXiv:2112.05976](https://arxiv.org/abs/2112.05976)

[5] N.A. Ivchenko, S.S. Vergeles, Waves in a coherent two-dimensional flow, *Physics of Fluids* 33, 105102 (2021)