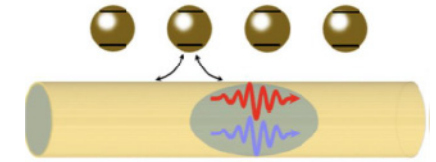
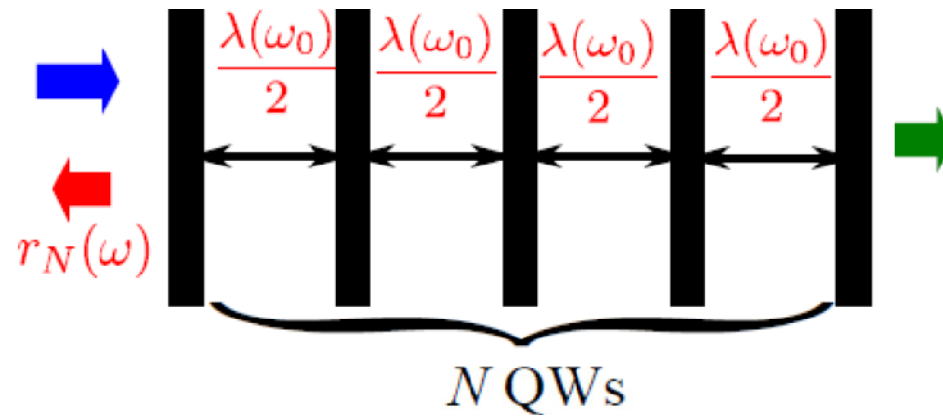
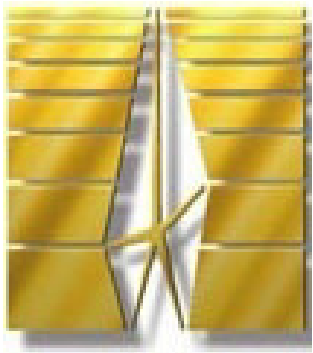


Е.Л. Ивченко



**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ
В РЕЗОНАНСНОЙ БРЭГГОВСКОЙ СТРУКТУРЕ**

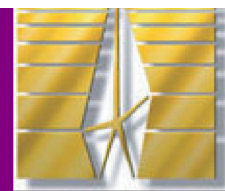


Электромагнитные волны в резонансной брэгговской структуре

Е.Л. Ивченко

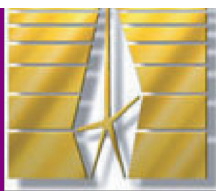
ФТИ им. А.Ф. Иоффе

Электромагнитные волны в резонансной брэгговской структуре



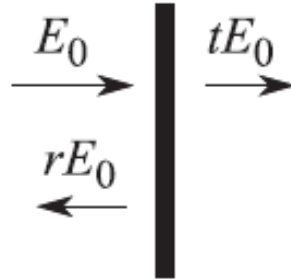
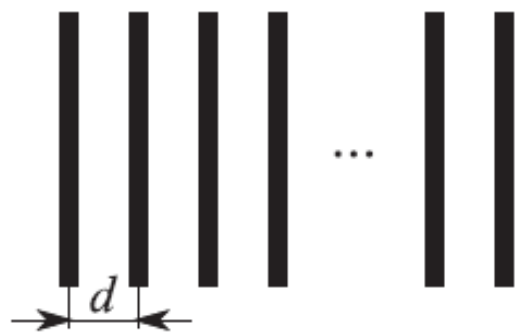
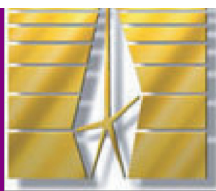
- Резонансные брэгговские структуры
- Сверхизлучательный и фотонно-кристаллический режимы
- Объекты с РБС. Эксперимент
- Солитоны в РБС
- Заключение

Электромагнитные волны в резонансной брэгговской структуре



- Резонансные брэгговские структуры
- Сверхизлучательный и фотонно-кристаллический режимы
- Объекты с РБС. Эксперимент
- Солитоны в РБС
- Заключение

Отражение от одиночной резонансной плоскости



Одиночный элемент

$$r = \frac{i\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i(\Gamma_0 + \Gamma)}$$

Andreani et al. 1991

$$r = \frac{E_r}{E_0} = \frac{A}{\omega_0 - \omega - i(\Gamma_0 + \Gamma)}, \quad t = \frac{E_t}{E_0} = 1 + r, \quad A = |A|e^{i\phi}$$

На короткое время положим $\Gamma = 0$. Тогда

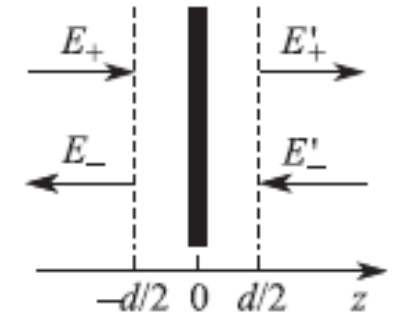
$$|r|^2 + |1 + r|^2 = 1 \rightarrow |r|^2 + \text{Re}\{r\} = 0$$

$$|A| + \text{Re}\{e^{i\phi}(\omega_0 - \omega + i\Gamma_0)\} = 0 \rightarrow e^{i\phi} = i, |A| = \Gamma_0$$



Матрица переноса через слой $(-d/2, d/2)$

$$\begin{bmatrix} E'_+ \\ E'_- \end{bmatrix} = \hat{T} \begin{bmatrix} E_+ \\ E_- \end{bmatrix}$$

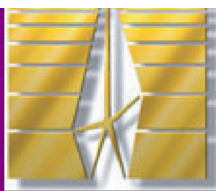


$$\tilde{r} = \frac{E_-}{E_+} = e^{iqd} r, \quad \tilde{t} = \frac{E'_+}{E_+} = e^{iqd} t, \quad q = \frac{\omega n_b}{c}$$

$$\hat{T} = \frac{1}{\tilde{t}} \begin{bmatrix} \tilde{t}^2 - \tilde{r}^2 & \tilde{r} \\ -\tilde{r} & 1 \end{bmatrix}$$

$$T_{11}T_{22} - T_{12}T_{21} = 1$$

Дисперсионное уравнение для поляритона



Теорема Блоха

$$\hat{T} \begin{bmatrix} E_+ \\ E_- \end{bmatrix} = e^{ikd} \begin{bmatrix} E_+ \\ E_- \end{bmatrix}$$

$$\cos kd = \frac{T_{11} + T_{22}}{2}$$

$$\cos kd = \cos qd - \frac{\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i\Gamma} \sin qd$$

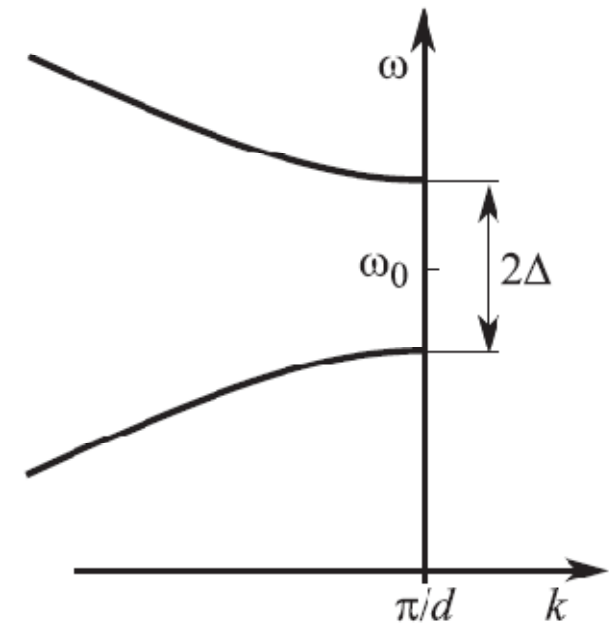
Ивченко 1991

Резонансная брэгговская структура

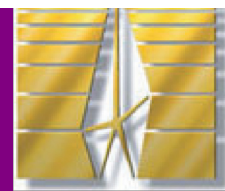
$$\frac{\omega_0 n_b d}{c} = \pi$$

$$k = \frac{\pi}{d} - K, \quad \Delta = \sqrt{\frac{2\Gamma_0\omega_0}{\pi}}$$

$$\omega - \omega_0 = \pm \sqrt{\Delta^2 + \left(\frac{cK}{n}\right)^2}$$



Вывод дисперсионного уравнения



$$\cos kd = \cos qd - \frac{\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i\Gamma} \sin qd$$

$$\frac{\omega_0 n_b d}{c} = \pi$$

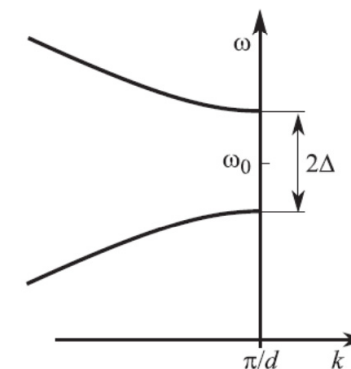
$$\cos kd = \cos(\pi - Kd) \approx -1 + \frac{1}{2}(Kd)^2 = -1 + \frac{\pi^2}{2\omega_0^2} \left(\frac{cK}{n_b}\right)^2,$$

$$q = \frac{\omega n_b}{c}$$

$$\cos qd = \cos\left(\pi + \pi \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right) \approx -1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\pi(\omega - \omega_0)}{\omega_0}\right)^2,$$

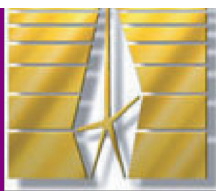
$$\sin qd \approx -\frac{\pi(\omega - \omega_0)}{\omega_0}$$

$$\Delta^2 \rightarrow \frac{2\Gamma_0\omega_0}{\pi} + \left(\frac{cK}{n_b}\right)^2 = (\omega - \omega_0)^2$$



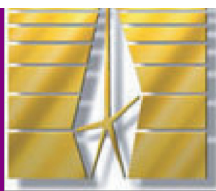
Ivchenko and Willander, 1999

Электромагнитные волны в резонансной брэгговской структуре



- Резонансные брэгговские структуры
- **Сверхизлучательный и фотонно-кристаллический режимы**
- Объекты с РБС. Эксперимент
- Солитоны в РБС
- Заключение

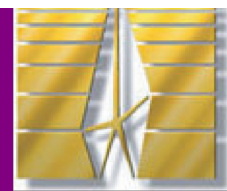
Два класса резонансных брэгговских структур



$$N_{\text{cr}} = \frac{\Delta}{\Gamma_0} = \sqrt{\frac{2\omega_0}{\pi\Gamma_0}}$$

РБС со сверхизлучающими свойствами: $N < N_{\text{cr}}$

Фотонно-кристаллические РБС: $N > N_{\text{cr}}$



$$N < N_{\text{cr}}$$

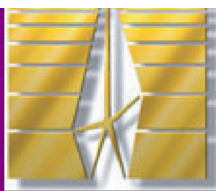
$$e^{iqd} \rightarrow e^{i\pi} = -1$$

$$\tilde{r}_N = -\frac{iN\Gamma_0}{\omega_0 - \omega - i(N\Gamma_0 + \Gamma)},$$

$$\tilde{t}_N = (-1)^N (1 - \tilde{r}_N)$$

Ивченко, Несвижский, Йорда 1994

Доказательство методом индукции



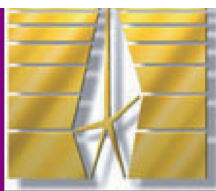
РБС со сверхизлучающими свойствами

$$\Omega = \omega_0 - \omega - i\Gamma$$

$$\hat{T}_{N+1} = \hat{T}_N \hat{T}, \quad T_{N+1,22} = \frac{1}{\tilde{t}_{N+1}} = \frac{1 - \tilde{r}_N \tilde{r}}{\tilde{t}_N \tilde{t}}$$

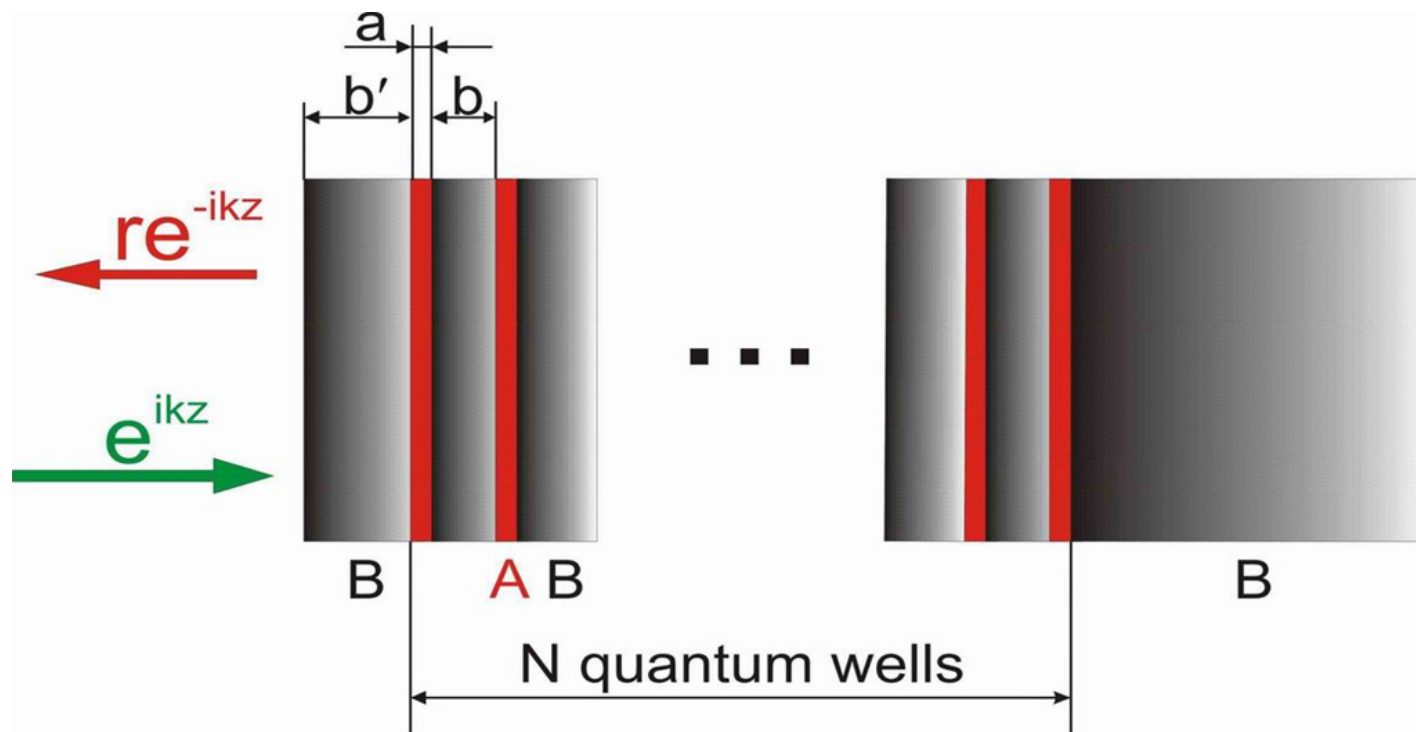
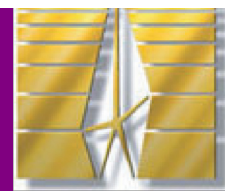
$$\begin{aligned} \tilde{t}_{N+1} &= (-1)^{N+1} \frac{\left(1 + \frac{iN\Gamma_0}{\Omega - iN\Gamma_0}\right) \left(1 + \frac{i\Gamma_0}{\Omega - i\Gamma_0}\right)}{1 - \frac{iN\Gamma_0}{\Omega - iN\Gamma_0} \frac{i\Gamma_0}{\Omega - i\Gamma_0}} \\ &= \frac{(-1)^{N+1} \Omega^2}{(\Omega - iN\Gamma_0)(\Omega - i\Gamma_0) + N\Gamma_0^2} \end{aligned}$$

Электромагнитные волны в резонансной брэгговской структуре



- Резонансные брэгговские структуры
- Сверхизлучательный и фотонно-кристаллический режимы
- **Объекты с РБС. Эксперимент**
- Солитоны в РБС
- Заключение

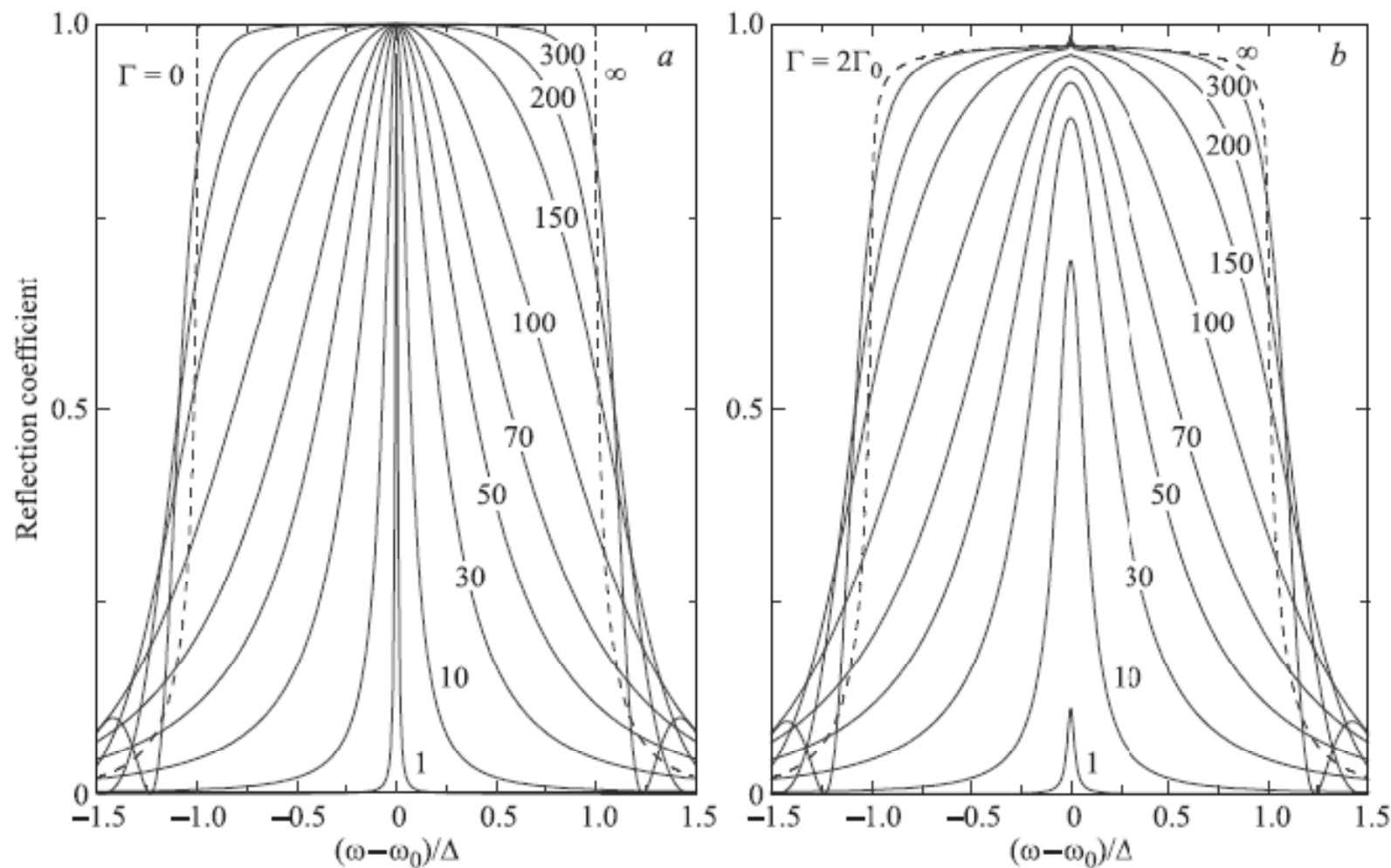
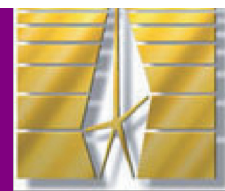
Периодические структуры с квантовыми ямами



Брэгговское условие
на резонансной частоте

$$\frac{\omega_0}{c} n_b (a + b) = \pi$$

Зависимость коэффициента отражения от числа кв. ям

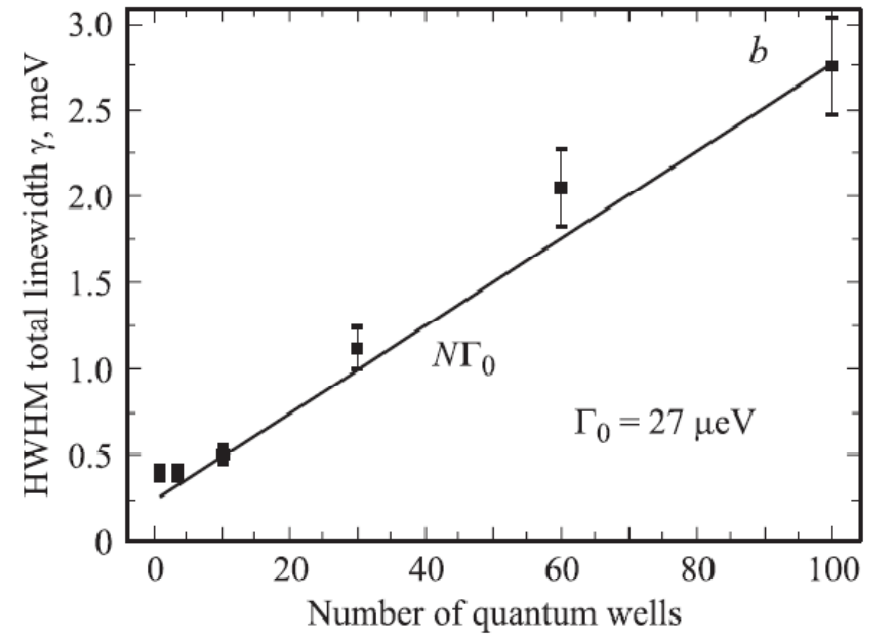
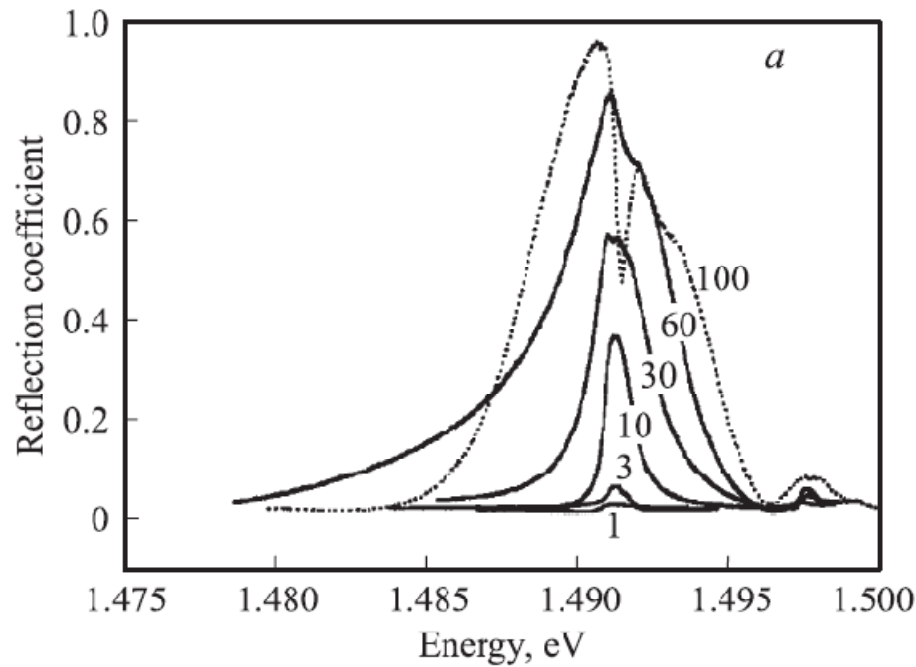
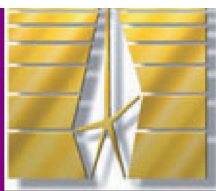


$$R_N = |r_N|^2$$

Рис. 4. Зависимость коэффициента отражения света от брэгговской структуры с квантовыми ямами от числа ям при (а) $\Gamma = 0$ и (б) $\Gamma = 2\Gamma_0$. Рассчитано для $\hbar\Gamma_0 = 50 \mu\text{eV}$ и $\hbar\omega_0 = 1.5 \text{ eV}$.

Рисунок иллюстрирует переход от одного режима к другому.

Сверхизлучательная мода в РБС. Эксперимент

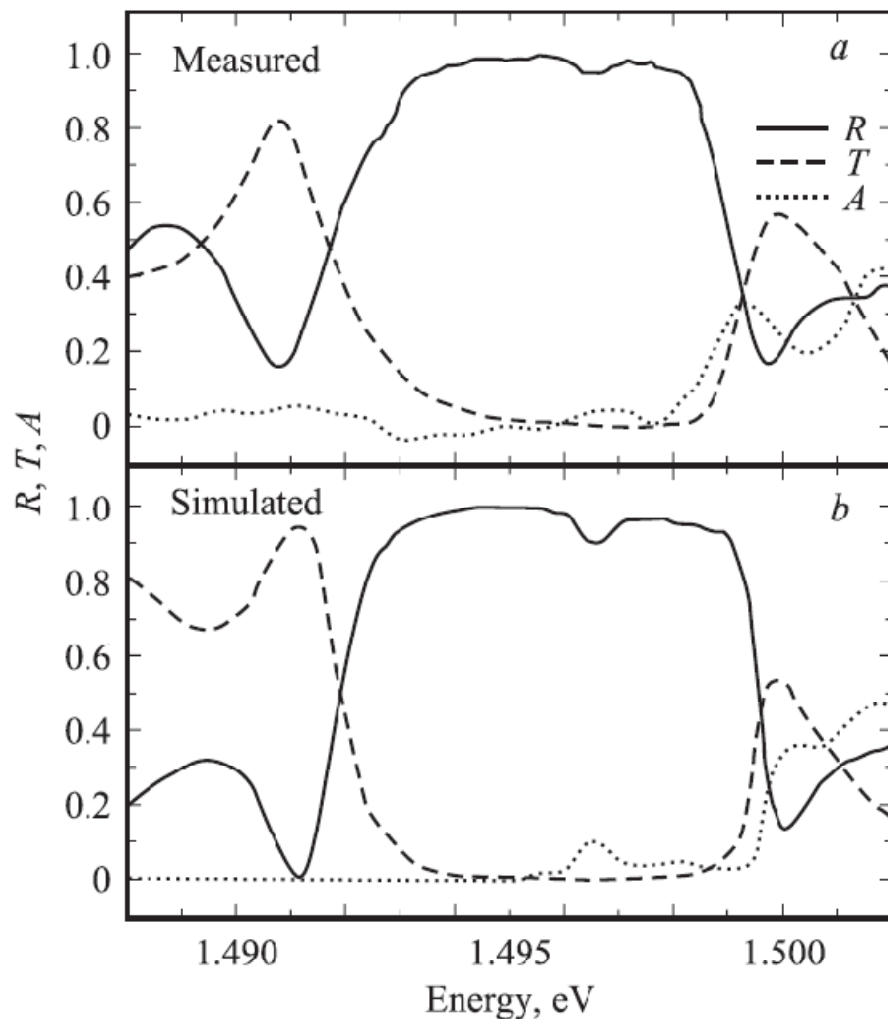
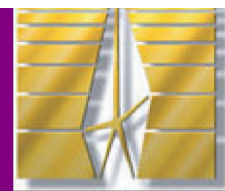


$$\Gamma_0 = 27 \pm 2 \mu\text{eV}$$

$$\Gamma = 0.32 \pm 0.03 \text{ meV}$$

Prineas, Ell, Lee, Khitrova, Gibbs, Koch 2000

РБС с 210 квантовыми ямами



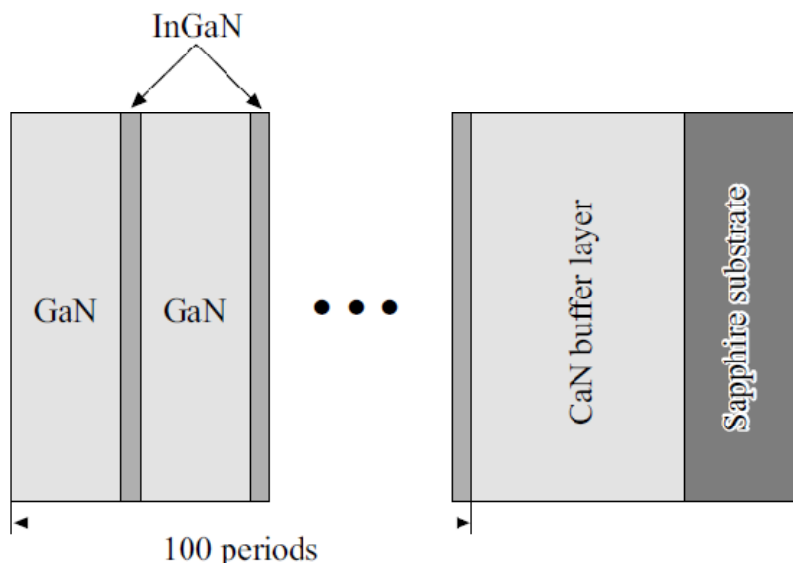
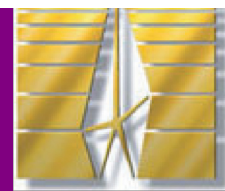
$$A = 1 - R - T$$

Prineas, Cao,
Yildirim, Johnston,
and Reddy (2006)

We see no fundamental barriers
to growing much longer structures
such as $N=1000$ periods or longer.

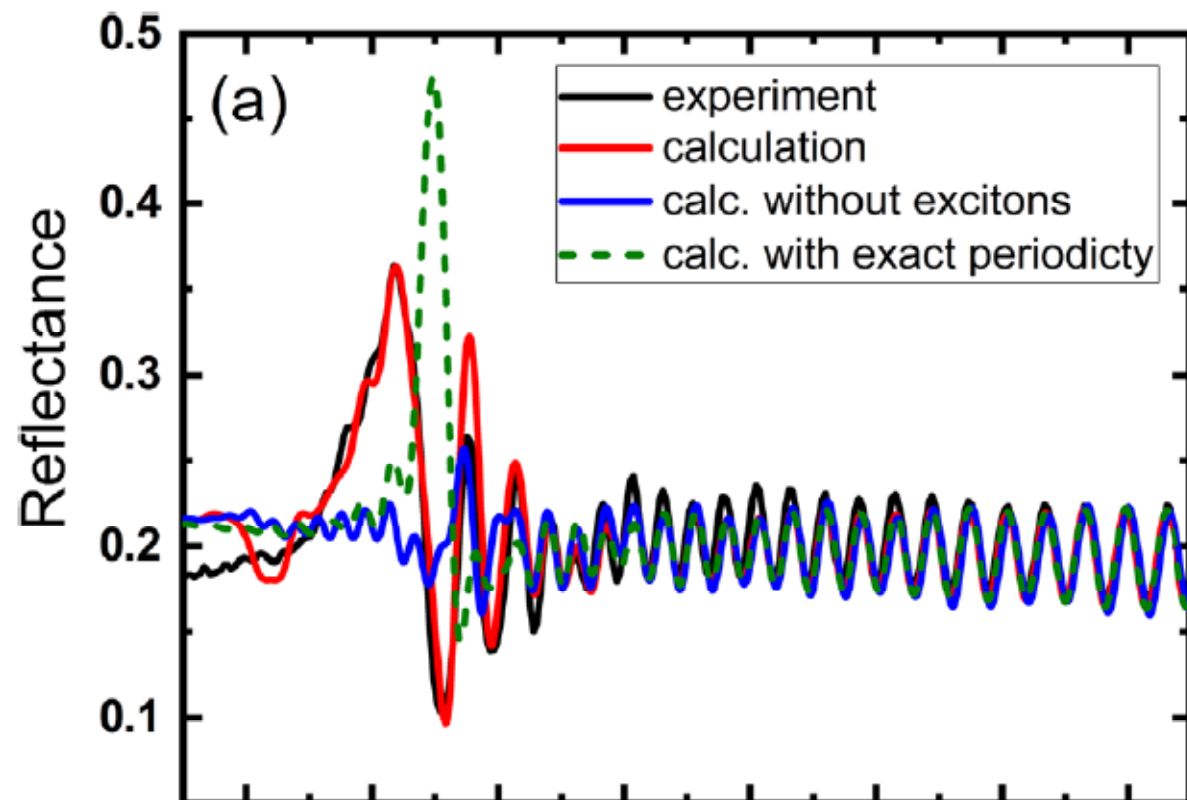
Экспериментальные (a) и рассчитанные (b) спектры отражения (R), пропускания (T) и поглощения (A) периодической брэгговской структуры из 210 квантовых ям InGaAs/GaAs.

Спектр отражения от РБС при комнатной температуре



При наклонном падении

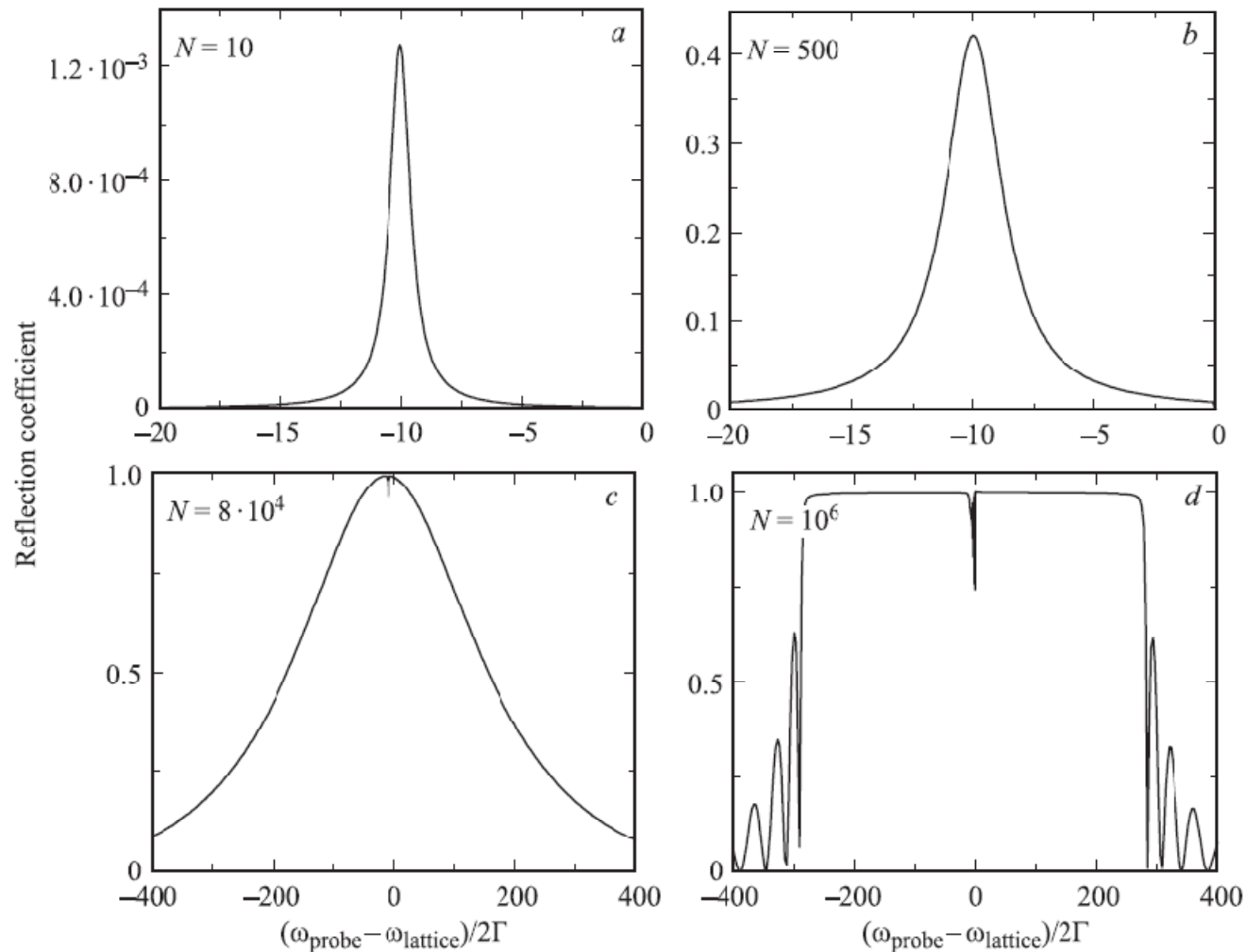
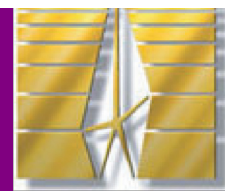
$$\frac{\omega_0 n_b d \cos \theta}{c} = \pi$$



А.А. Иванов, В.В. Чалдышев и др., Appl. Phys. Lett. 2022

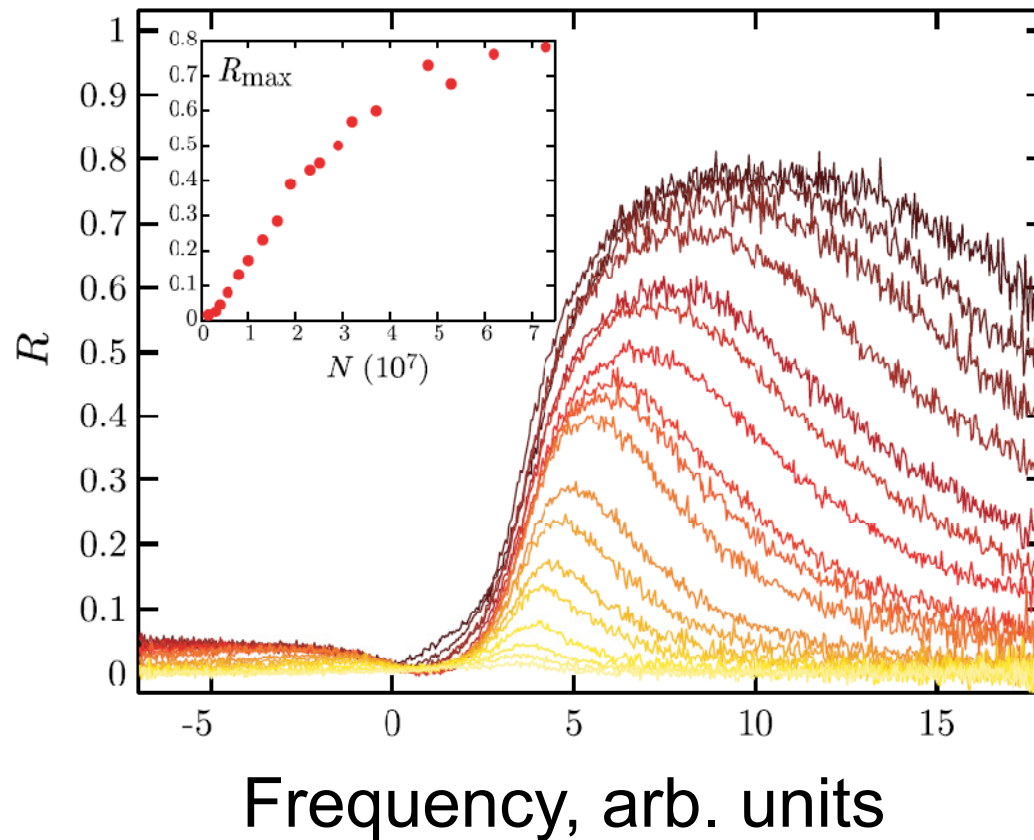
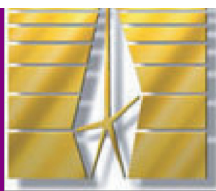
Номинальный период структуры составляет $d = 74$ нм, толщина КЯ $a = 2$ нм. $N = 100$ $\theta_0 = 20^\circ$

Оптическая решетка холодных атомов цезия



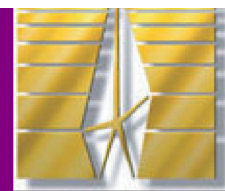
Deutsch, Spreew, Rolston, Phillips, 1995

Рис. 8. Спектры отражения света от оптической решетки холодных атомов (согласно работе [39]). Кривые (a)–(d) рассчитаны для $N = 10, 500, 8 \cdot 10^4$ и 10^6 слоев соответственно при $\omega_{\text{lattice}} - \omega_0 = 20\Gamma$, $\xi_0 = 3.7 \cdot 10^{-3}$, $\omega_0 = (2\pi\Gamma/\xi_0)(\Delta/2\Gamma)^2$, $\Delta/2\Gamma = 280$.



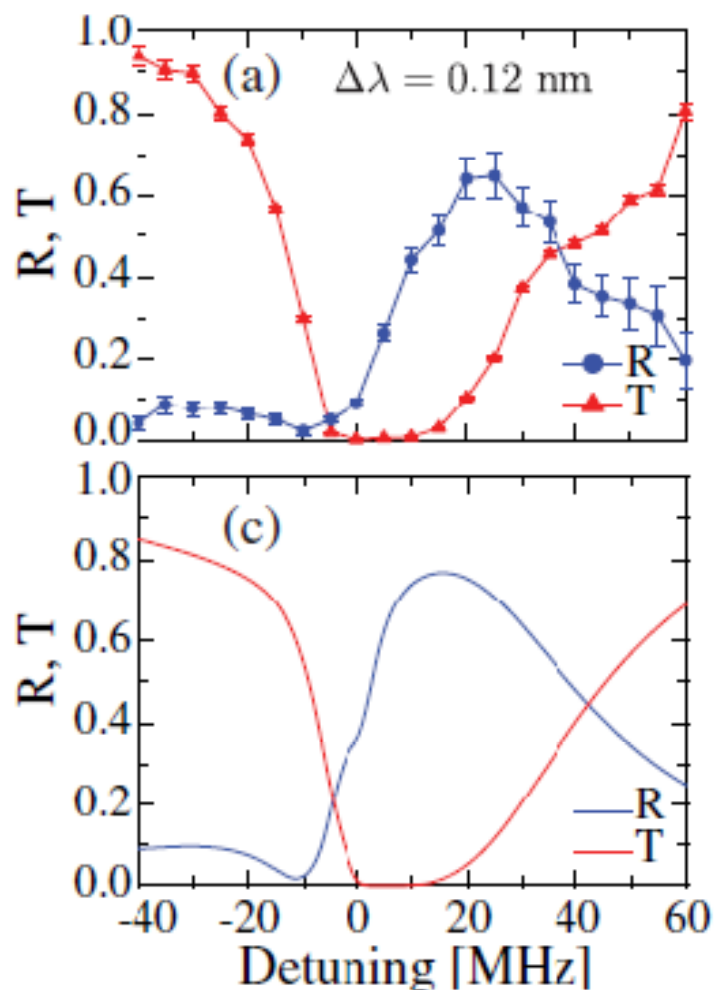
Schilke, Zimmermann,
Courteille, & Guerin,
2011

Evolution of the spectra of light reflection from a one-dimensional optical lattice of ^{87}Rb cold atoms with an increase in the number of atoms in the lattice N . The high efficiency is obtained by adjusting the lattice periodicity to the **Bragg condition** at the atomic resonance.

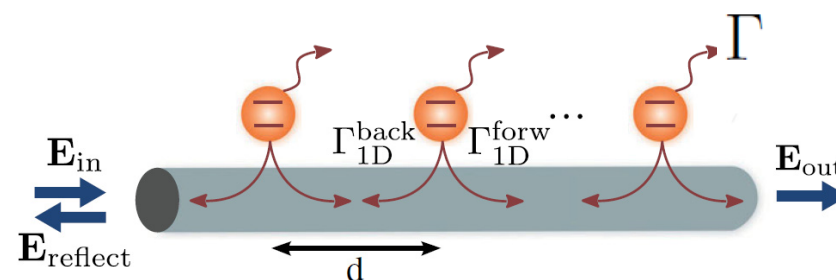


Large Bragg Reflection from One-Dimensional Chains of Trapped Atoms Near a Nanoscale Waveguide

Neil V. Corzo et al. 2016



ЭКСП.

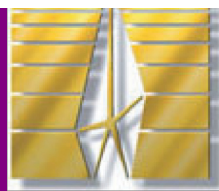


теория

$$N = 2000, \Gamma_0/\Gamma = 0.007$$

Filling factor of the lattice sites $f = 0.3$.

Резонансная спектроскопия гамма лучей



Chumakov, Smirnov,
Baron et al., 1993

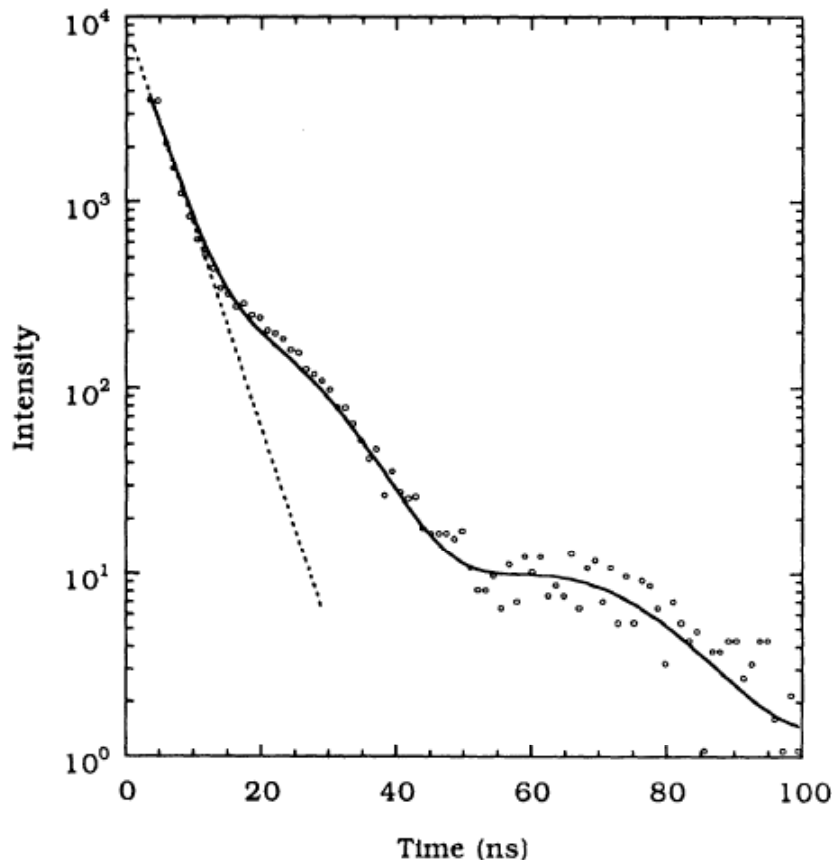
25 multilayers

$^{57}\text{Fe}(22 \text{ \AA})/\text{Sc}(11 \text{ \AA})$ $^{57}\text{Fe}(22 \text{ \AA})/\text{Sc}(11 \text{ \AA})$

enriched ^{27}Fe layer

natural Fe

Nuclear period is twice electron period.



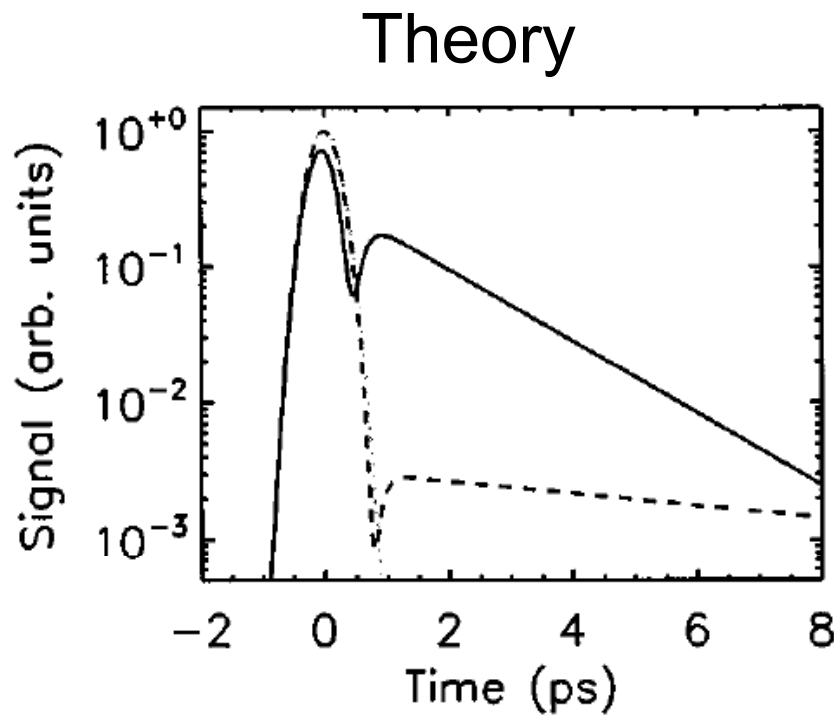
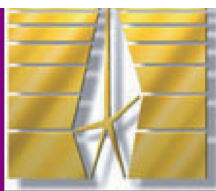
Time response of the multilayer at the nuclear Bragg position.

Dashed line indicates the initial decay with a lifetime of 4 ns.

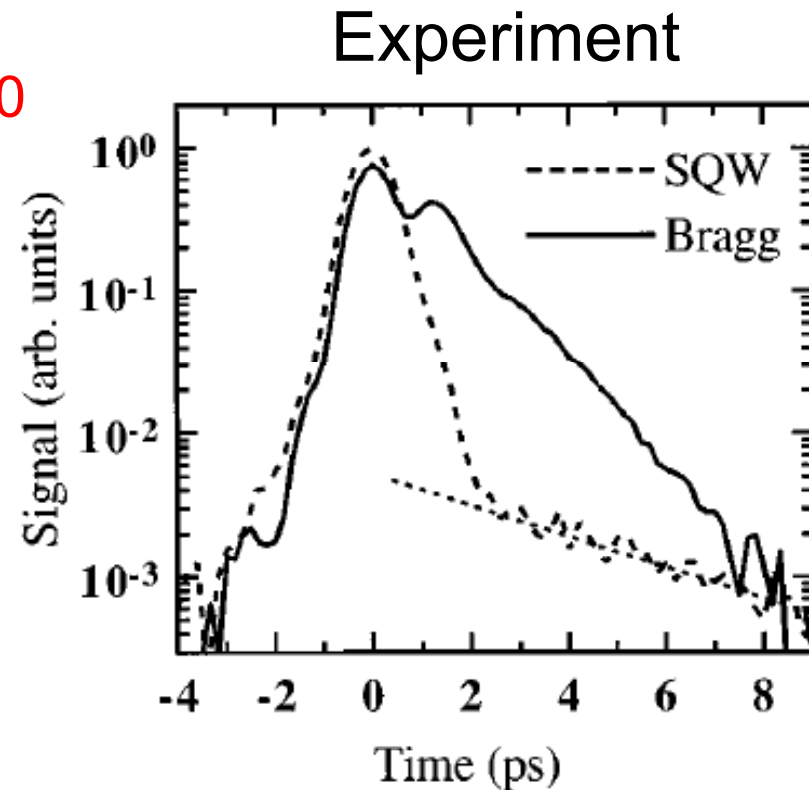
For an isolated ^{57}Fe atom the lifetime is 1300 ns: the enhancement in the radiation rate by a factor of **325**.

$$\hbar\omega_0 (^{57}\text{Fe}) = 14.41 \text{ keV.}$$

Enhancement of the exciton decay rate in the Bragg MQWs



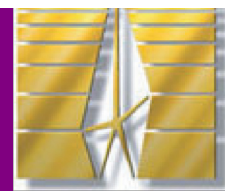
$N = 10$



Comparison of time-dependent reflection under the pulsed photoexcitation of the resonant Bragg structure. Semilogarithmic scale.

Haas, Stroucken, Hübner, Kuhl, Grote, Knorr, Jahnke, Koch, Hey, Ploog, Phys. Rev. 1998

Периодическая система кольцевых резонаторов



$$|r_N|^2 \simeq \frac{(N\gamma)^2}{(N\gamma)^2 + (\omega - \omega_0)^2}$$

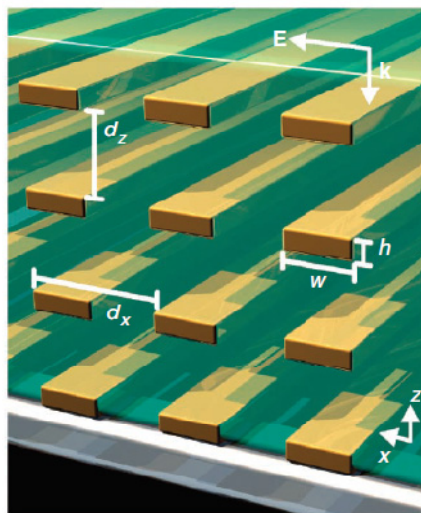
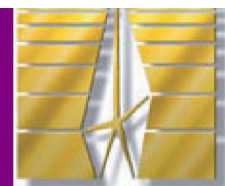
$$|t_N|^2 \simeq \frac{(\omega - \omega_0)^2}{(N\gamma)^2 + (\omega - \omega_0)^2}$$

$$N_{\text{cr}} = 4$$

“It is interesting to note that the spectral response of the chain of linear resonators nearly coincides with the optical response in multi-quantum wells under Bragg conditions. This analogy clearly confirms that the phenomenon of superradiance is quite general and can be observed in both quantum and classical periodic systems.”

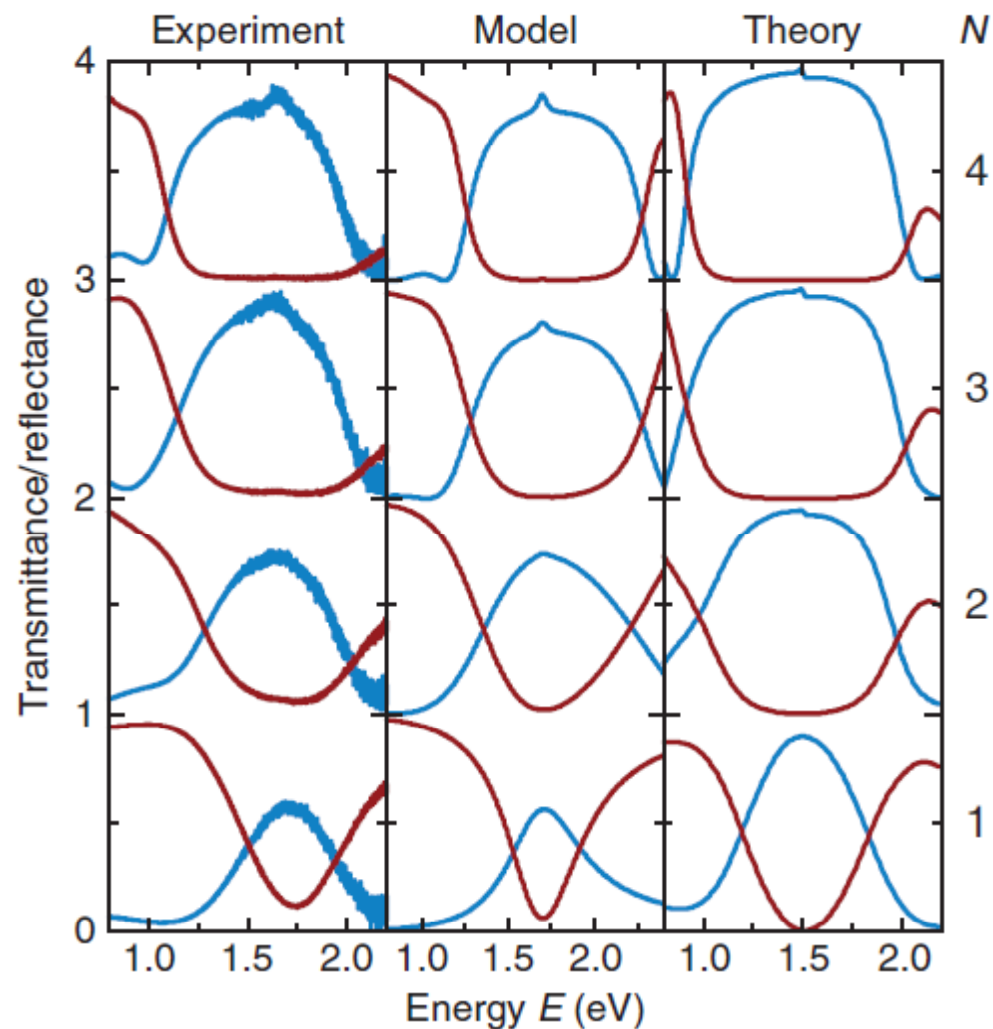
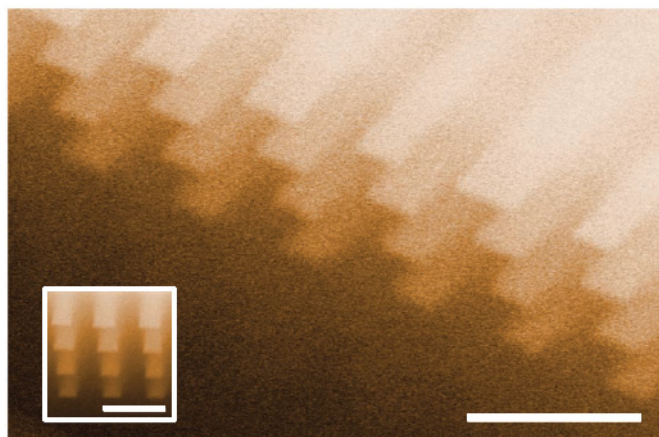
Matsko, Savchenkov, Liang et al., 2009

Плазмонные периодические структуры



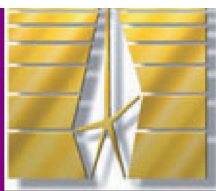
$N = 1, 2, 3, 4$

Au nanowires in plexiglass (PMMA)



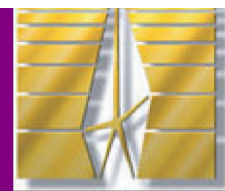
Taubert, Dregely, Stroucken et al., 2012

Электромагнитные волны в резонансной брэгговской структуре



- Резонансные брэгговские структуры
- Сверхизлучательный и фотонно-кристаллический режимы
- Объекты с РБС. Эксперимент
- **Солитоны в РБС**
- Заключение

Нелинейное уравнение для поляризации



$$D = n_b^2 E + 4\pi P^{\text{exc}}$$

Манцызов, Кузьмин 1986,
Kurizki, Kozhekin 1995
“Periodically positioned thin layers
containing two-level atoms”

$$P^{\text{exc}}(z, t) = d \sum_j (-1)^j P_j^{\text{exc}}(t) \delta(z - jd) e^{-i\omega_B t} + \text{c.c.}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + i(\omega_0 - \omega_B) + \Gamma \right] P_j^{\text{exc}}(t) = i\mu\Gamma_0 E_+(jd, t) + iF_{\text{NL},j}(t)$$

$$\omega_B = \frac{\pi c}{n_b d}, \quad k_B = \frac{\pi}{d}$$

$$F_{\text{NL},j}(t) = \beta |P_j^{\text{exc}}(t)|^2 P_j^{\text{exc}}(t)$$

брэгговская частота



Преобразованные уравнения Максвелла–Блоха

$$E(z, t) = [E_F(z, t) e^{ik_B z} + E_B(z, t) e^{-ik_B z}] e^{-i\omega_B t} + \text{c.c.}$$

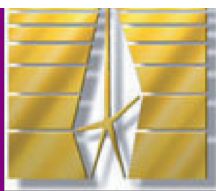
$$E_+ = E_F + E_B \quad \mu = \frac{n_b^2}{2\pi^2}$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{c^2}{n_b^2} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) E_+(z, t) = i \frac{4\pi\omega_B}{n_b^2} \frac{\partial P^{\text{exc}}(z, t)}{\partial t}$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + i(\omega_0 - \omega_B) + \Gamma \right] P^{\text{exc}}(z, t) = i\mu\Gamma_0 E_+(z, t) + iF_{\text{NL}}(z, t)$$

$$F_{\text{NL}}(z, t) = \beta |P^{\text{exc}}(z, t)|^2 P^{\text{exc}}(z, t)$$

Уравнение для брэгговского солитона



$$x = t - \frac{z}{V} \quad u = \frac{V}{c/n_b}$$

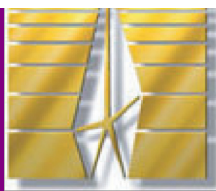
$$\frac{dE_+(x)}{dx} = i \frac{4\pi\omega_0}{n^2} \frac{V^2}{V^2 - (c/n)^2} P(x)$$

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - i\beta \frac{\partial}{\partial x} (|P|^2 P) = \frac{\Delta^2 u^2}{1 - u^2} P$$

Воронов, Ивченко 2005

I. Talanina 1998

Брэгговский солитон



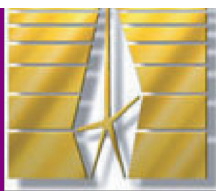
$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - i\beta \frac{\partial}{\partial x} (|P|^2 P) = \frac{\Delta^2 u^2}{1 - u^2} P$$

$$P(x) = e^{i\phi(x)} \sqrt{\frac{2}{x_0 |\beta| \cosh(x/x_0)}},$$

$$\phi(x) = -3 \operatorname{sign}\{\beta\} \arctan(e^{-x/x_0}), \quad x_0 = \frac{\sqrt{1 - u^2}}{2\Delta|u|}$$

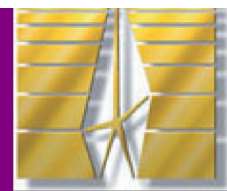
Воронов, Ивченко 2005

Электромагнитные волны в резонансной брэгговской структуре



- Резонансные брэгговские структуры
- Сверхизлучательный и фотонно-кристаллический режимы
- Объекты с РБС. Эксперимент
- Солитоны в РБС
- **Заключение**

Собственные частоты резонансной структуры



$$(\omega_0 - \omega) P_i - i\Gamma_0 \sum_j e^{iqd|i-j|} P_j = 0$$

Владимирова, Ивченко,
Кавокин, 1998

PHYSICAL REVIEW LETTERS 123, 253601 (2019)

Inelastic Scattering of Photon Pairs in Qubit Arrays with Subradiant States

Yongguan Ke,^{1,2} Alexander V. Poshakinskiy,³ Chaohong Lee^{1,4,*}
Yuri S. Kivshar^{2,5} and Alexander N. Poddubny^{2,3,5,†}

$$\mathcal{H} = \sum_{i,j} H_{i,j}^{(1)}(\omega_0) b_i^\dagger b_j + \frac{\hbar\chi}{2} \sum_j b_j^\dagger b_j^\dagger b_j b_j$$

$$H_{ij}^{(1)}(\omega) \equiv \hbar\omega_0 \delta_{ij} - i\hbar\Gamma_0 e^{i\omega/c|z_i - z_j|}, \quad i, j = 1, \dots, N$$

$$|\Psi\rangle = \sum_{j_1 j_2} \Psi_{j_1 j_2} b_{j_1}^\dagger b_{j_2}^\dagger |0\rangle$$



<https://arxiv.org/abs/2103.06824>

A close-up photograph of a bouquet of five large, deep red peonies. The flowers are in full bloom, showing many layers of ruffled petals. The color is a rich, dark red. Green leaves are visible at the bottom of the bouquet. The background is a light, neutral color, possibly a wall or a window. The text "Спасибо за внимание!" is overlaid in the center of the image in a white, sans-serif font.

Спасибо за внимание!