XX научная школа НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ- 2022

НЕЛИНЕЙНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В МАТЕРИАЛАХ С ДИСЛОКАЦИЯМИ И ТОЧЕЧНЫМИ ДЕФЕКТАМИ

Ерофеев Владимир Иванович

Институт проблем машиностроения РАН – филиал
ФГБНУ «Федеральный исследовательский центр
Институт прикладной физики Российской академии наук»,
Нижний Новгород, Россия

МАТЕРИАЛ С ДИСЛОКАЦИЯМИ

Уравнения для ультразвуковой волны и дислокационного смещения ξ_i можно записать в следующем виде:

$$\rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} \qquad A \frac{\partial^2 \xi_i}{\partial t^2} + B \frac{\partial \xi_i}{\partial t} = f_i$$

где ρ – плотность кристалла, а тензор напряжений σ_{ik} и сила f_i , действующая на дислокацию, определяется соотношениями:

$$\sigma_{ik} = \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ik}}, f_i = \frac{\partial F}{\partial \xi_i}.$$

Здесь F – свободная энергия единицы объема кристалла, ε_{ik} – тензор деформаций, A и B – постоянные коэффициенты, характеризующие массу и затухание дислокации.

Свободную энергию F можно представить в виде разложения в ряд по степеням ε_{ik} и ξ_i

$$F = \frac{1}{2} c_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl} + \frac{1}{2} \lambda_{ik} \xi_i \xi_k + \frac{1}{2} \beta_{ijkl} \left(b_i \xi_j + b_j \xi_i \right) \varepsilon_{kl} + \frac{1}{3!} Q_{iklmpq} \varepsilon_{ik} \varepsilon_{im} \varepsilon_{pq} + \frac{1}{3!} \gamma_{ikl} \xi_i \xi_k \xi_l + \frac{1}{3!} q_{ijklpq} \left(b_i \xi_j + \right.$$

где c_{iklm}, Q_{iklmpq} – тензоры линейной и нелинейной упругости, b_i – компоненты вектора Бюргерса, β_{ijkl}, q_{ijklpq} –тензоры линейного и нелинейного акустодислокационного взаимодействия, λ_{ik} и γ_{ikl}– тензоры линейной и нелинейной «жёсткости» дислокаций.

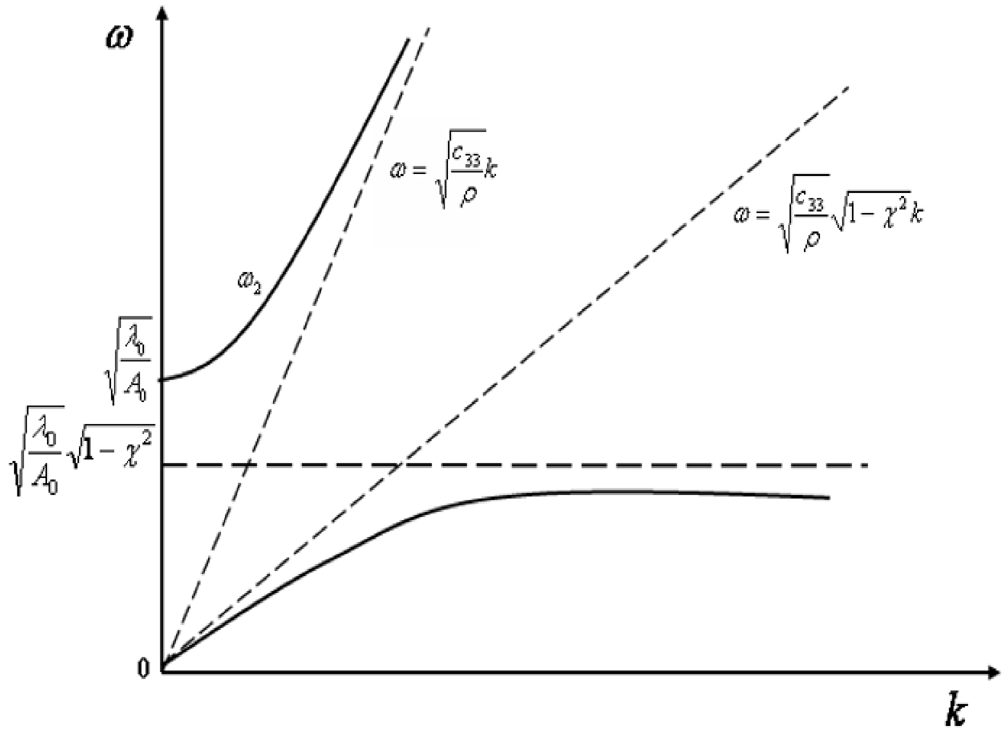
Учет нелинейности дислокационной подсистемы

$$\rho\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = c_{33}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \beta b\frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad A\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + B\frac{\partial \xi}{\partial t} + \lambda\xi + \beta b\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{2}\gamma\xi^2.$$

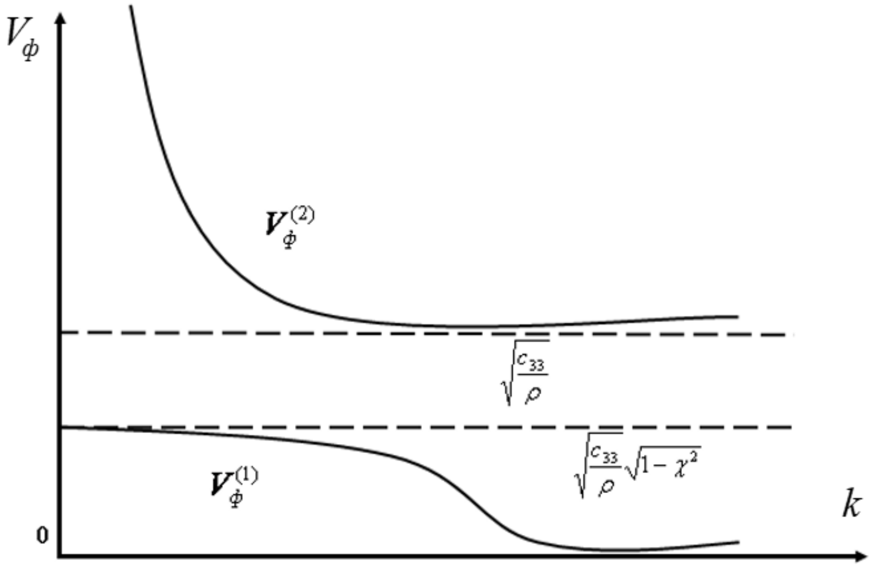
Здесь $U(x,t) = U_3, x = x_3$

Массу и «жесткость» дислокаций будем рассматривать как сумму постоянной и пульсационной составляющих. При этом пульсационные составляющие будем считать пропорциональными квадрату дислокационного смещения ξ :

$$A = A_0(1 + A_1\xi^2), \quad \lambda = \lambda_0(1 + \lambda_1\xi^2).$$



ω
$\omega = \sqrt{\frac{c_{33}}{\rho}}k$
$\omega = \sqrt{\frac{c_{33}}{\rho}}\sqrt{1-\chi^2}k$
ω_2
$\sqrt{\frac{\lambda_0}{A_0}}$
$\sqrt{\frac{\lambda_0}{A_0}}\sqrt{1-\chi^2}$
0
k

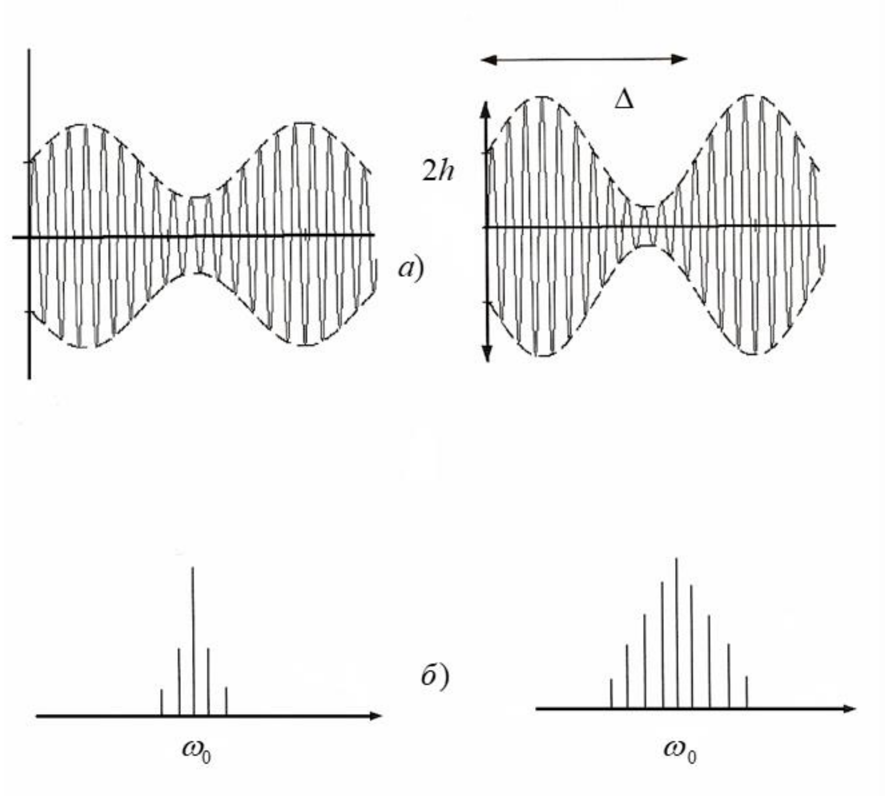


V_ϕ
$V_\Phi^{(2)}$
$\sqrt{\frac{c_{33}}{\rho}}$
$\sqrt{\frac{c_{33}}{\rho}}\sqrt{1-\chi^2}$
$V_\Phi^{(1)}$
0
k

В системе координат $\eta = x - V_{\text{гр}} t$; $\tau = \varepsilon t$, движущейся с групповой скоростью $\left(V_{\text{гр}} = \frac{d\omega}{dk}\right)$, эволюция огибающей будет описываться нелинейным уравнением Шредингера:

$$i\frac{\partial U_0}{\partial \tau} - \frac{1}{2}\frac{dV_{\text{гр}}}{dk}\frac{\partial^2 U_0}{\partial \eta^2} = \alpha |U_0| U_0$$

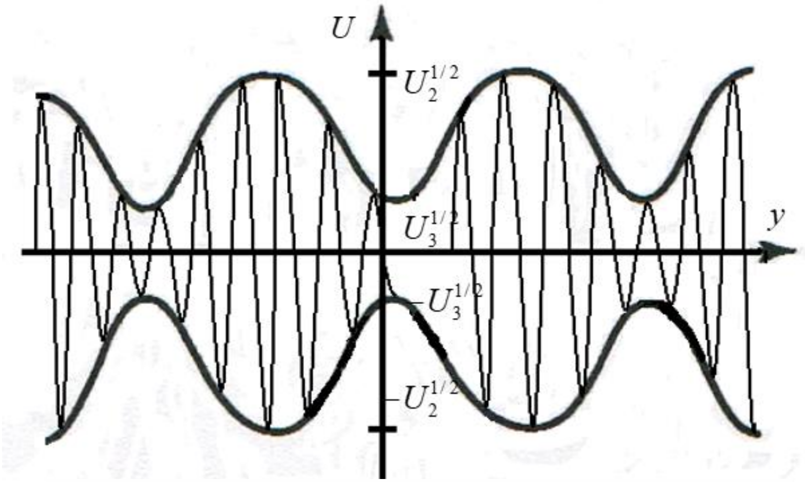
Наличие в системе такой неустойчивости определяется по критерию Лайтхилла: $\frac{dV_{\text{гр}}}{dk} \cdot \alpha < 0.$

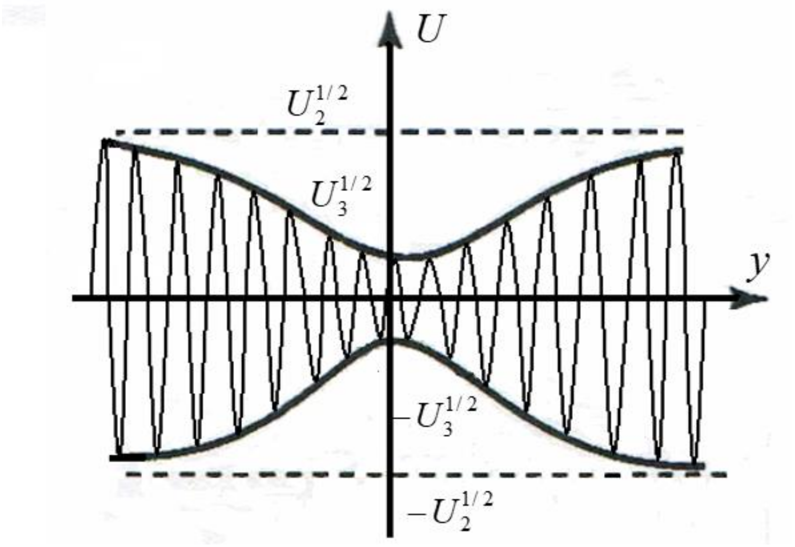


Модуляционная неустойчивость квазигармонической волны и эволюция спектра

При $\lambda_1 > 0$, $A_1 > 0$ волны устойчивы, при $\lambda_1 < 0$, $A_1 < 0$ – неустойчивы. Если $\lambda_1 < 0$, $A_1 > 0$, то волны, частоты и волновые числа которых лежат на нижней дисперсионной ветви (ω_1) будут неустойчивыми, а волны, частоты и волновые числа которых лежат на верхней дисперсионной ветви (ω_2), будут устойчивыми. Если же, $\lambda_1 > 0$, $A_1 < 0$, то наоборот, устойчивые волны, соответствующие нижней дисперсионной ветви (ω_1) и неустойчивые волны, соответствующие верхней дисперсионной ветви (ω_2).

Стационарные волны огибающих



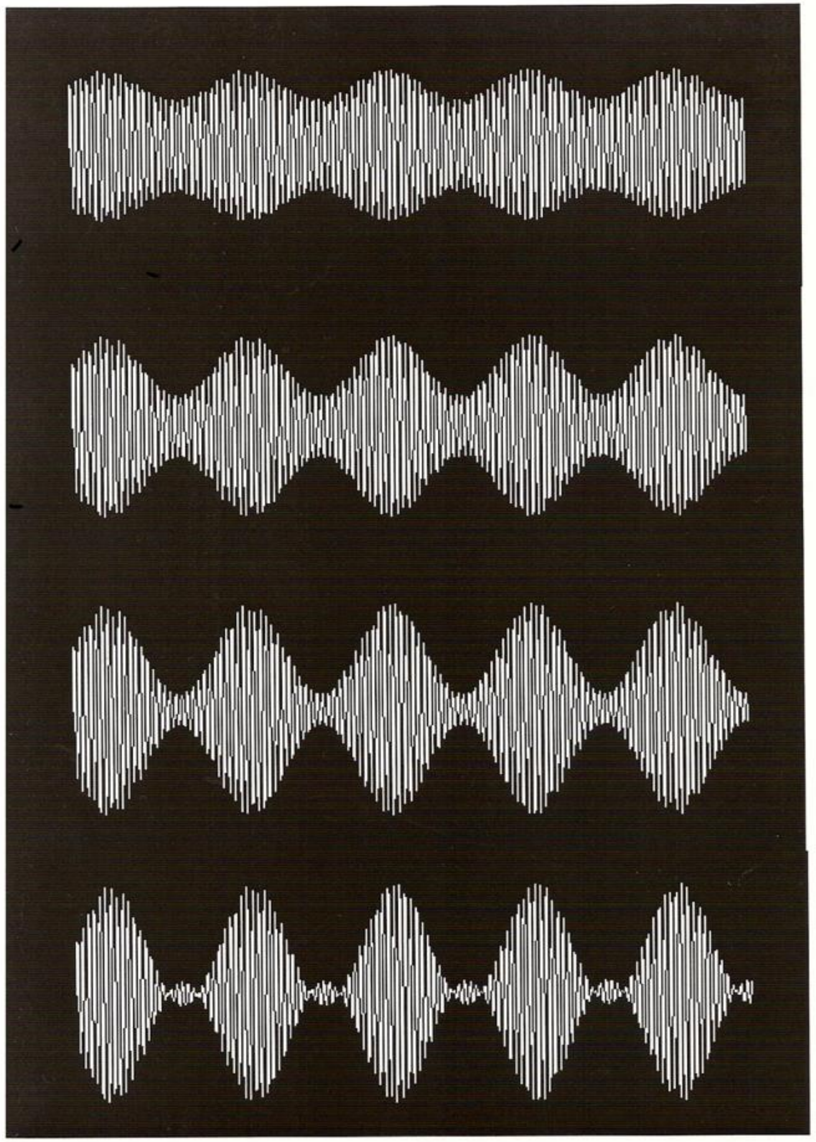


В длинноволновом диапазоне:

$$h \approx \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{V\rho\lambda_0\sqrt{\frac{\lambda_0}{A_0} - \frac{c_{33}}{\rho}}}{\beta^2 b^2 K} \qquad \Delta \approx \frac{\sqrt{2}\beta^2 b^2 \sqrt{A_0}}{V\rho\lambda_0\sqrt{\lambda_0}}$$

Высота волнового пакета, увеличивающаяся с ростом жесткости дислокаций $(\sim\lambda_0^{3/2})$, уменьшается пропорционально $1/\sqrt{A_0}$ и пропорционально $1/\beta^2$.

Ширина волнового пакета уменьшается пропорционально $\lambda_0^{-3/2}$ и увеличивается пропорционально $\sqrt{A_0}$ и пропорционально β^2.



В коротковолновом диапазоне:

$$h \approx \frac{V}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{\sqrt{\rho}\sqrt{A_0}k}{\beta b}} \qquad \Delta \approx \frac{2\sqrt{2}}{VK}\sqrt{\frac{c_{33}}{\rho}}$$

Высота волнового пакета увеличивается с ростом средней массы дислокации $\sim A_0^{1/4}$ и уменьшается $\sim 1/\sqrt{\beta}$. Ширина волнового пакета в этом диапазоне от параметров дислокационной структуры не зависит и определяется отношением скорости распространения линейных возмущений к скорости нелинейной стационарной волны $\left(c_{33}/\rho V\right)$.

МАТЕРИАЛ С ТОЧЕЧНЫМИ ДЕФЕКТАМИ

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} - c_l^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \frac{\beta_N}{\rho} \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = -\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right) \frac{\Omega_V}{\rho} \frac{\partial n_V}{\partial x} - \left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right) \frac{\Omega_i}{\rho} \frac{\partial n_i}{\partial x}$$

$$\frac{\partial n_V}{\partial t} = q_0 + q_\varepsilon \frac{\partial U}{\partial x} + D_V \frac{\partial^2 n_V}{\partial x^2} - \beta_V n_V - \beta_{iV} n_i$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = q_0 + q_\varepsilon \frac{\partial U}{\partial x} + D_i \frac{\partial^2 n_i}{\partial x^2} - \beta_i n_i - \beta_{Vi} n_V$$

ОПИСАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПРИ ОТСУТСТВИИ ОБЪЕМНОЙ ВЗАИМНОЙ РЕКОМБИНАЦИИ РАЗНОИМЕННЫХ ДЕФЕКТОВ

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}-\left(c_\ell^2-\frac{q\left(\lambda+\frac{2}{3}\mu\right)\Omega_j}{\rho\cdot\beta_j}\right)\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{D_j}{\beta_j}\left(\frac{\partial^4 u}{\partial x^2\partial t^2}-c_\ell^2\frac{\partial^4 u}{\partial x^4}\right)+\frac{1}{\beta_j}\left(\frac{\partial^3 u}{\partial t^3}-c_\ell^2\frac{\partial^3 u}{\partial x^2\partial t}\right)=$$

$$=\frac{\beta_N}{2\rho}\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2-\frac{D_j}{\beta_j}\frac{\partial^3}{\partial x^3}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2+\frac{1}{\beta_j}\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2\right]$$

$$\frac{\partial W}{\partial \eta}+\frac{(a-1)}{2a}\frac{\partial^3 W}{\partial \xi^3}+\frac{b(a-1)}{2\sqrt{a}}\frac{\partial^2 W}{\partial \xi^2}+qW\frac{\partial W}{\partial \xi}=0$$

$$W=A_0\exp\left(\tilde{\xi}\right)\sec h^2\left(\frac{\tilde{\xi}}{2}\right)$$

$$\tilde{\xi}=\frac{2}{\Delta}\left(\xi-V\eta\right)$$

УЧЕТ ОБЪЕМНОЙ ВЗАИМНОЙ РЕКОМБИНАЦИИ РАЗНОИМЕННЫХ ДЕФЕКТОВ

$$\frac{\partial^2 n_V}{\partial t^2} - (\beta_V D_i + \beta_i D_V)\frac{\partial^2 n_V}{\partial x^2} + (\beta_i + \beta_V)\frac{\partial n_V}{\partial t} - (D_i + D_V)\frac{\partial^3 n_V}{\partial x^2 \partial t} + D_i D_V \frac{\partial^4 n_V}{\partial x^4} +$$

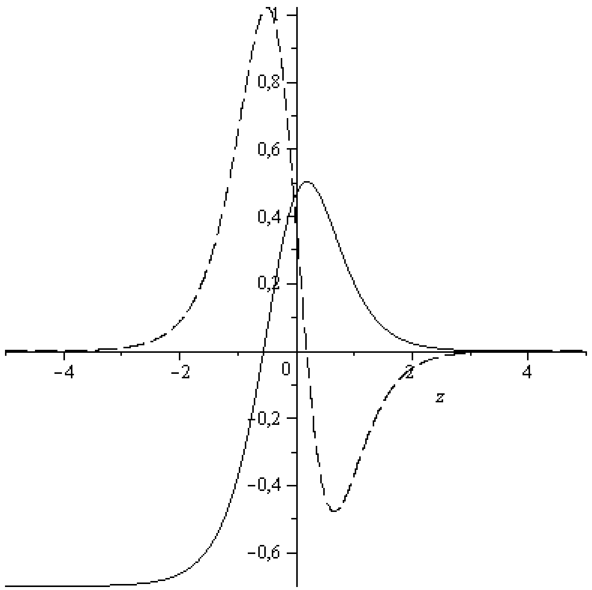
$$+\frac{1}{2}\frac{q_s \beta_N D_i}{\rho^3 c_l^6}\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right)^2\left(\frac{\Omega_i \beta_V}{\beta_{iV}} - \Omega_V\right)^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(n_V^2\right) + (\beta_i \beta_V - \beta_{iV}\beta_{Vi})n_V -$$

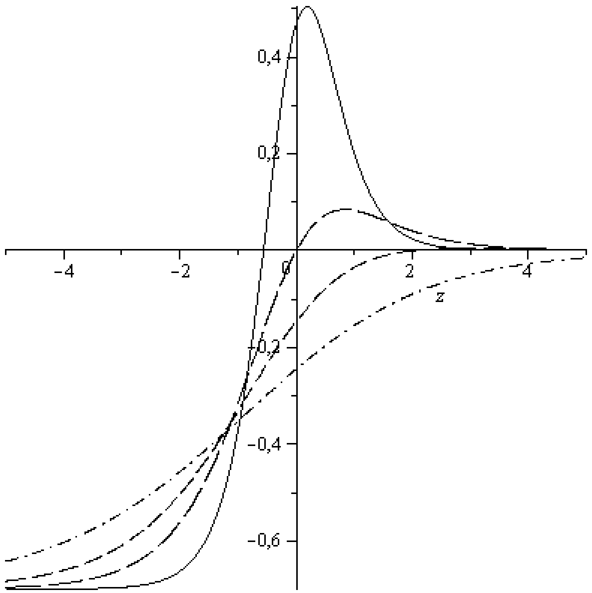
$$-\frac{1}{2}\frac{q_s \beta_N}{\rho^3 c_l^6}\left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right)^2 (\beta_i - \beta_{iV})\left(\frac{\Omega_i \beta_V}{\beta_{iV}} - \Omega_V\right)^2 n_V^2 = (\beta_i - \beta_{iV})\left(q_0 - \frac{2 q_s \rho c_l^2}{\beta_N}\right)$$

$$\frac{\partial^2 n_0}{\partial \xi \partial \eta} + \gamma_1\left(\left(\frac{\partial n_0}{\partial \xi}\right)^2 + n_0 \frac{\partial^2 n_0}{\partial \xi^2}\right) + \frac{\partial^3 n_0}{\partial \xi^3} + \gamma_2 \frac{\partial^4 n_0}{\partial \xi^4} + \gamma_3 \frac{\partial n_0}{\partial \xi} = \gamma_4 n_0 + \gamma_5 n_0^2$$

$$n_0(\xi, \eta) = y(z) \qquad z = \xi - v\eta$$

$$y(z) = \frac{1}{4}\frac{\gamma_4}{\gamma_5}\left[\left(\mathrm{th}\left(\frac{z}{10|\gamma_2|}\right) - \mathrm{sign}(\gamma_2)\right)^2 - 4\right]$$





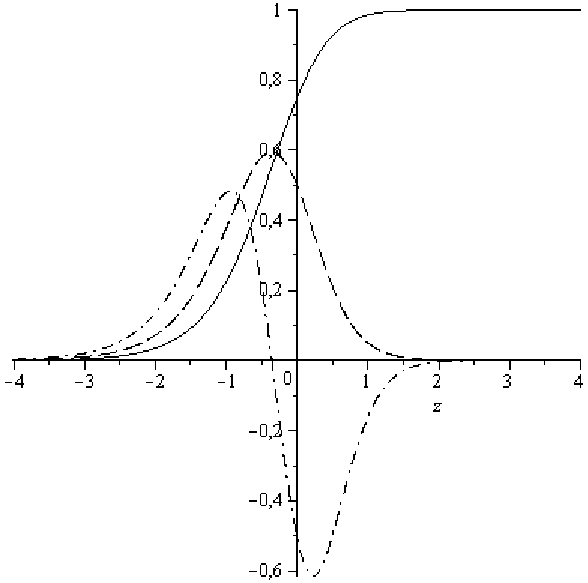


Рис. 1 Зависимости (сплошная), (пунктир).

Рис. 2. Зависимости (, – штрихпунктир, – короткий пунктир, – длинный пунктир, – сплошная).

Рис. 3. Зависимости (сплошная), (пунктир), (штрихпунктир).