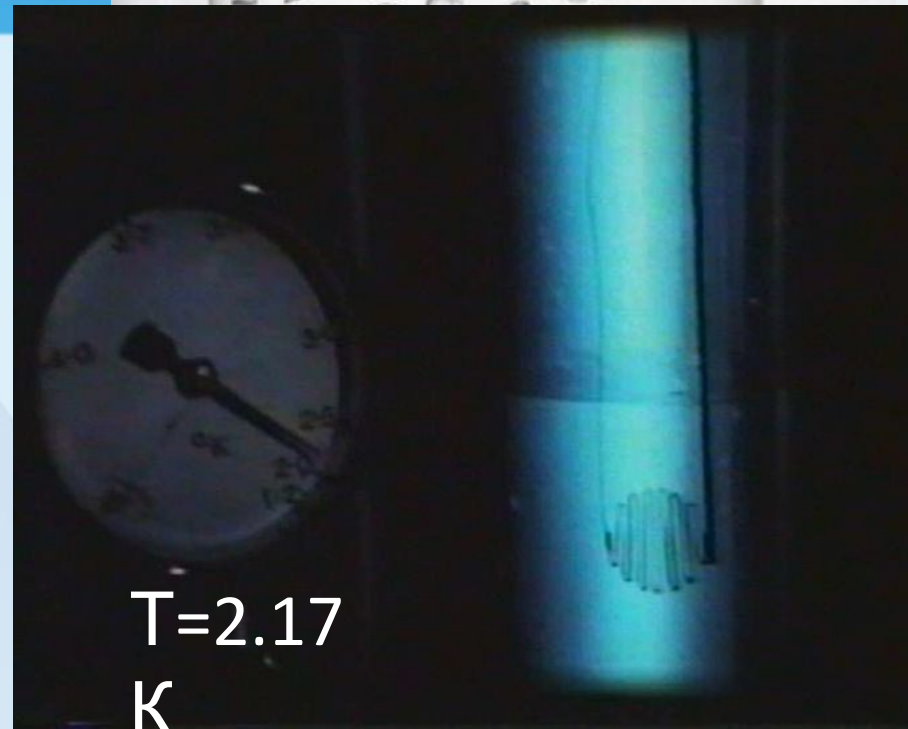
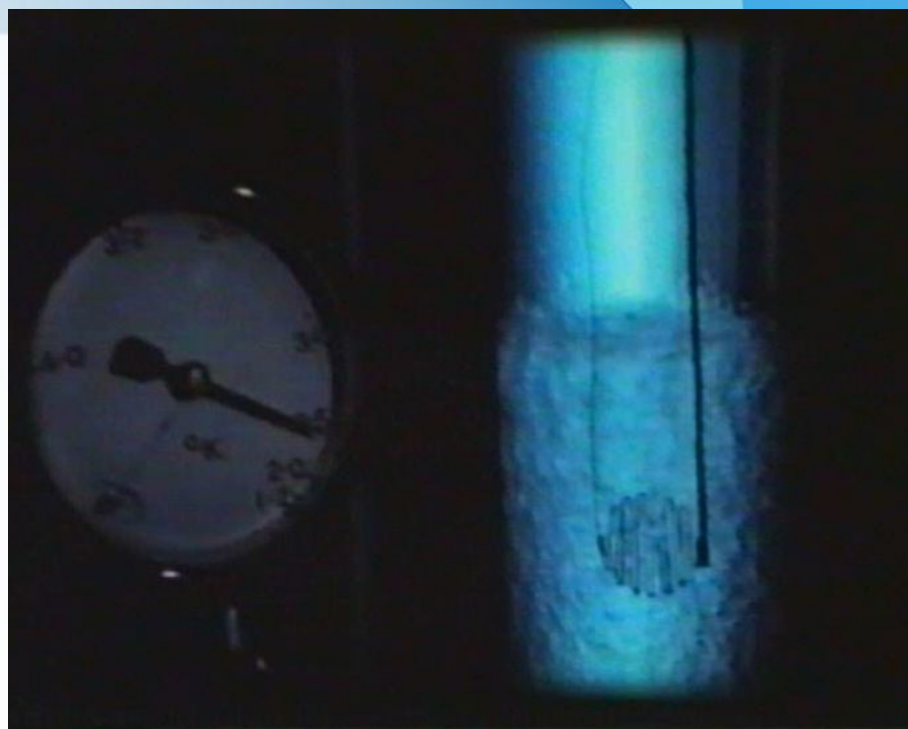
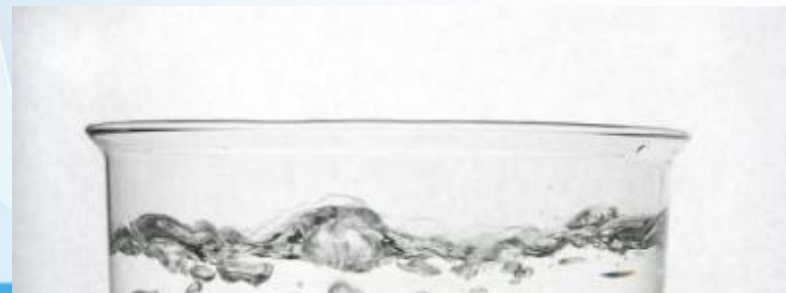


**Возбуждения в квантовой жидкости -
нелинейные волны и квантовые вихри**

В.Б.Ефимов,

Институт физики твердого тела РАН, Черноголовка,
Московская обл., Россия

Жидкий гелий



При температурах ниже 2.17 К гелий перестает кипеть

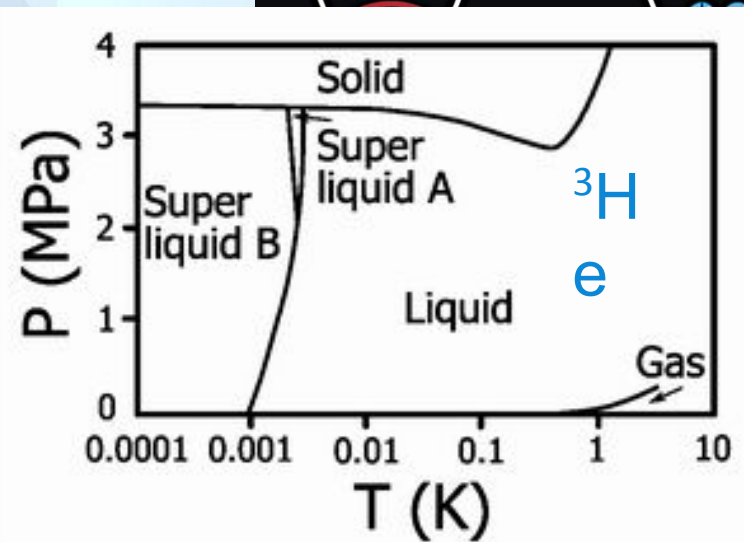
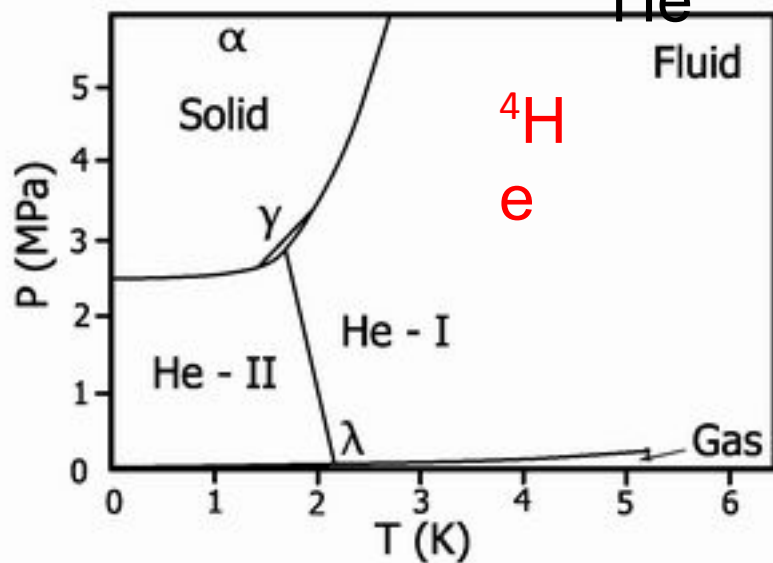
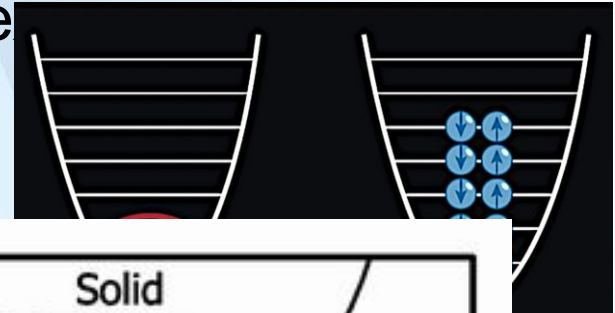
Sebastien Balibar, Looking Back at Superfluid Helium ,Seminaire Poincare,1 (2003) (arXiv:0303561)(2003)

Сверхтекучий гелий

- Сверхтекучесть жидкого гелия. Конденсация Бозе — Эйнштейна. Жидкость состоит из множества невзаимодействующих частиц, находящихся в одном состоянии и имеющих одну квантово-механическую функцию.

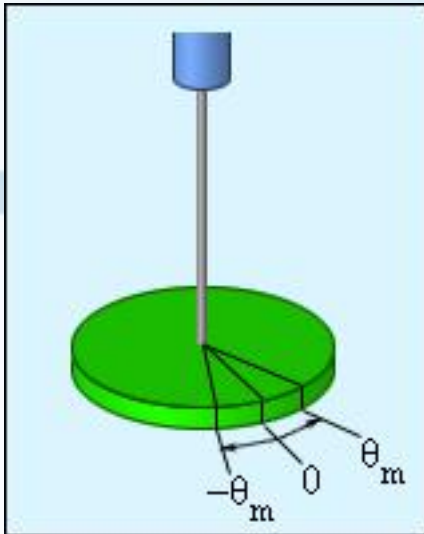


Бозе система
 ${}^4\text{He}$

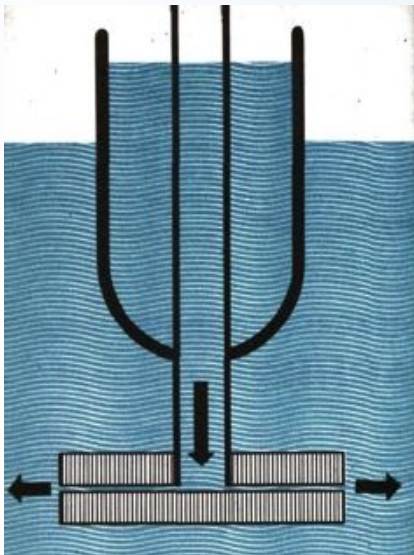


Сверхтекучий гелий $Re = \frac{UL}{\nu}$

КИНЕМАТИЧЕСКАЯ ВЯЗКОСТЬ



Среда	Температура	ν , cm^2/c
Глицерин (Glycerine)	20° C	6.8
Воздух (Air)	20° C	0.15
Спирт (Ethanol)	20° C	0.022
Вода (Water)	20° C	0.010
Ртуть (Mercury)	20° C	$1.2 \cdot 10^{-3}$
Газообразный гелий (He-gas)	5.5 K (2.8 bar)	$3.21 \cdot 10^{-4}$
Жидкий гелий (Helium I)	2.25 K (SVP)	$1.96 \cdot 10^{-4}$
Сверхтекучий гелий (Helium II)	1.8 K (SVP)	$9.01 \cdot 10^{-5}$



Эксперименты П.Л.Капицы с оптическими щелями
 $\nu < 10^{-10} \text{ cm}^2/\text{c}$ (?)

Сверхтекучий гелий

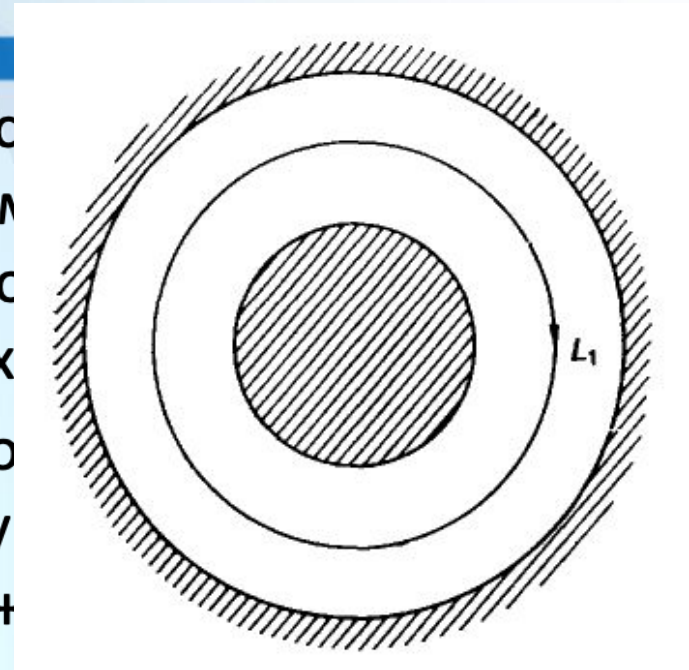
- Сверхтекучесть жидкого гелия. Конденсат Жидкость состоит из множества невзаимодействующих частиц, находящихся в одном состоянии и имеющих одинаковую механическую энергию.

$\psi = \sqrt{\rho_s} \exp(iS(r, t))$ – волновая функция конденсата
 $S(r, t)$ – фаза волновой функции и нормировка частиц в конденсате. В этом состоянии ниже температуры конденсации окажется макроскопически много частиц (бозоны!)

$$\vec{v}_S = \frac{\hbar}{m} \vec{\nabla} S \text{ – свойство потенциальности сверхтекучей скорости}$$

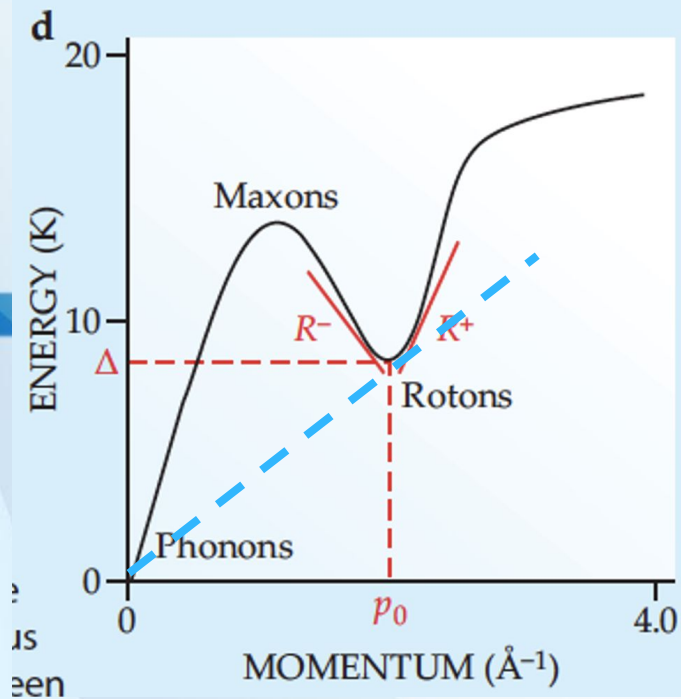
Но фаза определена с точностью до 2π !

$$\oint_L \vec{v}_S d\vec{l} = 2\pi \frac{\hbar}{m} n = \frac{h}{m} n$$



Сверхтекучесть и энергетический спектр гелия

- 1) При температурах ниже 1.7 К вся термодинамика = свойства газов фононов и ротонов
- 2) При температурах ниже 0.8К фононный вклад доминирует.
- 3) Это сразу объясняет появление «закона Дебая» в теплоёмкости.



Фононы $v_{ph}=237 \text{ m/s}$;

$$\text{Ротоны } E = \Delta + \hbar^2 \frac{(k-k_0)^2}{2m}$$

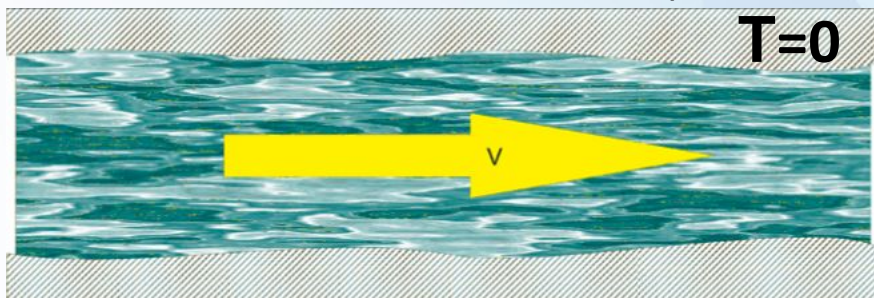
$$k_0=1.91 \text{ \AA}^{-1}$$

$$m=0.16m_{\text{He}}$$

$$\Delta=8.6 \text{ K}$$

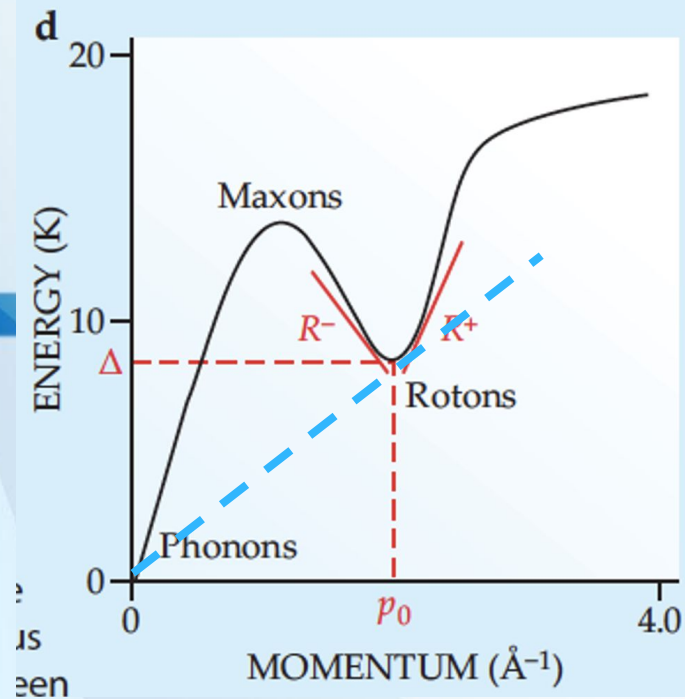
Сверхтекучесть и энергетический спектр гелия

- Опыт: $T=0$, жидкость течёт через трубку с неровными стенками. При каких условиях начнут появляться квазичастицы (=передача энергии жидкости=диссипация энергии)?



Нарушения сверхтекучести наблюдается при превышении «критической скорости» при протекании гелия через щели малого размера.

$$V > \left(\frac{d\varepsilon}{dp} \right)_{p=p_m} \cong \frac{1}{m_r} \left(\sqrt{2m_r\Delta + p_0^2} - p_0 \right) \sim 60 \frac{m}{s}$$



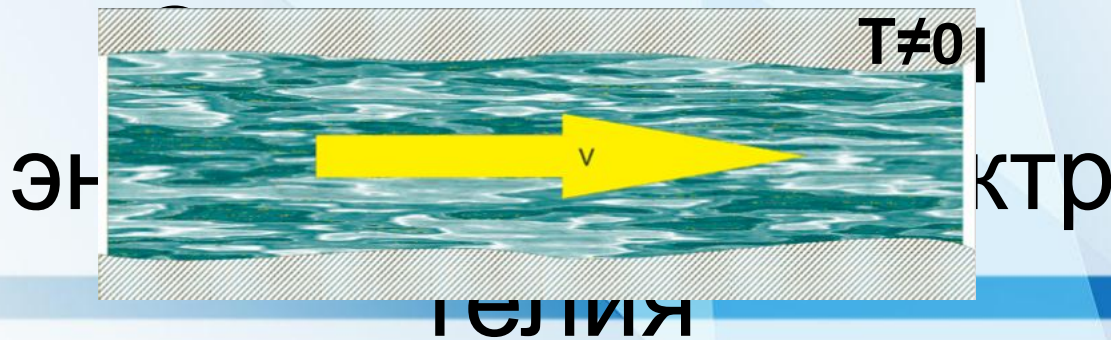
Фононы $v_{ph}=237 \text{ m/s}$;

$$\text{Ротоны } E = \Delta + \hbar^2 \frac{(k-k_0)^2}{2m}$$

$$k_0=1.91 \text{ \AA}^{-1}$$

$$m=0.16m_{\text{He}}$$

$$\Delta=8.6 \text{ K}$$

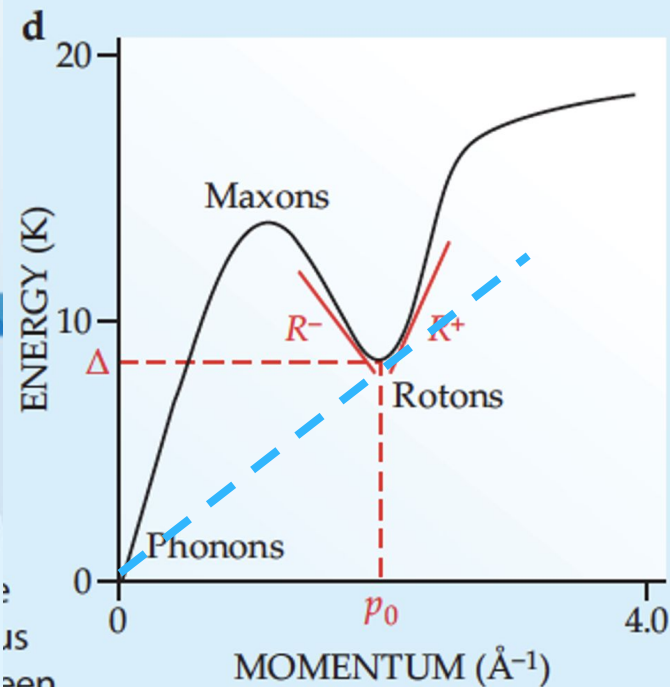


А если $T \neq 0$? Присутствующие в жидкости возбуждения будут отражаться от стенок и жидкость передавать им часть своего импульса – для жидкости увлекаемой возбуждениями торможение о стенки (нормальная жидкость с трением). Таким образом при $T=0$ через капилляр протекает вся жидкость, при $T \neq 0$ – лишь часть. Это и есть возможность двух независимых движений: нормального и сверхтекучего.

$$\rho = \rho_s + \rho_n;$$

$$j = \rho_s v_s + \rho_n v_n.$$

и существование нормальной и сверхтекучей компонент



Фононы $v_{ph} = 237 \text{ m/s}$;

$$\text{Ротоны } E = \Delta + \hbar^2 \frac{(k-k_0)^2}{2m}$$

$$k_0 = 1.91 \text{ \AA}^{-1}$$

$$m = 0.16 m_{\text{He}}$$

$$\Delta = 8.6 \text{ K}$$

Квантовые вихри



Взаимодействие вихревого движения сверхтекучей компоненты вокруг вихря и потенциального течения сверхтекучей компоненты.

Взаимодействие потенциального течения нормальной и сверхтекучей компонент

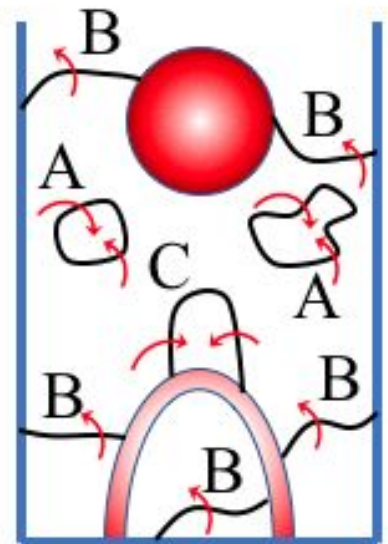
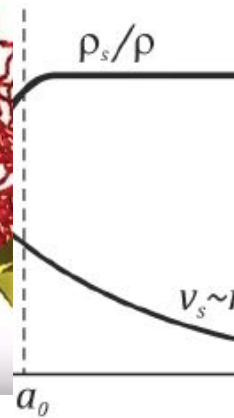


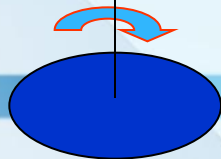
Рис. 1.14. Зависимости v_s и ρ_s/ρ от радиуса a_0 – радиус серд

Квантовые вихри

генерация

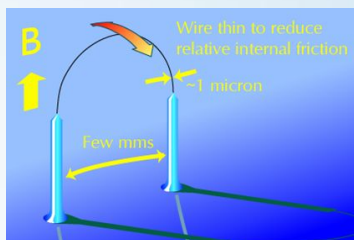
Hollis-Hallett

Discs and piles of discs

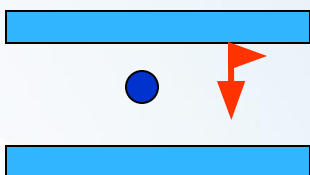


Torsional oscillators

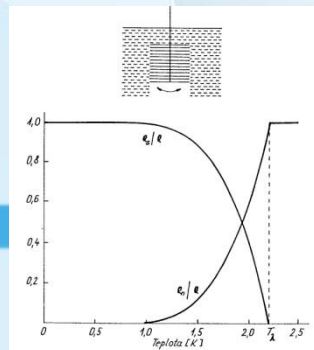
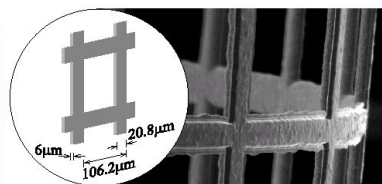
Wires
He II and ^3He



Spheres
He II (^3He ?)



Grids
He II and ^3He



Andronikashvili

U-tubes

Donnelly
Penrose



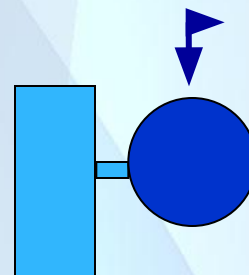
Many authors – vibrating wire viscometers

Vinen

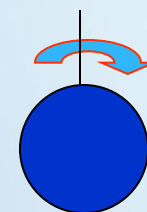
Morishita, Kuroda, Sawada, Satoh, JLTP 76, 387 (1989)

Lancaster – Pickett's group, Osaka – Yano et al., Kosice Skyba et al., Moscow Dmitriev et al., Helsinki- YKI group..., Grenoble Bunkov et al., ...

Schoepe et al



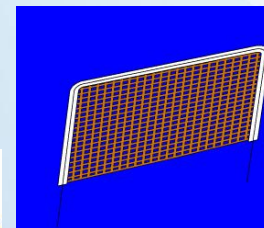
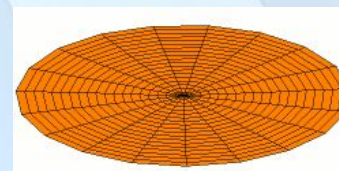
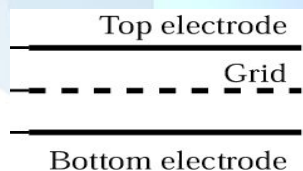
Luzuriaga



Hollis-Hallett

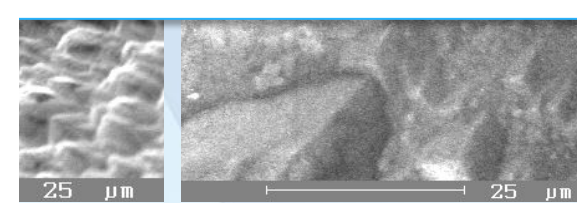
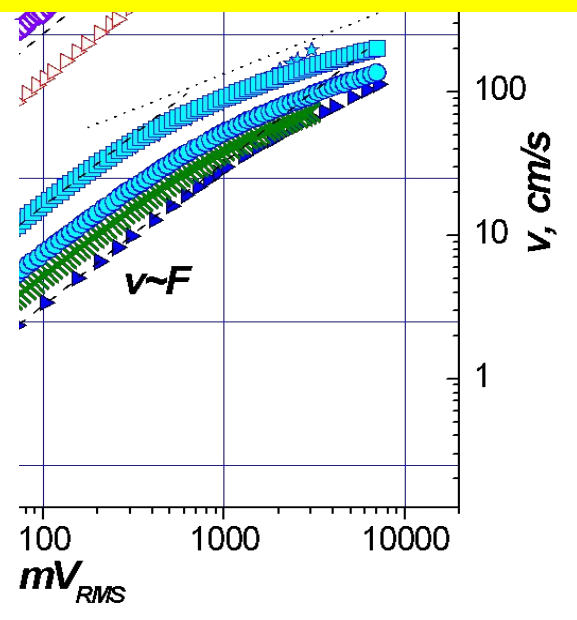
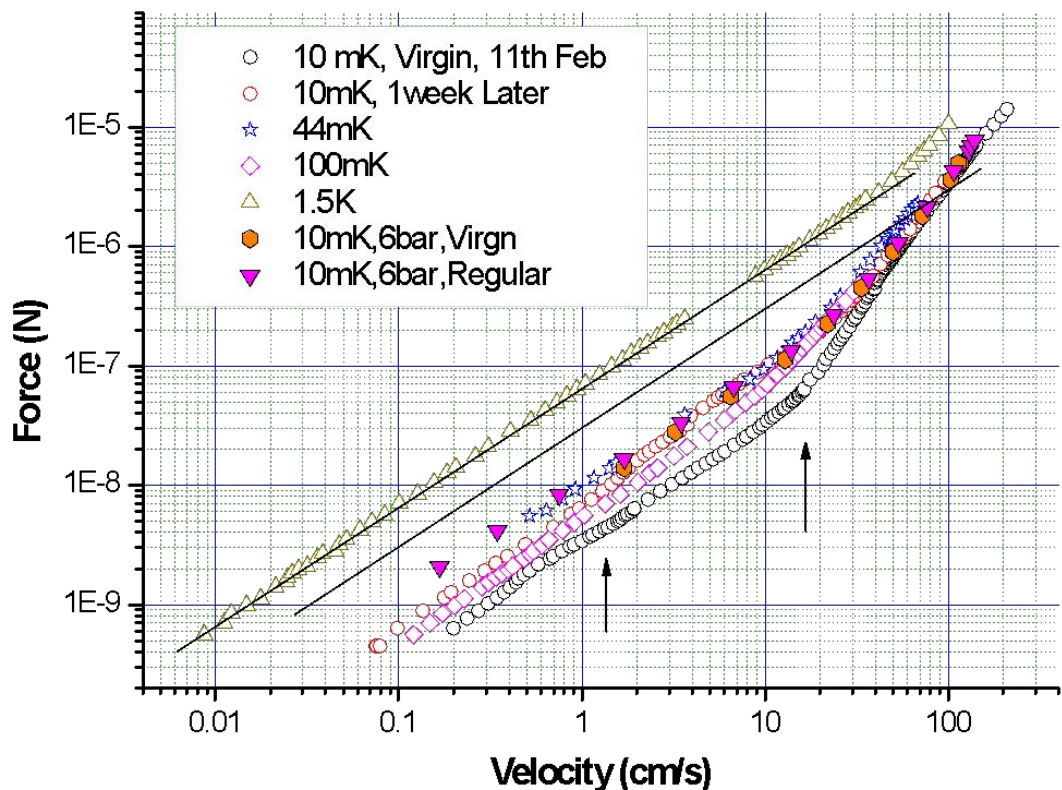
Lancaster – P. McClintock's group

Lancaster – G. Pickett's group



Разница в скоростях формирования турбулентности и нарушения сверхтекучести объясняет различие вязкости в объеме и сверхтекучести в оптических зазорах

Out Fork full results....all Temp , P = 5bar, 6bar



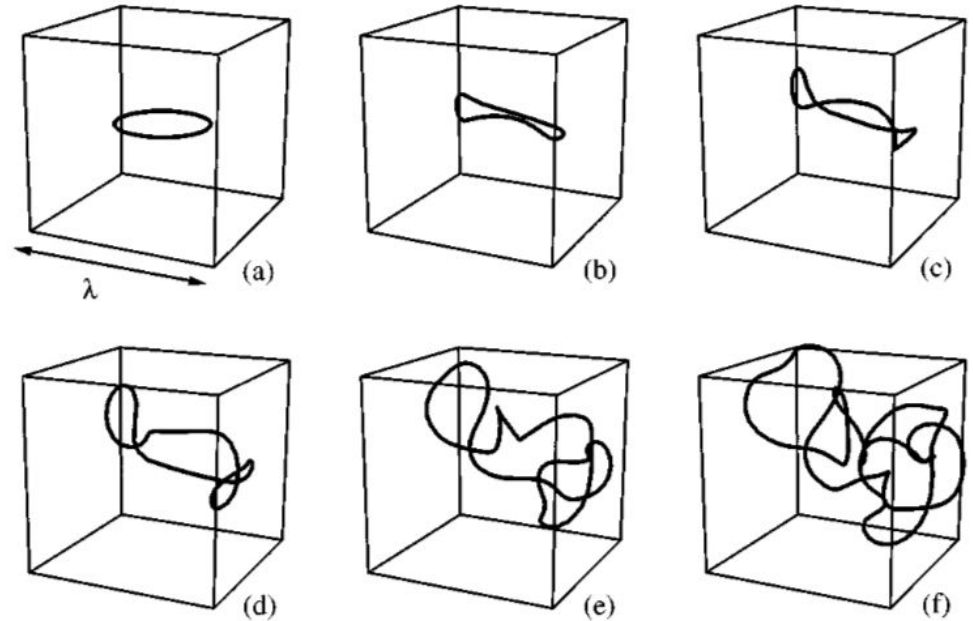
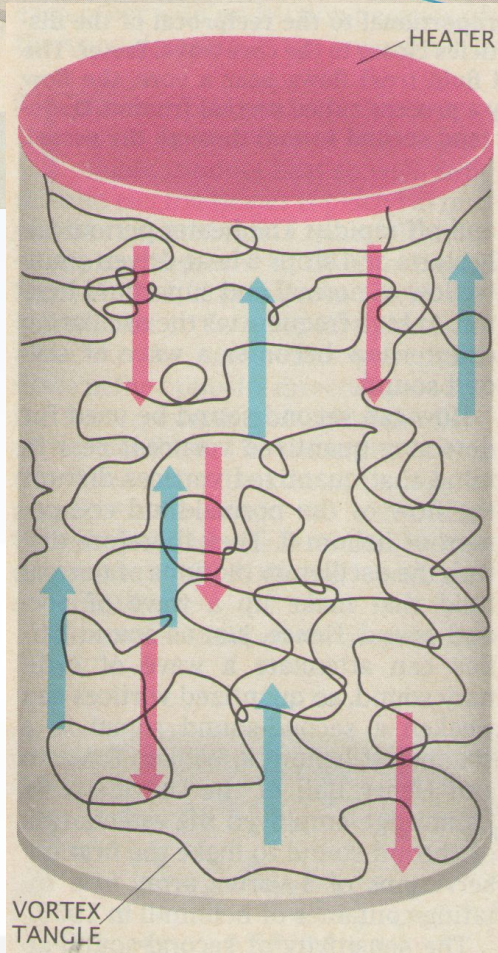
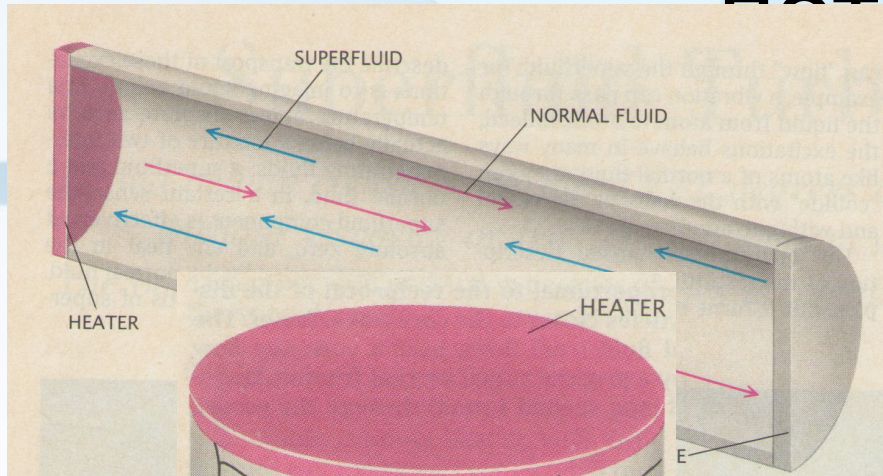
Генерация вихрей тепловым

ПОТОКОМ

$$\mathbf{J} = \rho_n \mathbf{v}_n + \rho_s \mathbf{v}_s = 0$$

$$Q = \rho \sigma_0 T_0 \mathbf{v}_n = \rho_s \sigma_0 T_0 \mathbf{v}_{ns} \text{ — ТЕПЛОВОЙ ПОТОК}$$

$$\mathbf{v}_{ns} = \mathbf{v}_n - \mathbf{v}_s \text{ — скорость противотока}$$



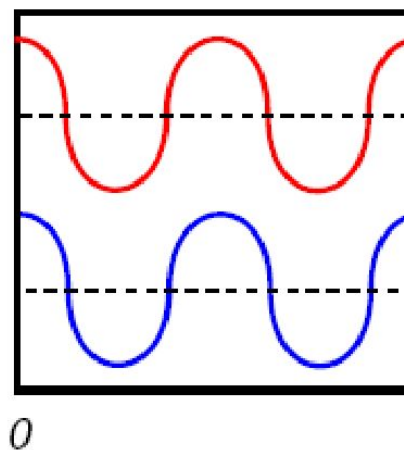
Двухжидкостная модель: нормальная и сверхтекучая компоненты

$$\rho = \rho_s + \rho_n;$$

$$\mathbf{j} = \rho_s \mathbf{v}_s + \rho_n \mathbf{v}_n.$$

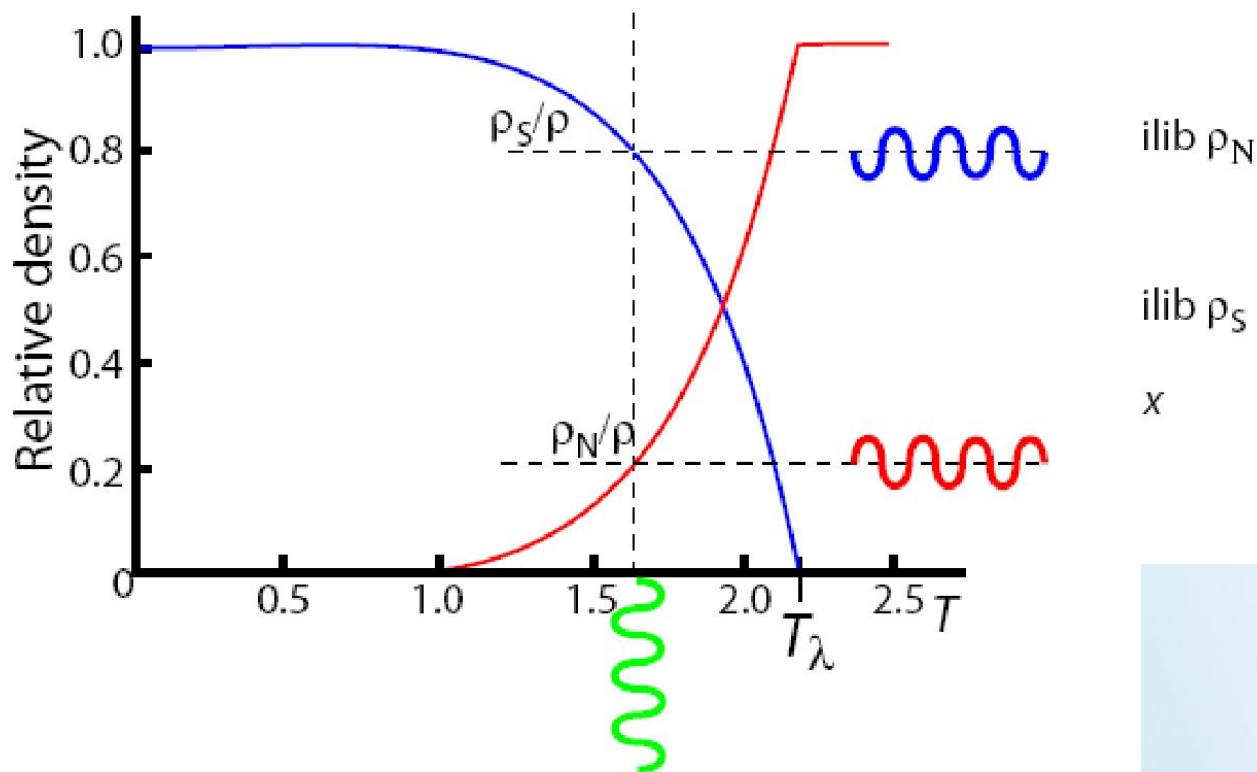
Число частиц в основе

Physical interpretation
 pressure-density oscilla
 in tube. $c_1 = \lambda/n$. To
 away from it $\rightarrow v_N$ and



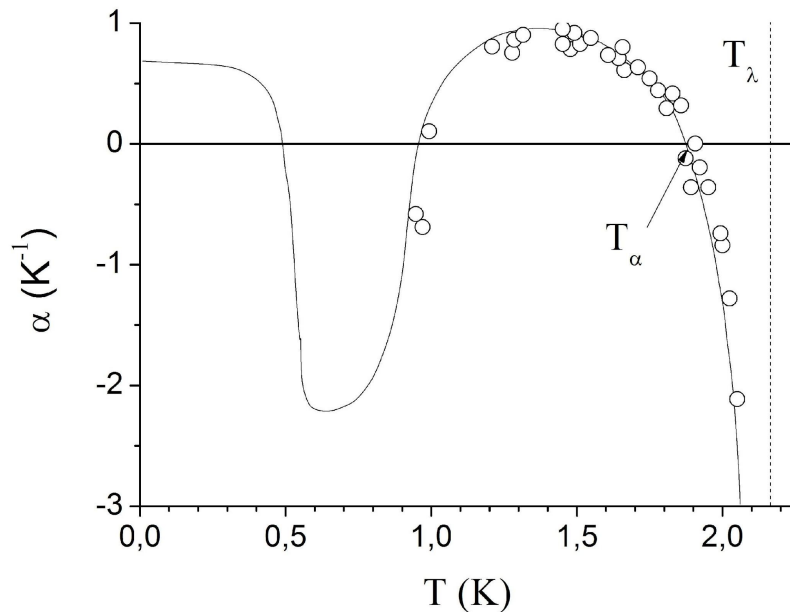
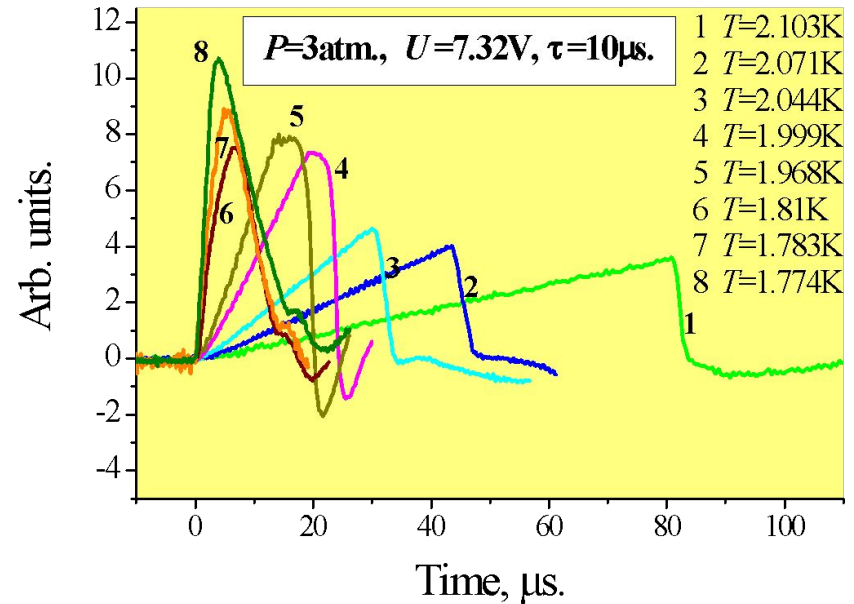
2nd sound

Entropy-temperature oscillations, S and T oscillate in phase. eg thermal standing wave in tube. $c_2 = \lambda/n$. Region of high T , v_N flows away from, whilst v_s flows to it $\rightarrow v_N$ and v_s in anti-phase. Overall density is



Свойства в

- Малая скорость волн втор
- Слабое затухание
- Линейный закон дисперси
- Сильная нелинейность – у скорости второго звука от



Свойства второго звука

- Малая скорость волн второго звука
- Слабое затухание
- Линейный закон дисперсии $k \sim \omega$
- Сильная нелинейность скорости второго звука от амплитуды ($\Delta T \sim mK$).

Уравнение Бюргерса

$$\frac{\partial}{\partial t} \delta T + u_{20}(1 + \alpha \delta T) \frac{\partial}{\partial x} \delta T = \nu \frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta T$$

Зависимость скорости второго звука от амплитуды волны:

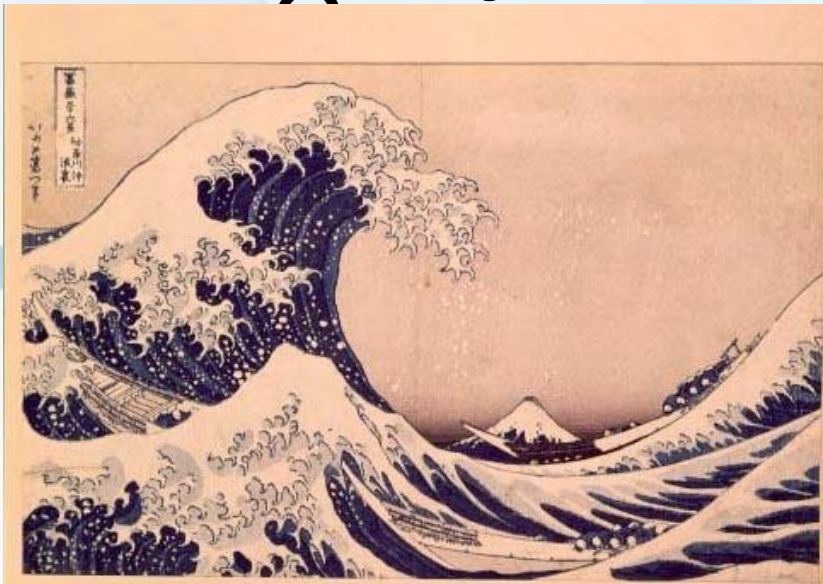
$$u_2(\delta T) = u_{20}(1 + \alpha \delta T)$$

Второго звука

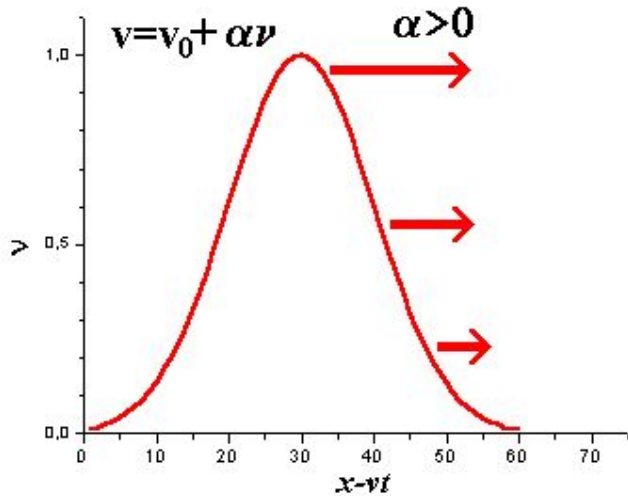
го звука

$$k \sim \omega$$

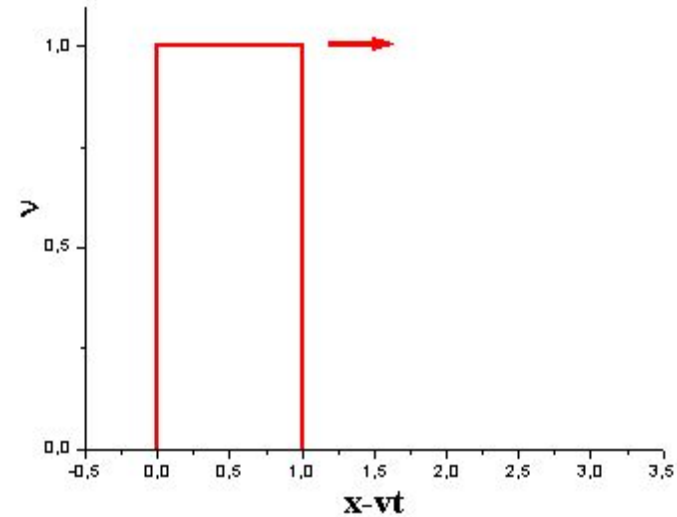
ности второго звука от



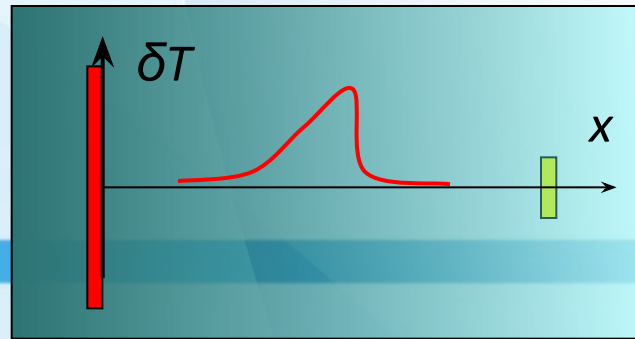
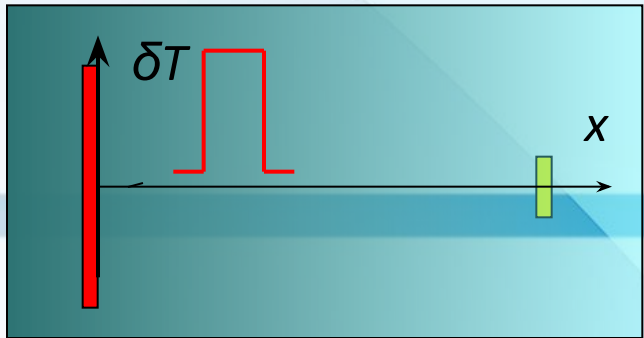
уравнение Бюргерса

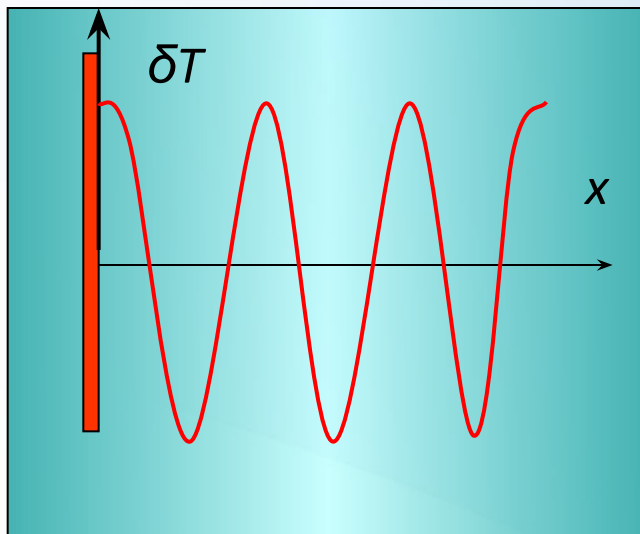
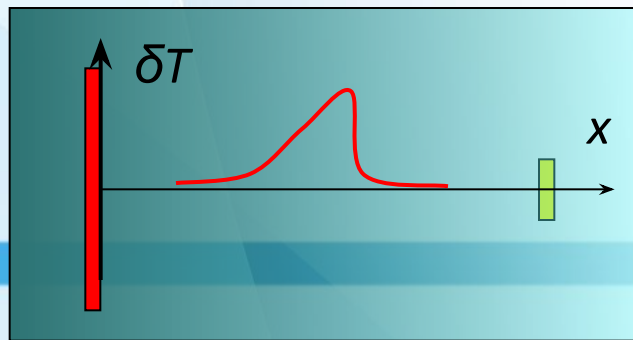
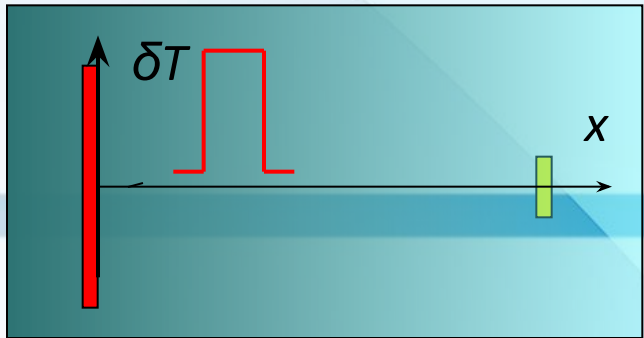


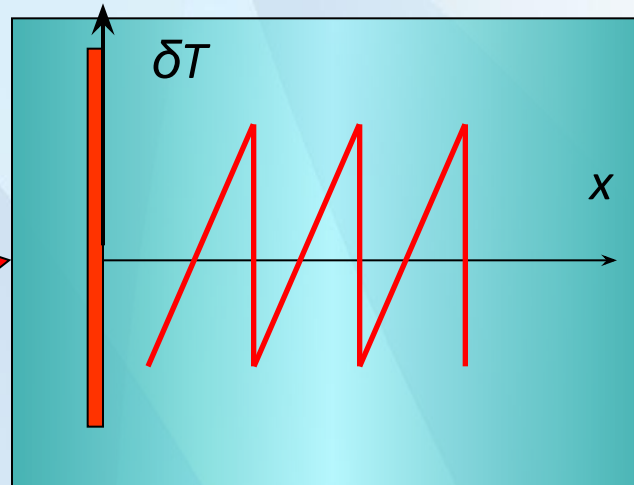
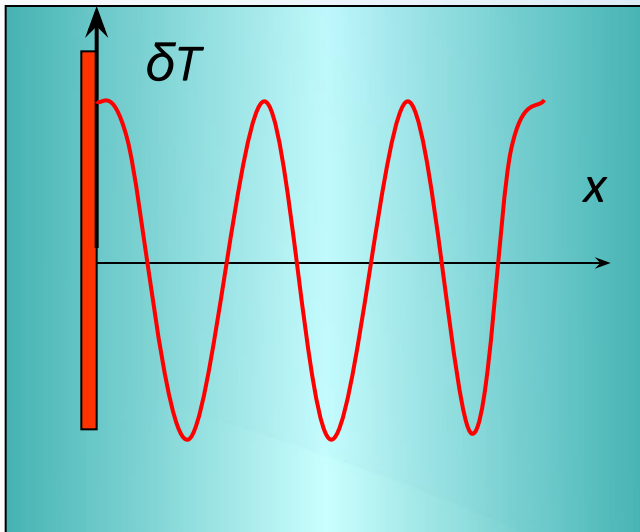
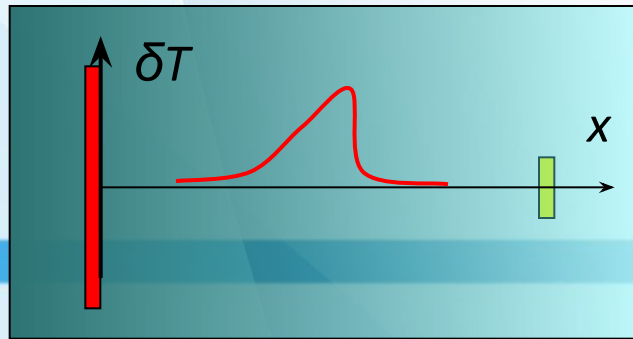
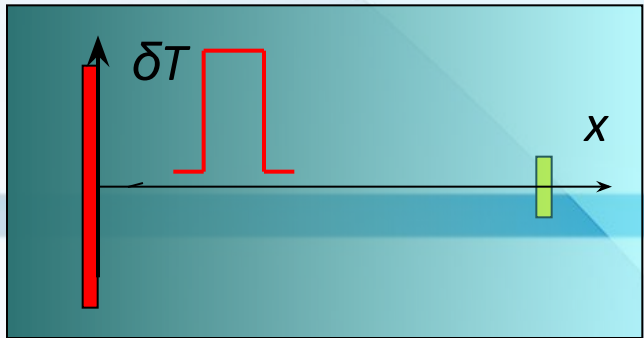
$$\frac{\partial}{\partial t}$$

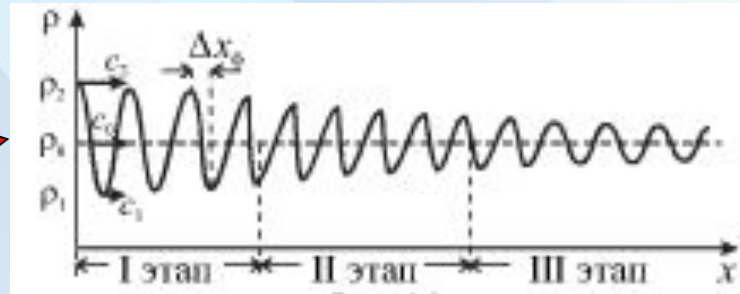
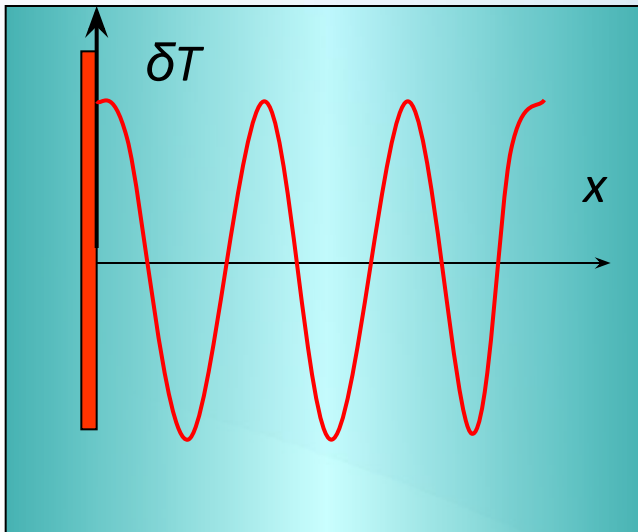
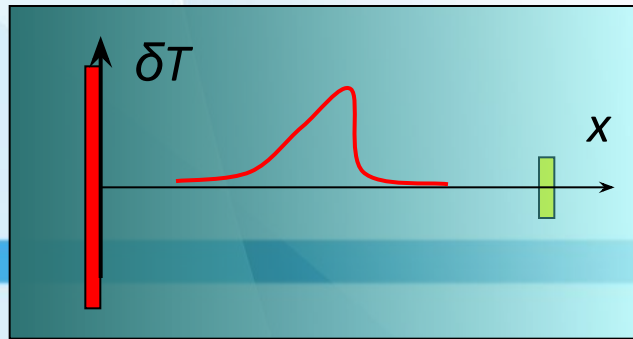
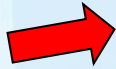
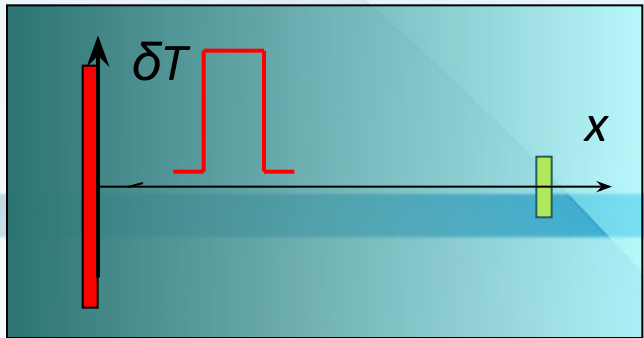


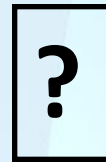
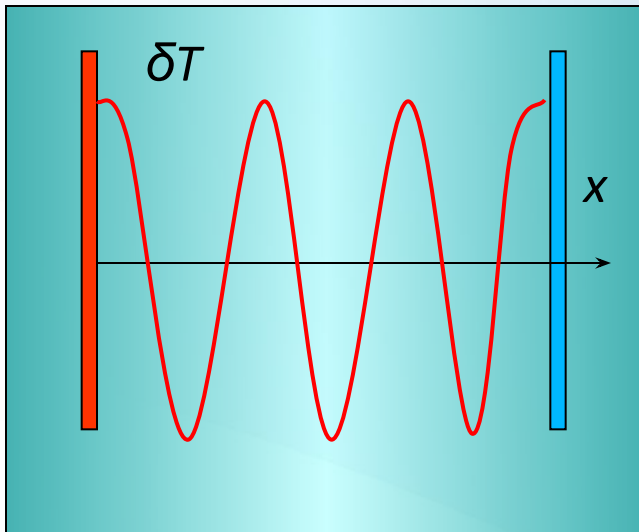
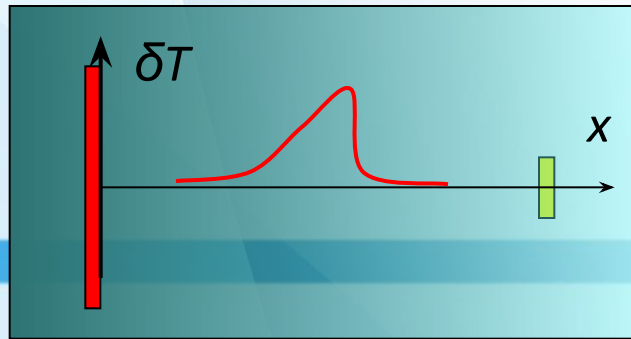
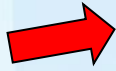
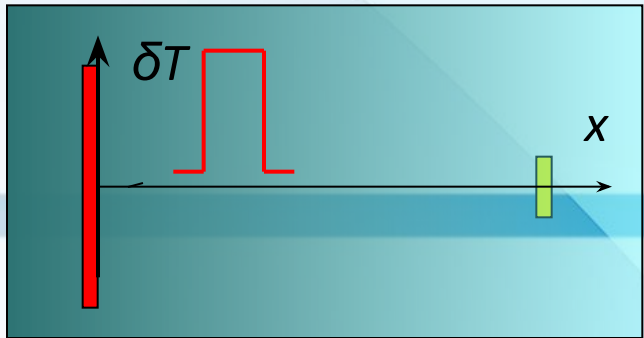
$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \delta T$$



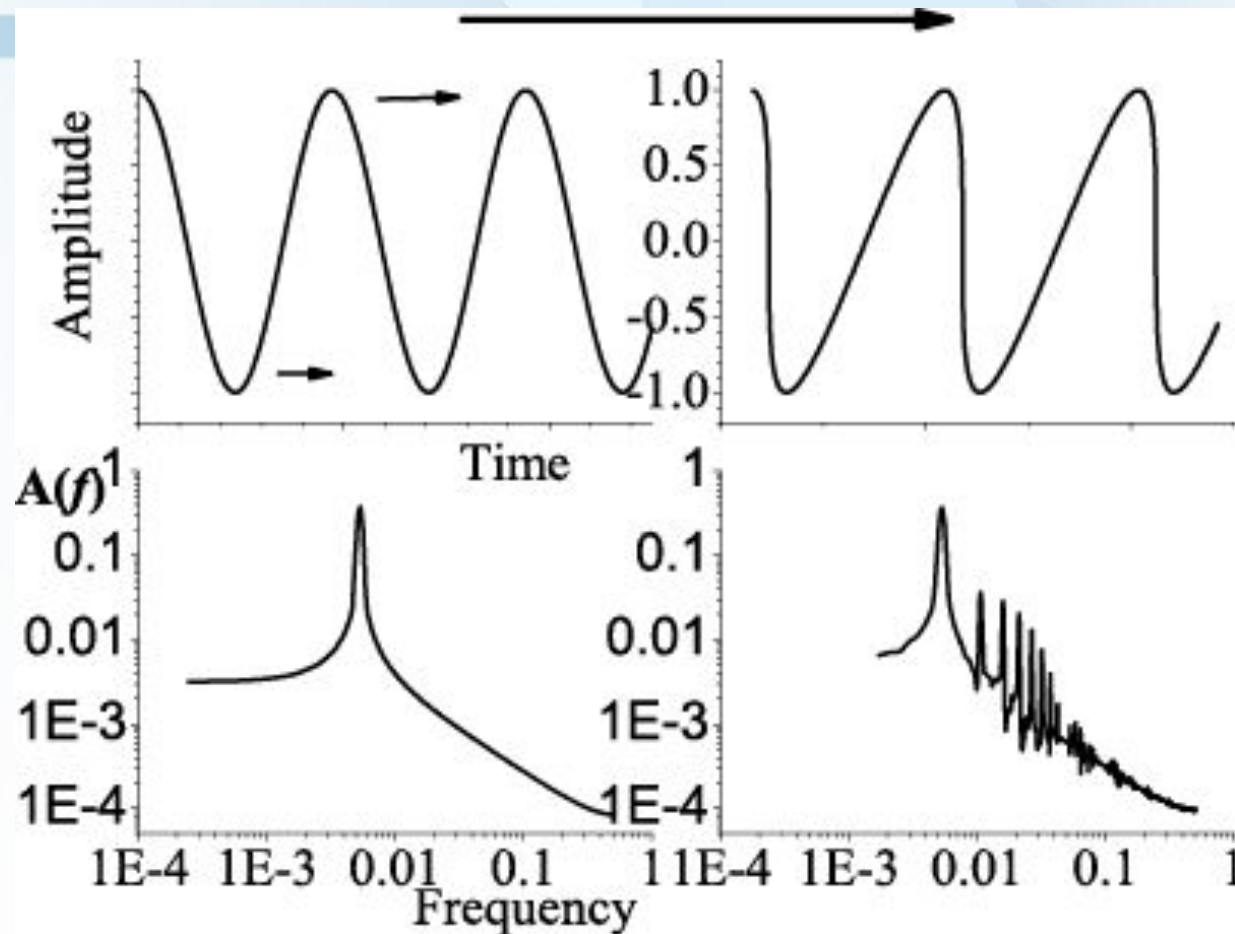






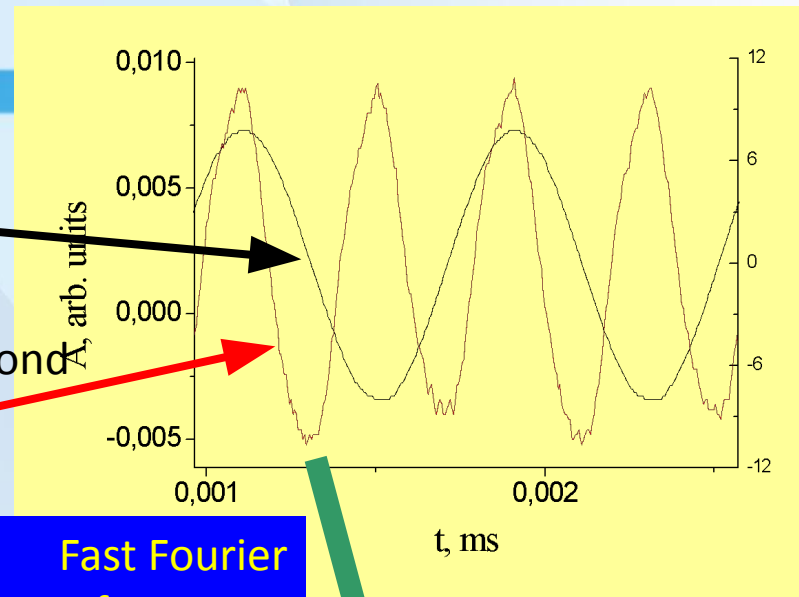
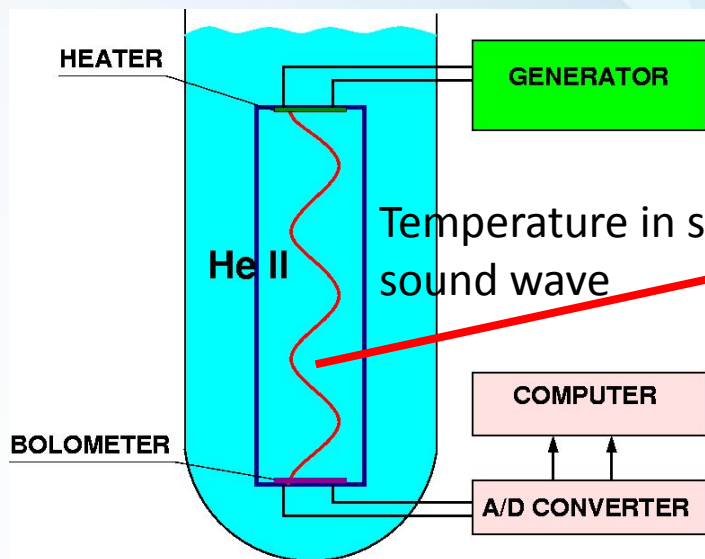


Передача энергии при акустической турбулентности

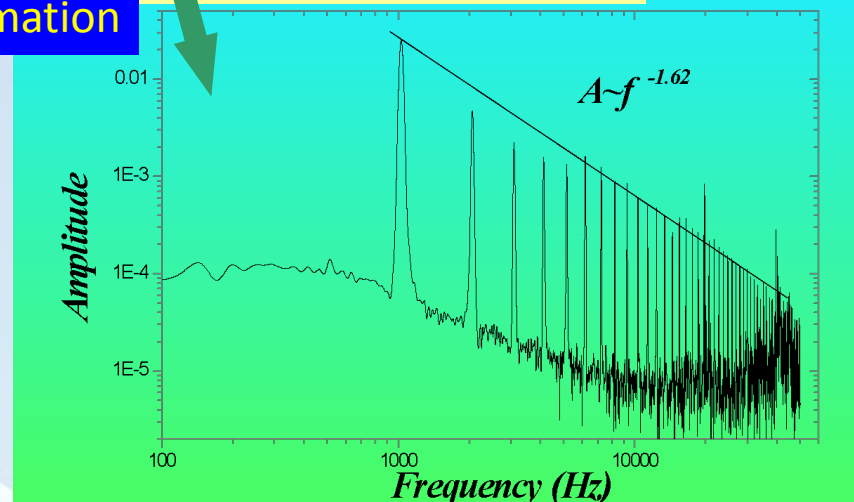


Передача энергии при акустической турбулентности

Applied signal $A=A_0 \cdot \sin(\omega t)$



Fast Fourier Transformation



Spectrum of temperature oscillations of the nonlinear second sound waves in a resonator

Передача энергии при акустической турбулентности

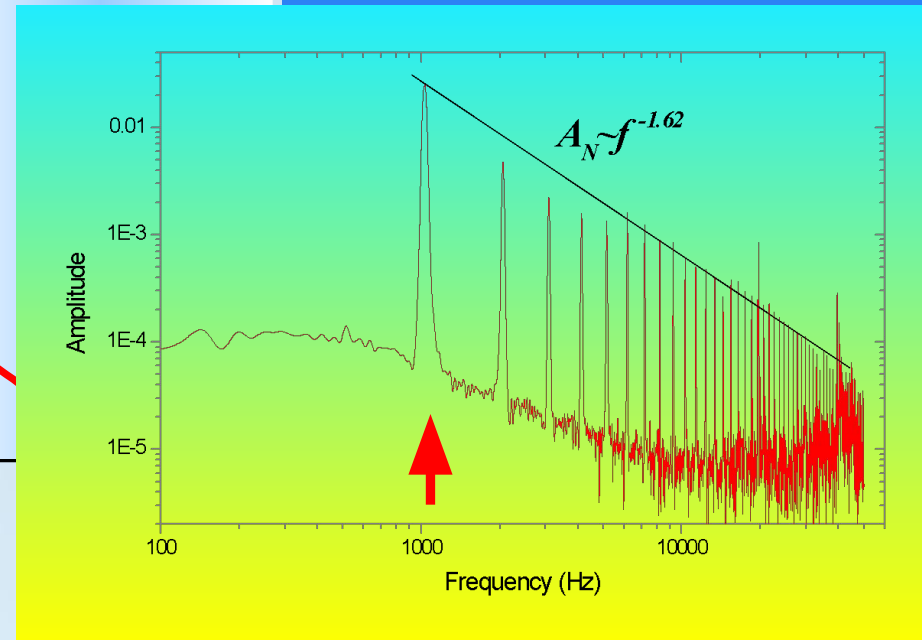
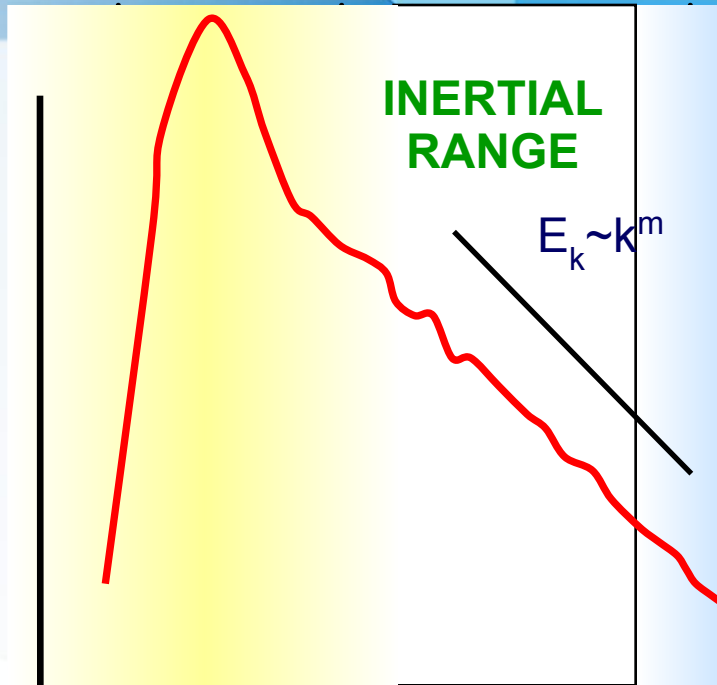
Kolmogorov,
Obukhov, 1941,
In the inertial range

$$E_k \sim k^m$$

For the turbulence of
incompressible fluid

$$m = -5/3$$

Log E_k

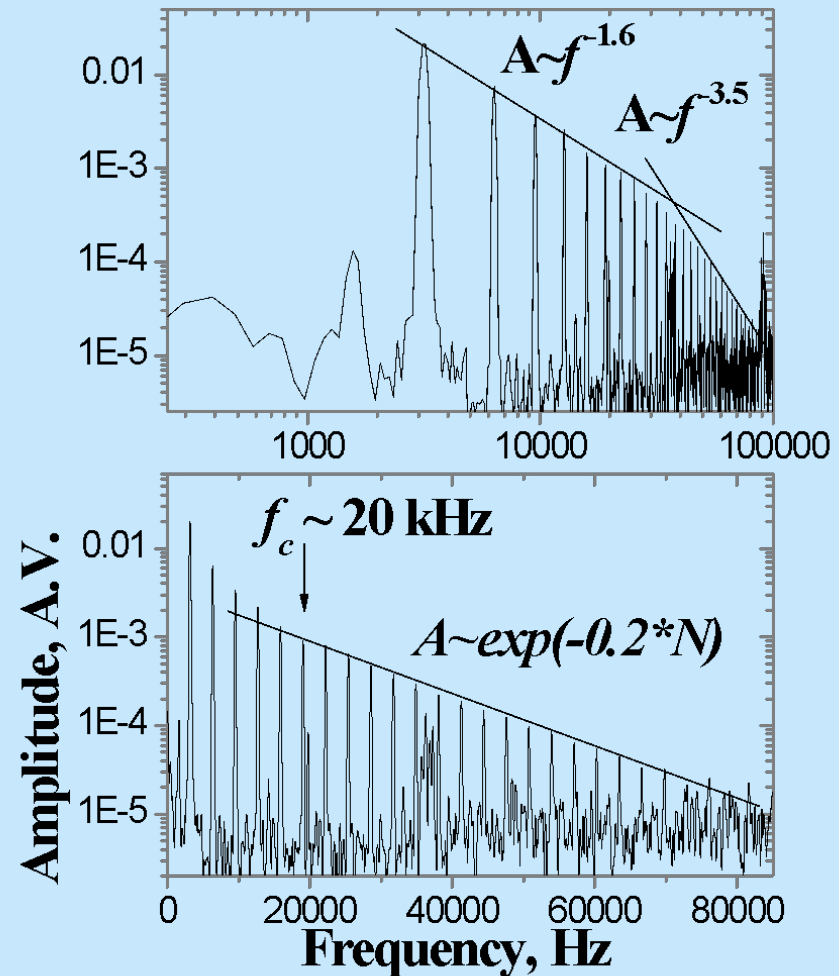


Log K

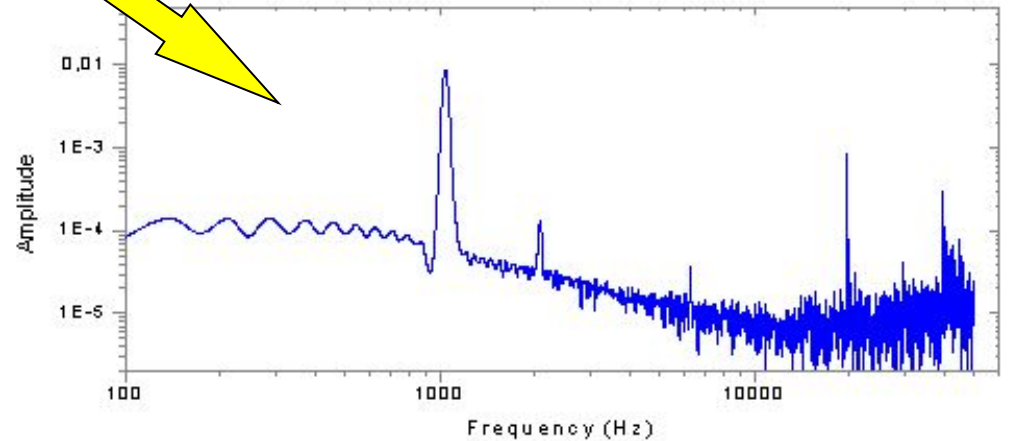
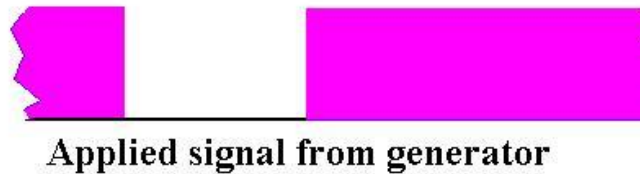
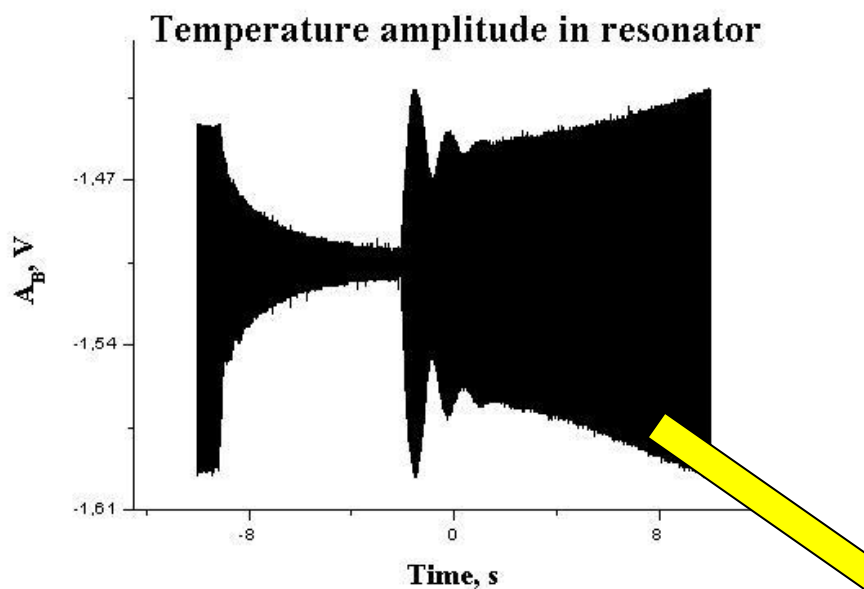
Energy flux



Передача энергии при акустической турбулентности



Формирование «Колмогоровского» каскада



Формирование «Колмогоровского» каскада

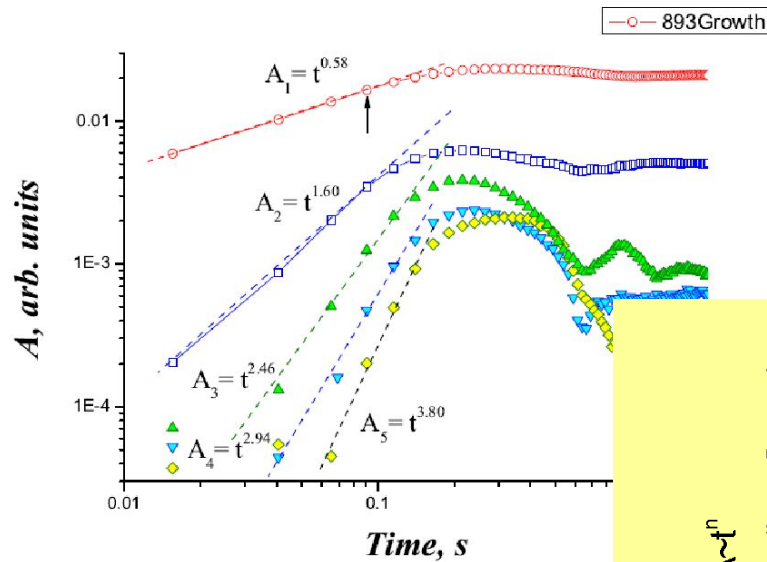
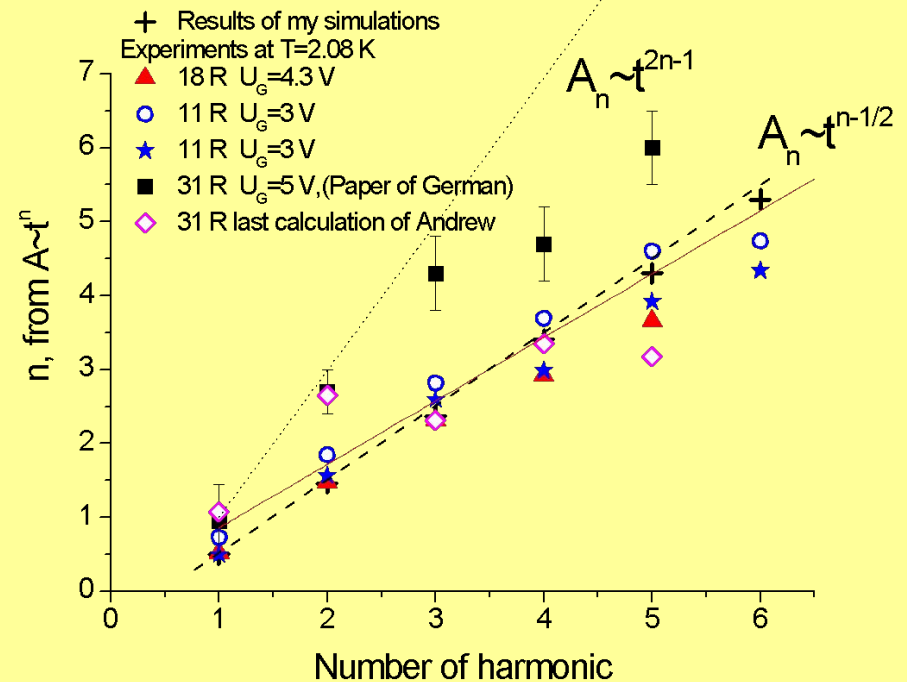


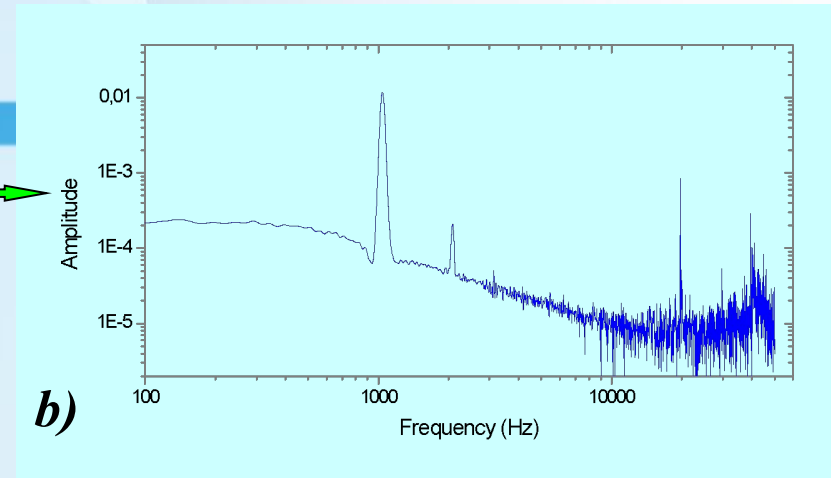
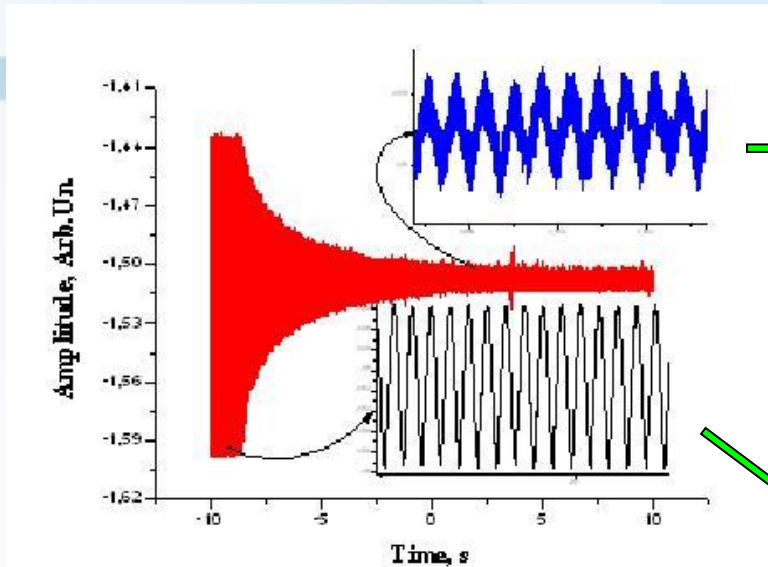
Figure 5: Time dependence of growth of multiple harmonic signal. 18th resonance, $f_G = 893 \text{ Hz}$, $U_G = 4.3 \text{ V}$, $T = 2.08 \text{ K}$

$$A_n \sim A_{n-1}^* t$$

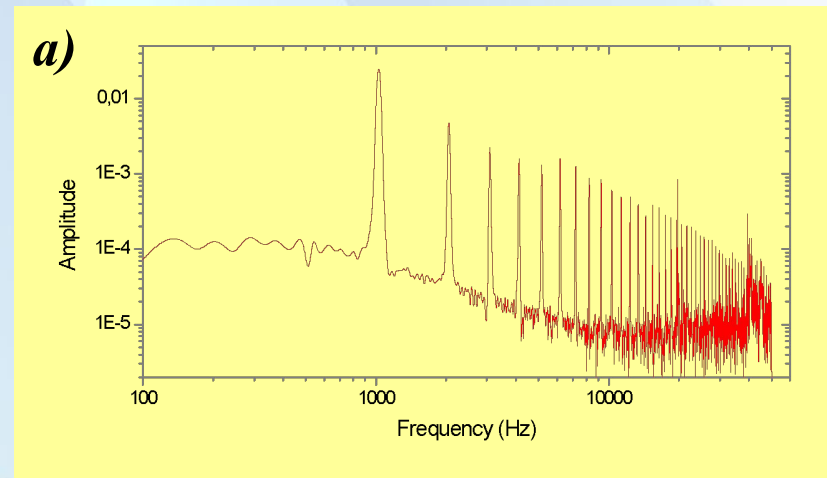
$$A_n \sim A_1^* t^n$$



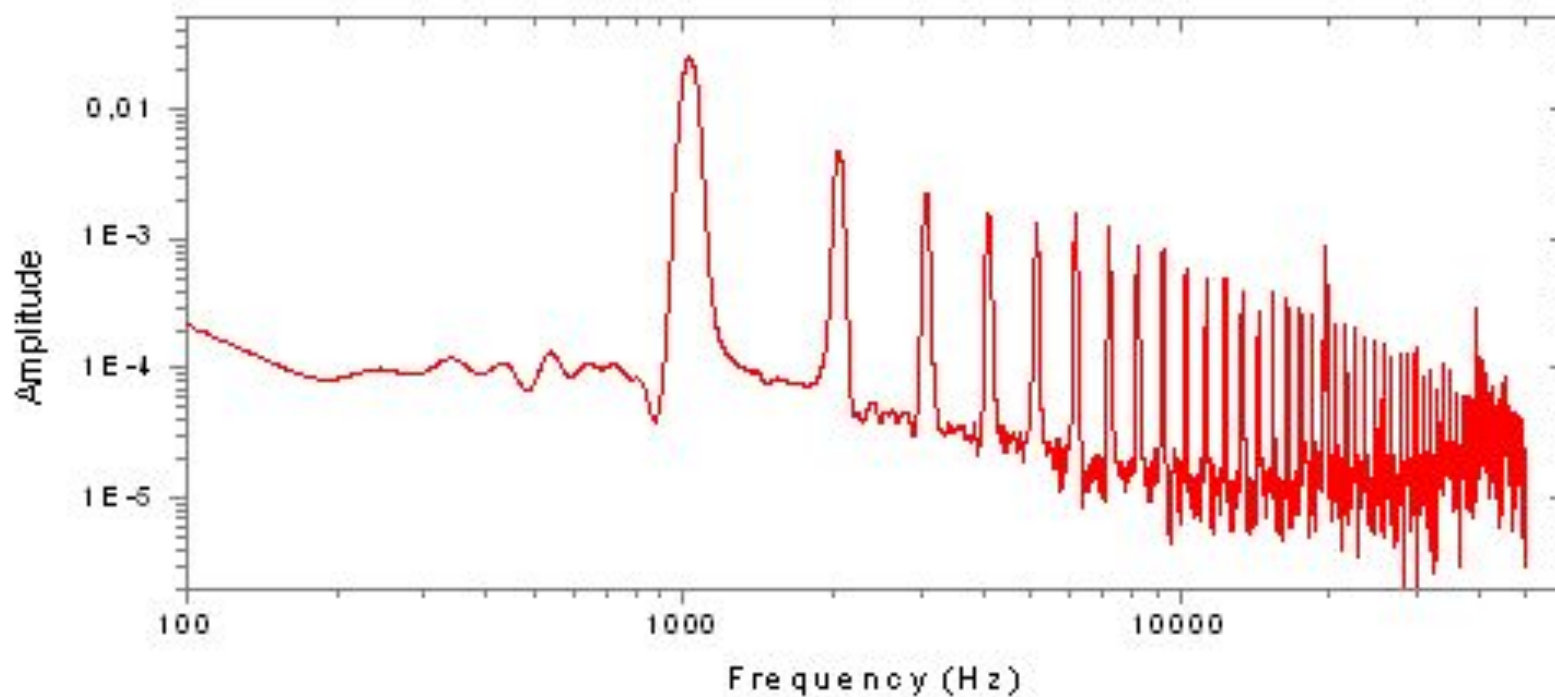
Распад прямого каскада



- ❑ We applied harmonic ($\sim \sin(\omega t)$) signal from generator to heater in cylinder resonator.
- ❑ After formation the nonlinear wave spectrum (a) we switched off the pumping signal and have observed transformation of the harmonics with time (b).



Распад прямого каскада

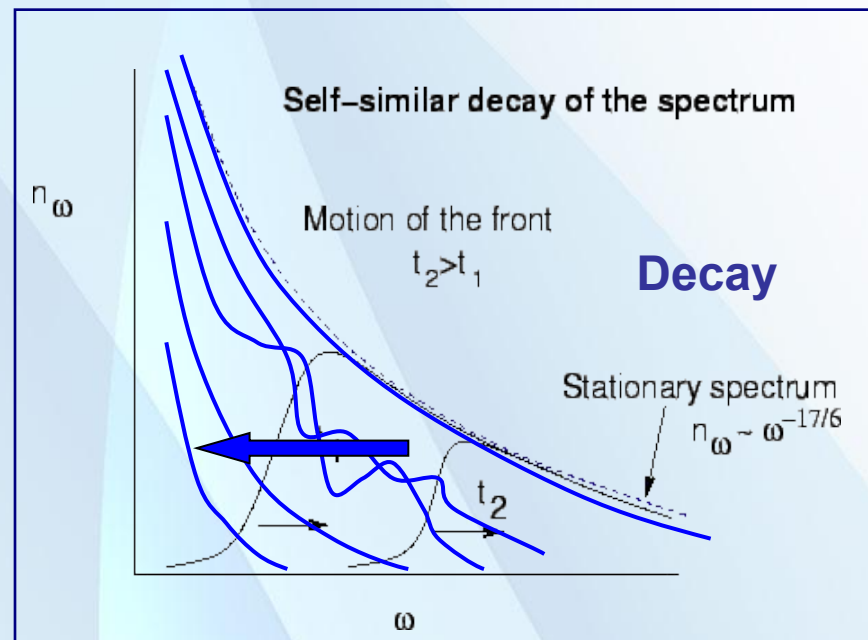
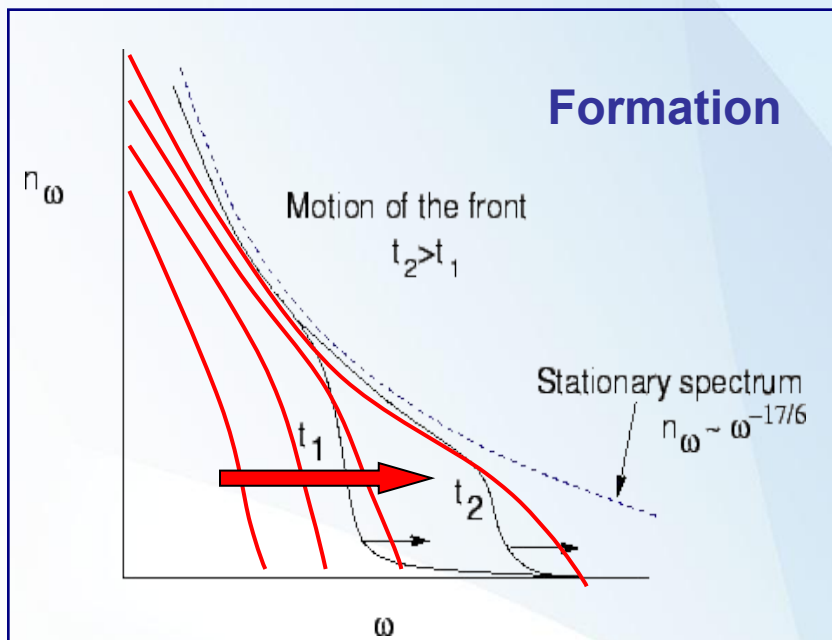


Нестационарные процессы

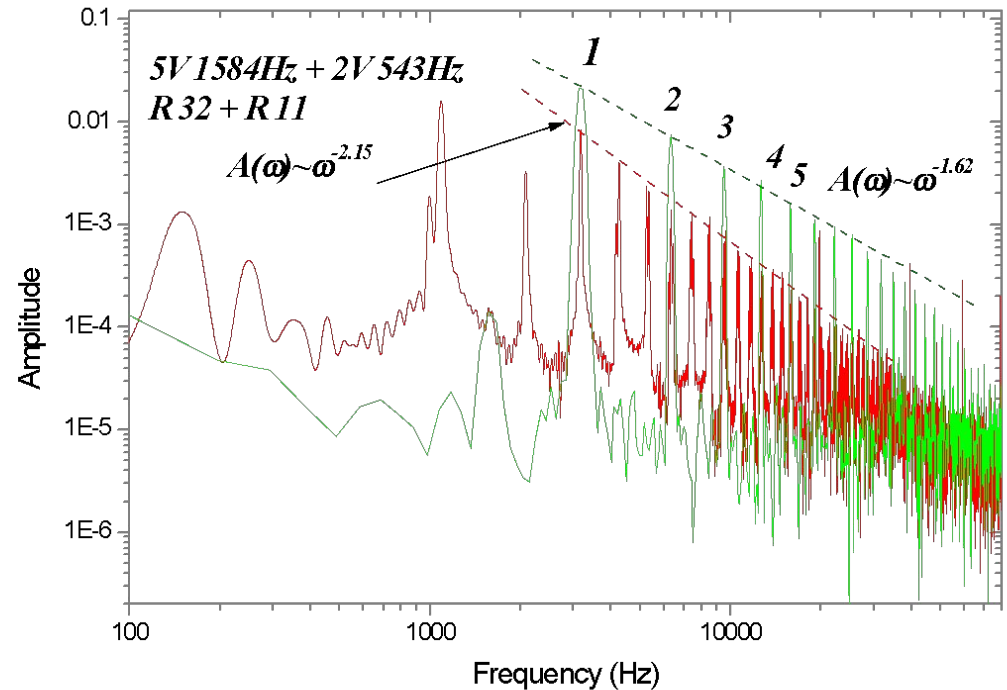
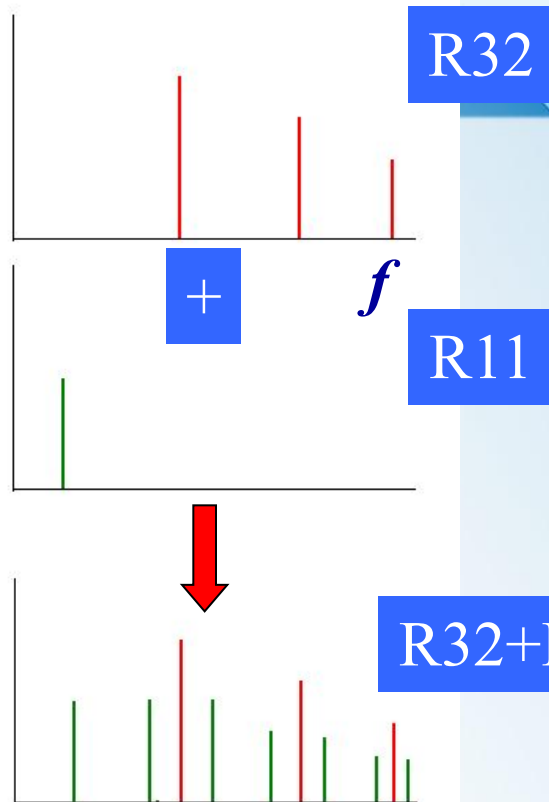
What we are waiting for?

An initial assumption – the *self-similar* process of formation and decay

[Zakharov et al]



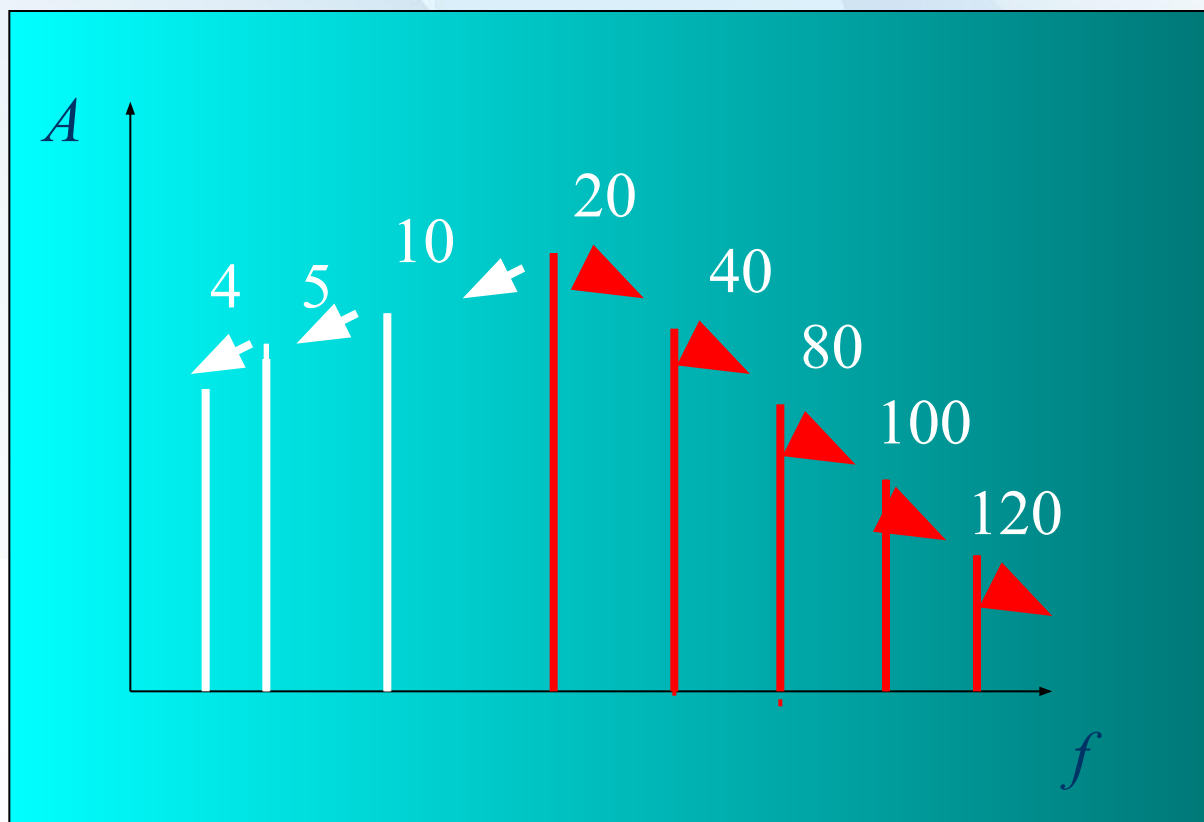
Комбинационные частоты



При приложении частоты $f_D = 3168$ Hz (32 резонанс) получается каскад $A(\omega) \sim \omega^{-1.62}$ (зеленая линия). Наложение дополнительно еще одной слабой волны $f_D = 1084$ Hz (11 резонанс) приводит к возникновению комбинационных частот и подавлению каскада $A(\omega) \sim \omega^{-2.15}$ (красная линия).

Формирование обратного каскада

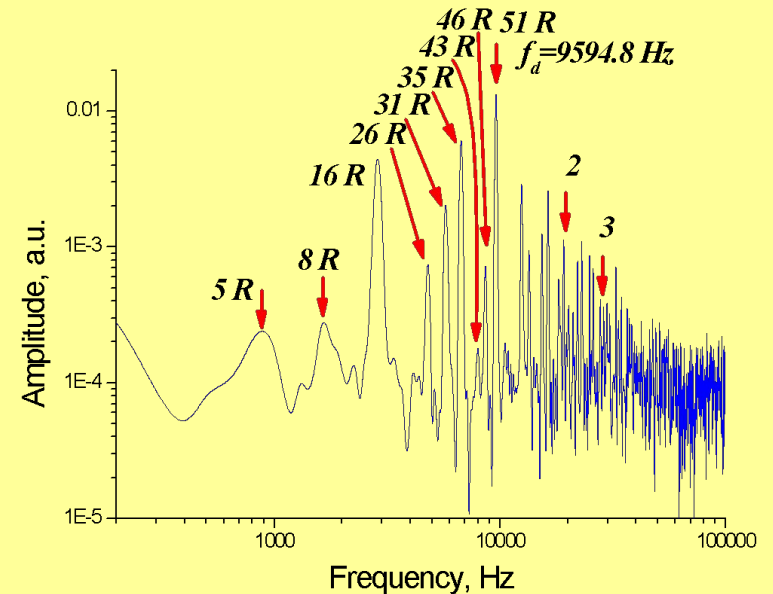
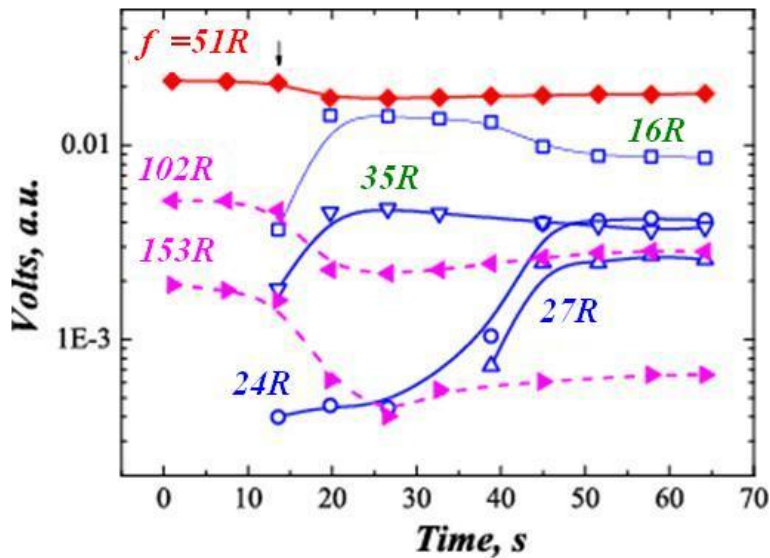
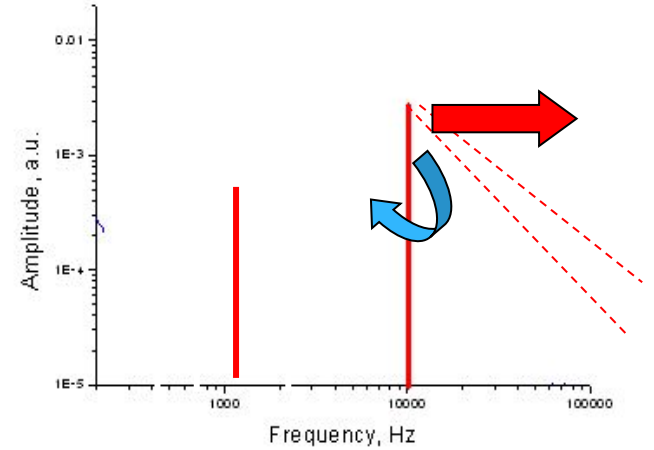
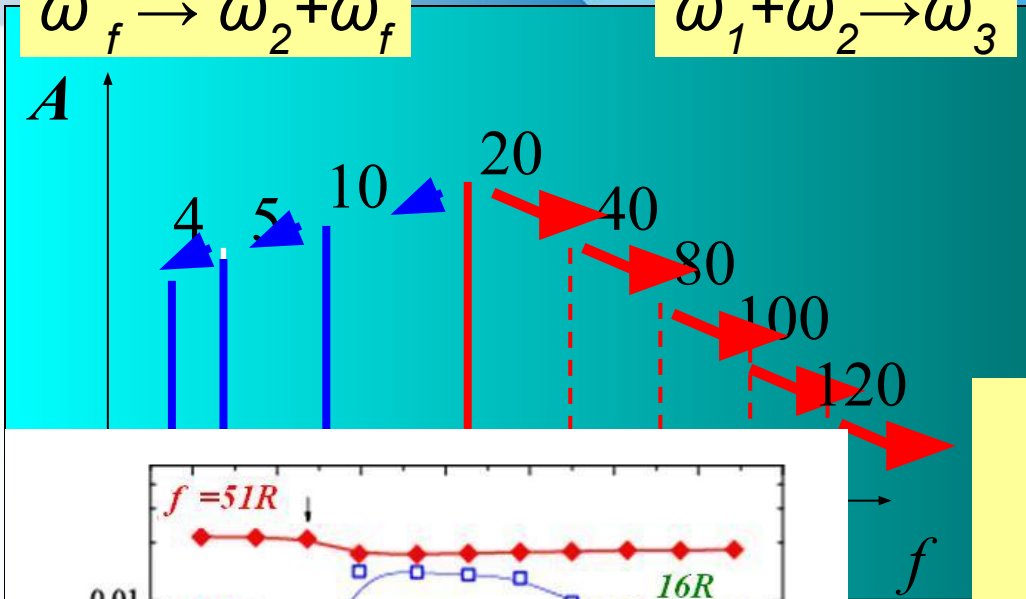
$$\omega_f \rightarrow \omega_2 + \omega_1$$



Формирование обратного каскада

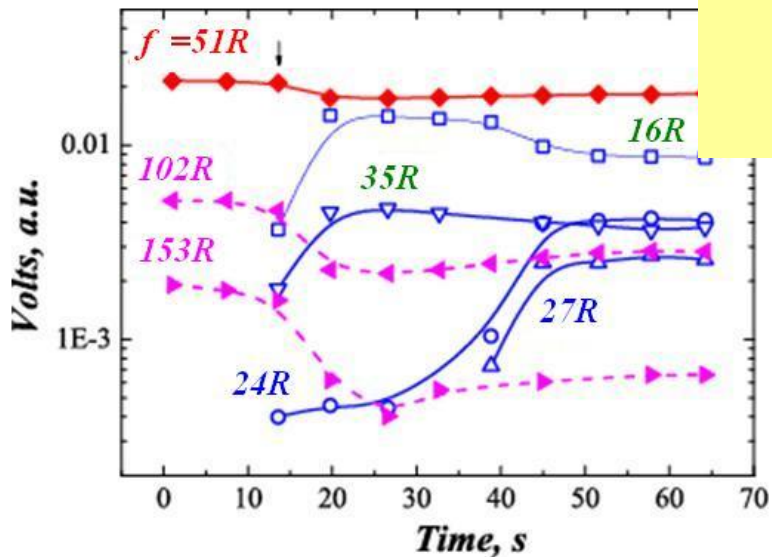
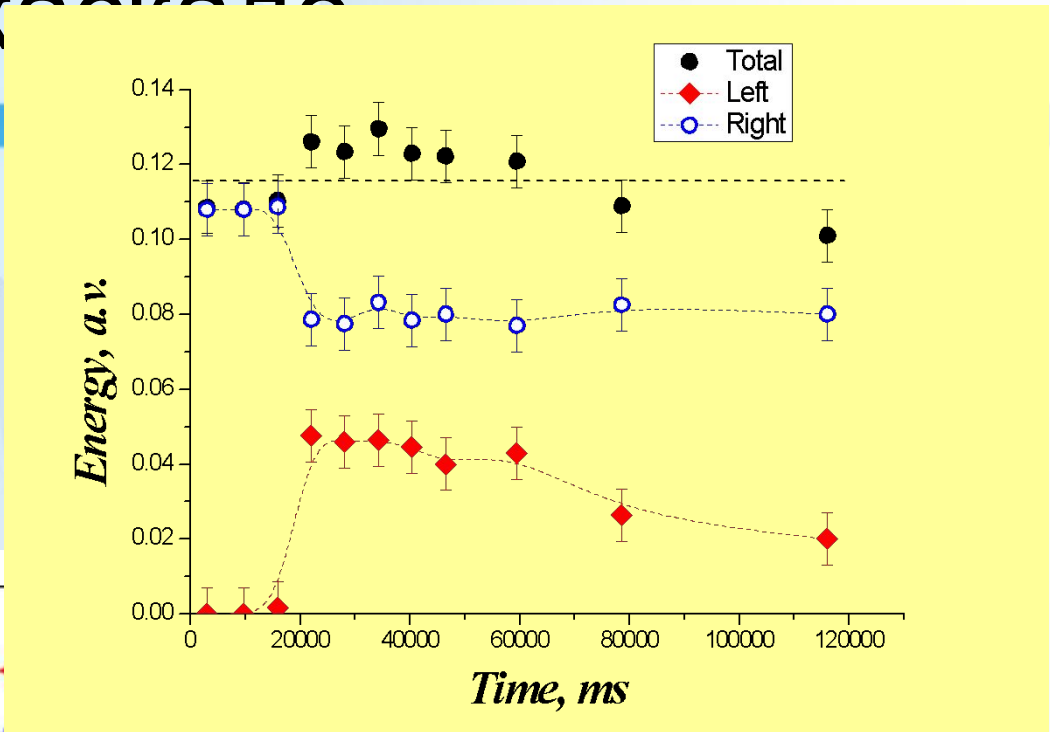
$$\omega_f \rightarrow \omega_2 + \omega_f$$

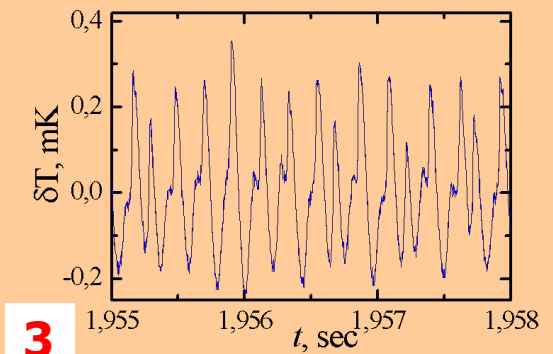
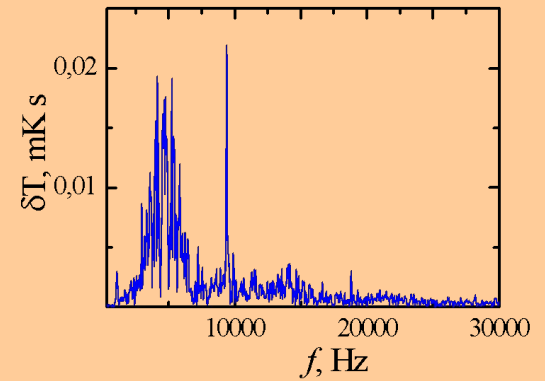
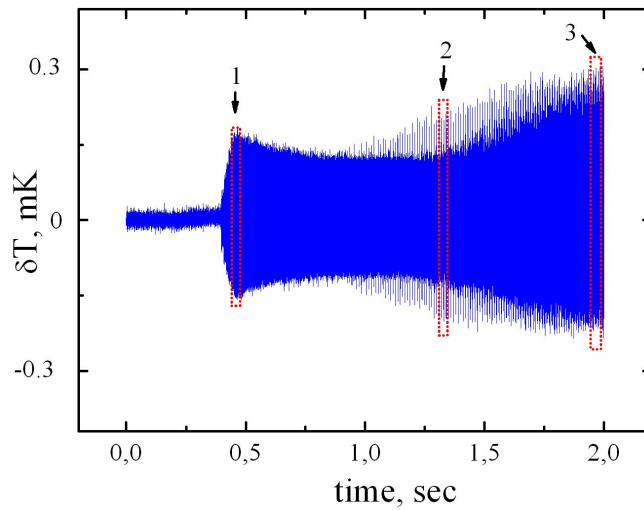
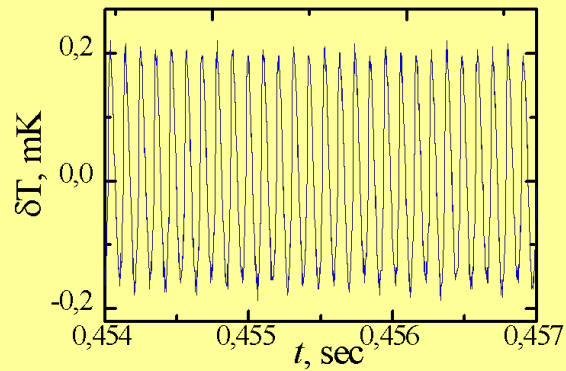
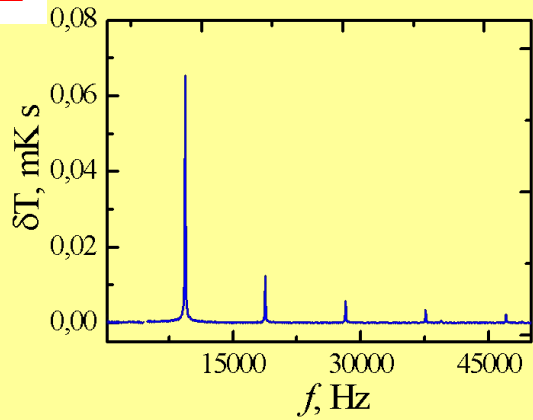
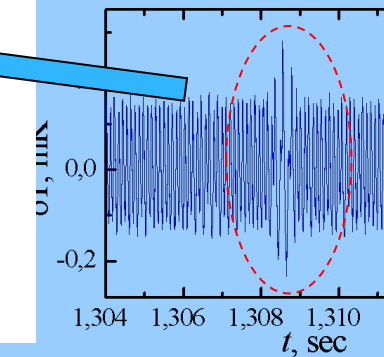
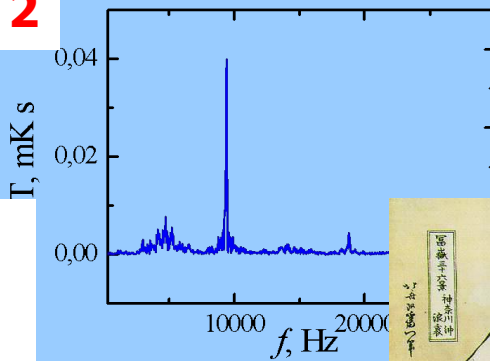
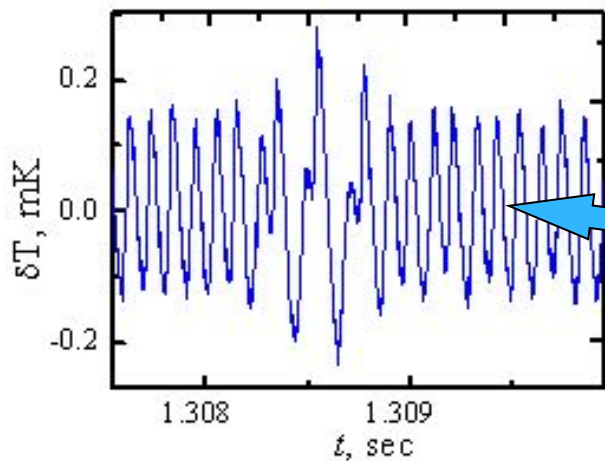
$$\omega_1 + \omega_2 \rightarrow \omega_3$$



Потоки энергии при обратном

КООРДИНАТ



1**2****3**

Моделирование Большого Взрыва

Вселенная возникла $13,799 \pm 0,021$ млрд лет назад из некоторого начального сингулярного состояния и с тех пор непрерывно расширяется и охлаждается.

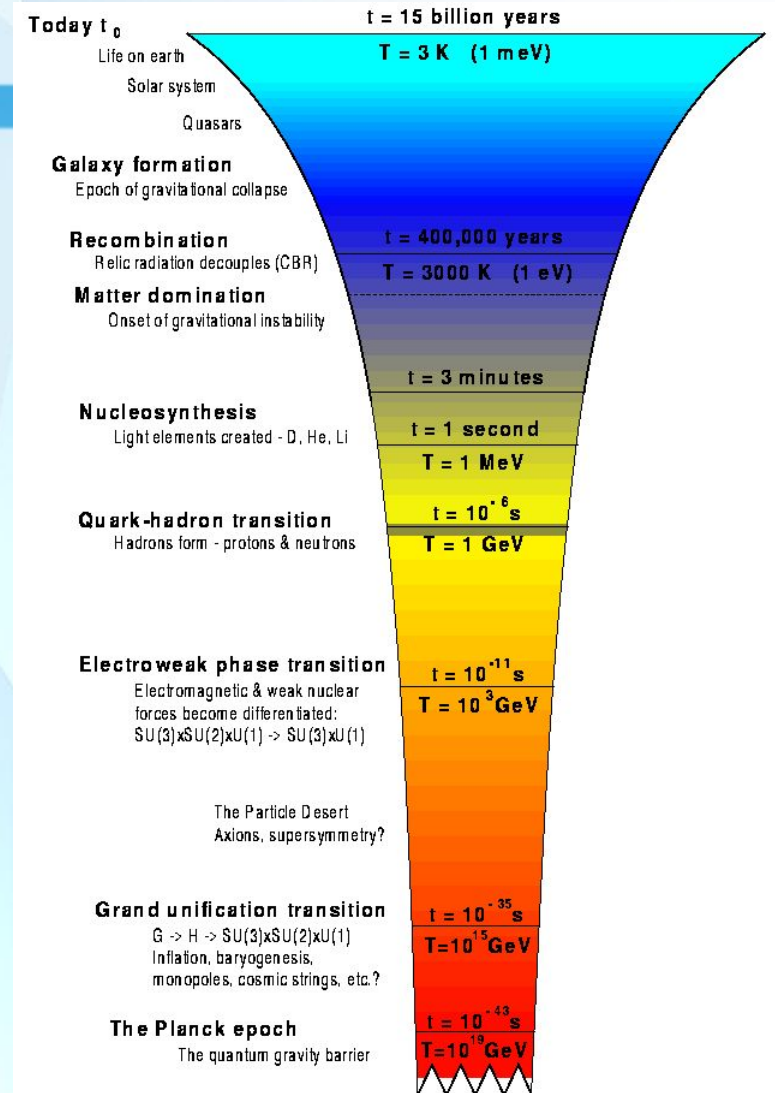
В период времени от нуля до 10^{-40} секунд после Большого взрыва происходили процессы рождения Вселенной из сингулярности.

Наиболее ранним моментом, допускающим описание, считается момент Планковской эпохи с температурой примерно 10^{32} К (Планковская температура) и плотностью около 10^{93} г/см³ (Планковская плотность). Ранняя Вселенная представляла собой высокооднородную и изотропную среду с необычайно высокой плотностью энергии, температурой и давлением.

Приблизительно через 10^{-42} секунд после момента Большого взрыва фазовый переход вызвал экспоненциальное расширение Вселенной. Данный период получил название Космической инфляции и завершился через 10^{-36} секунд после момента Большого взрыва.

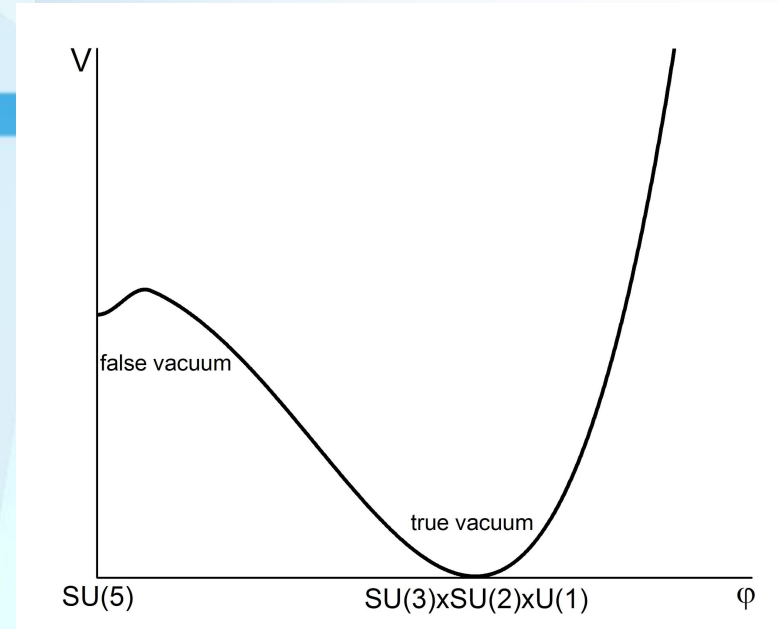
Механизм нарушения симметрии Киббла

После окончания этого периода строительный материал Вселенной представлял собой кварк-глюонную плазму. По прошествии некоторого времени температура упала до значений, при которых стал возможен следующий фазовый переход, называемый бариогенезом. На этом этапе кварки и глюоны объединились в барионы, такие как протоны и нейтроны.



Механизм нарушения симметрии Киббла

В ранней Вселенной взаимодействие может распространяться только со скоростью света c . Это означает, что в момент времени t области Вселенной, разделенные расстоянием, превышающим $d=ct$, не могут ничего знать друг о друге. При фазовом переходе, нарушающем симметрию, разные регионы Вселенной выберут попадание в разные минимумы в наборе возможных состояний. Топологические дефекты как раз и являются "границами" между этими областями с разным выбором минимумов, и поэтому их образование является неизбежным следствием того, что разные области не могут договориться о своем выборе.

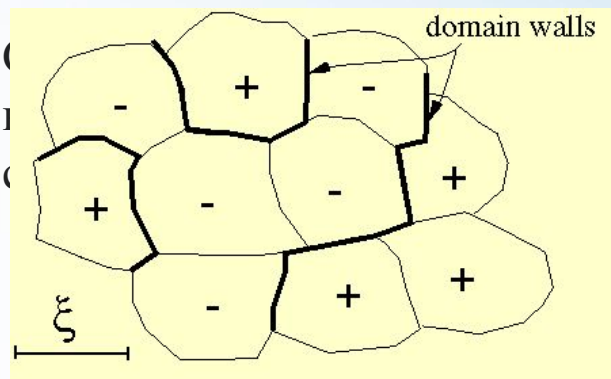


Механизм нарушения симметрии Киббла

Ожидается, что фазовые переходы с нарушением симметрии, происходящие в ранней Вселенной, оставят после себя долгоживущие топологически стабильные структуры, такие как монополи, струны или доменные стенки.

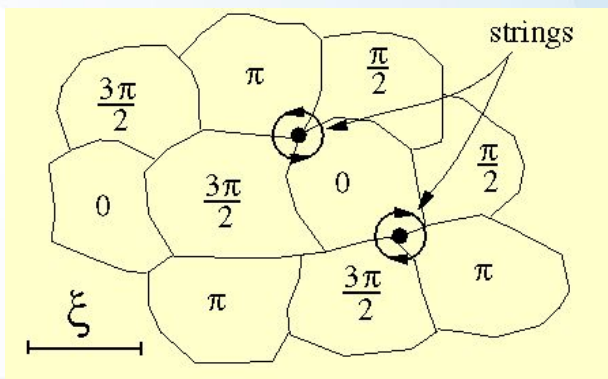
Вблизи перехода второго рода вклад потенциальной энергии V в плотность свободной энергии можно аппроксимировать выражением

$$V = \alpha |\psi|^2 + 1/2\beta |\psi|^4$$



ся, когда параметр порядка (поле Хиггса) ψ будет
ной симметрии α отрицателен и V имеет форму

Если соседние области имеют энергию разного знака (скажем, + и -), в пространстве образуются доменные стенки, если разные фазы - струны.



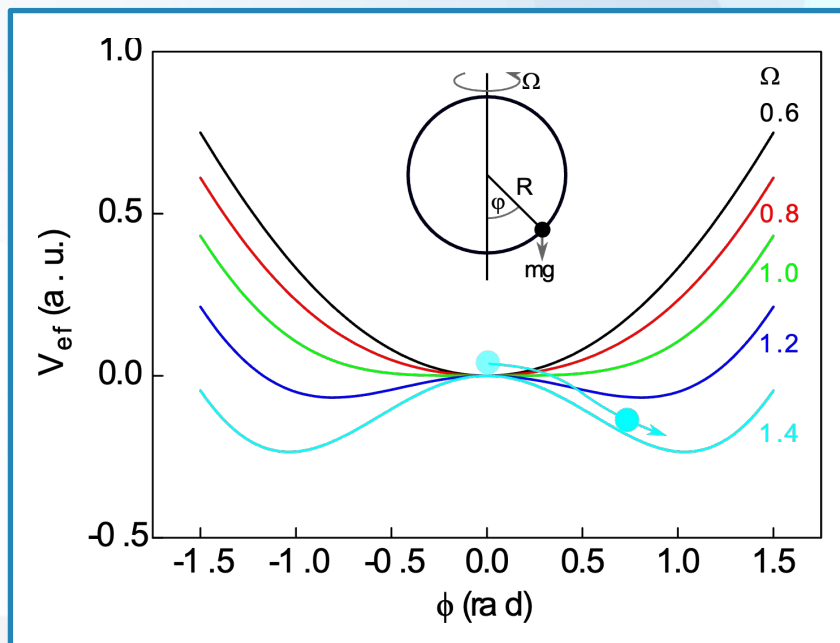
Механизм нарушения симметрии Киббла

Ожидается, что фазовые переходы с нарушением симметрии, происходящие в ранней Вселенной, оставят после себя долгоживущие топологически стабильные структуры, такие как монополи, струны или доменные стенки.

Вблизи перехода второго рода вклад потенциальной энергии V в плотность свободной энергии можно аппроксимировать выражением

$$V = \alpha |\psi|^2 + 1/2\beta |\psi|^4$$

Струна сможет сформироваться, когда параметр порядка (поле Хиггса) ψ будет комплексным. В фазе нарушенной симметрии α отрицателен и V имеет форму сомбреро.



Механизм нарушения симметрии Киббла

Ожидается, что фазовые переходы с нарушением симметрии, происходящие в ранней Вселенной, оставят после себя долгоживущие топологически стабильные структуры, такие как монополи, струны или доменные стенки.

Вблизи перехода второго рода вклад потенциальной энергии V в плотность свободной энергии можно аппроксимировать выражением

$$V = \alpha |\psi|^2 + 1/2 \beta |\psi|^4$$

Струна сможет сформироваться, когда параметр порядка (поле Хиггса) ψ будет комплексным. В фазе нарушенной симметрии α отрицателен и V имеет форму сомбреро.

В теории сверхтекучей бозе-жидкости, предполагая, что атомы жидкости являются твёрдыми шариками, которые взаимодействуют только при непосредственных столкновениях (δ -взаимодействие), а дальнодействующие взаимодействия отсутствуют, плотность энергии можно записать в виде

$$e(x) = \frac{\hbar^2}{2M} |\nabla\psi|^2 + \frac{g}{2} |\psi|^4,$$

где ψ — комплексное поле, соответствующее волновой функции атомов жидкости, M — масса атомов жидкости, g — параметр взаимодействия. Химический потенциал имеет вид $\mu = -\mu_0(T/T_\lambda - 1)$

Моделирование Большого Взрыва в сверхтекучем гелии

W. H. Zurek, Nature London 317, 505 1985

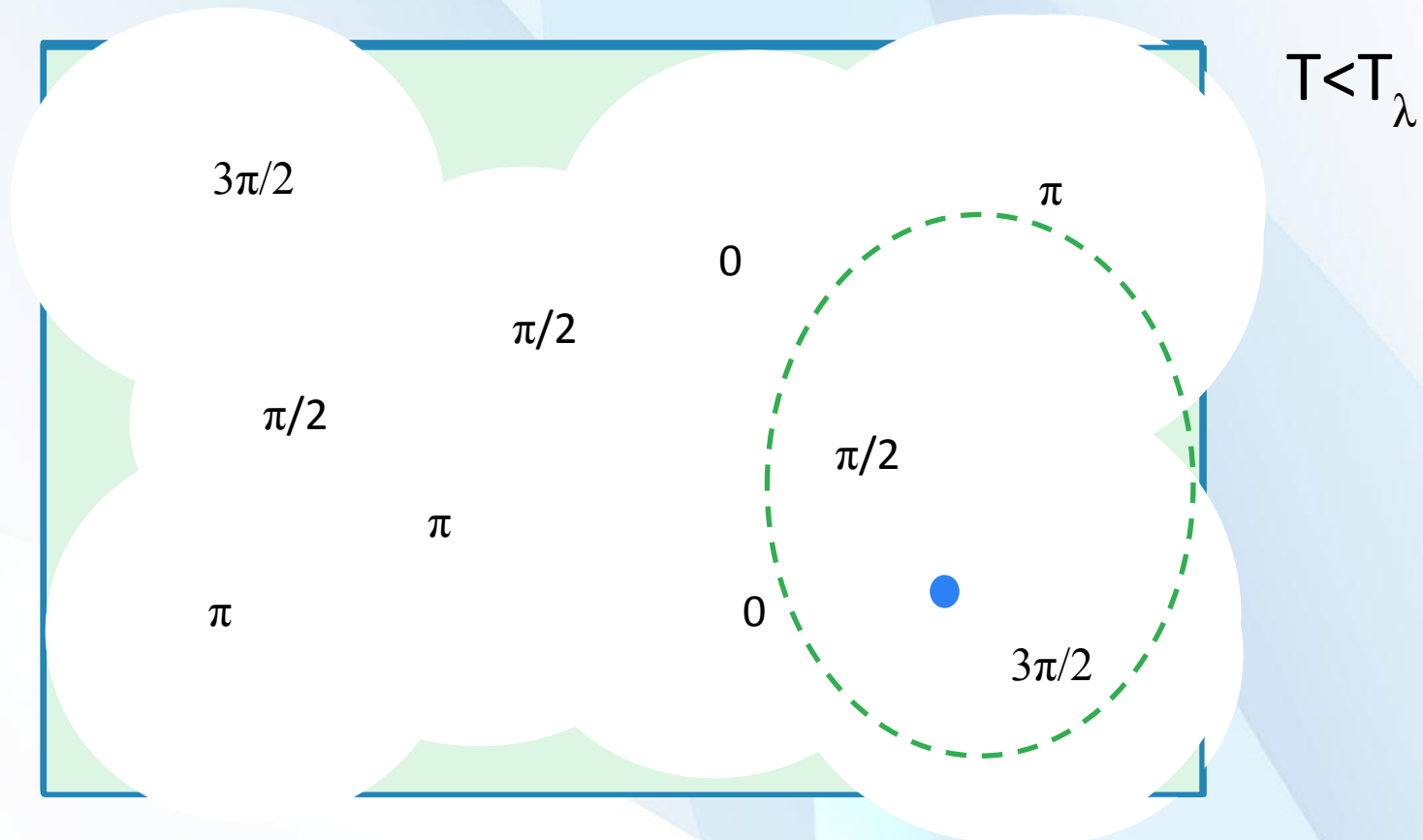
Изменение давления происходит со скоростью первого звука, а конфигурация ψ формируется с более медленной скоростью второго звука.

При мгновенном переходе размер независимой области (со случайной фазой волновой функции) определяется корреляционной длиной ξ_i при T_f и $d = \xi_i$. При бесконечно медленном переходе корреляционная длина успела бы стать бесконечной при $T = T_\lambda$ и плотности вихрей равна нулю.

$$L_i = \frac{1.2 \times 10^8}{(\tau_Q/100)^{2/3}}$$

τ_Q is in milliseconds

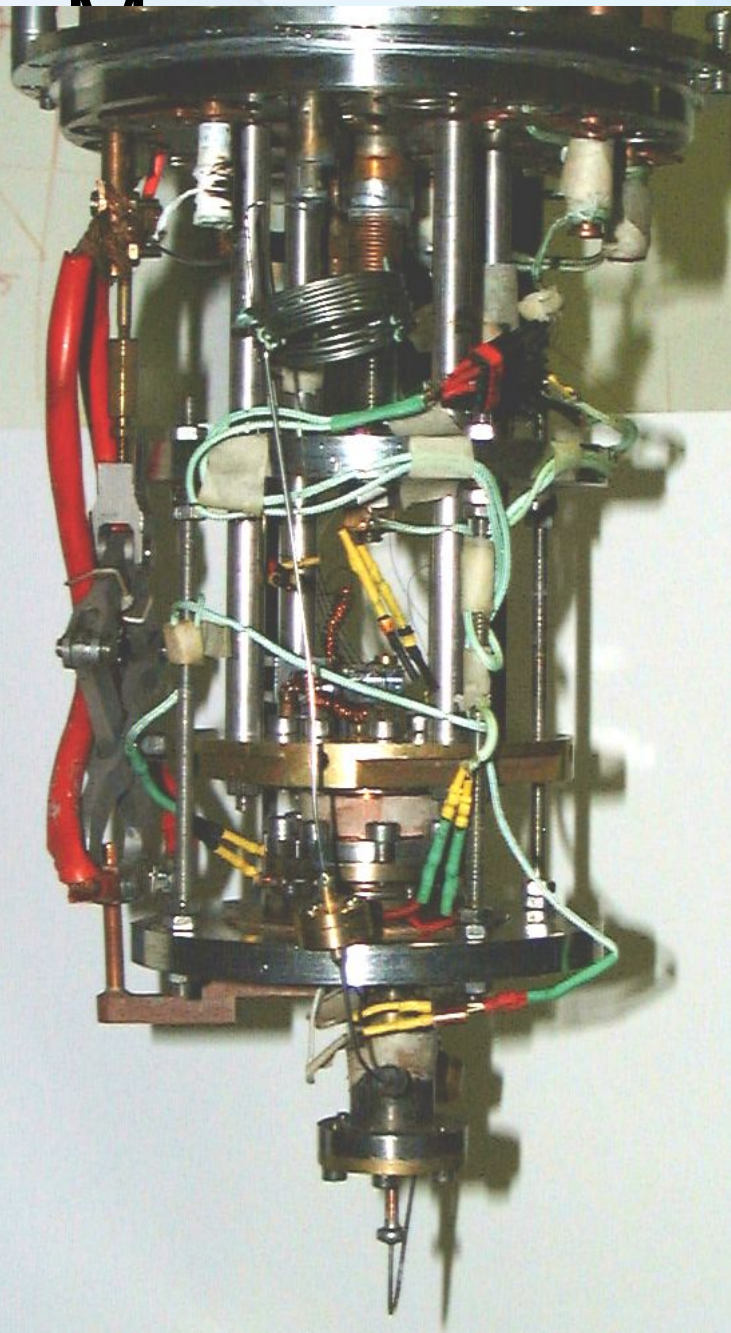
Quench в сверхтекучий гелий



Исследование Большого Взрыва с помощью гелия

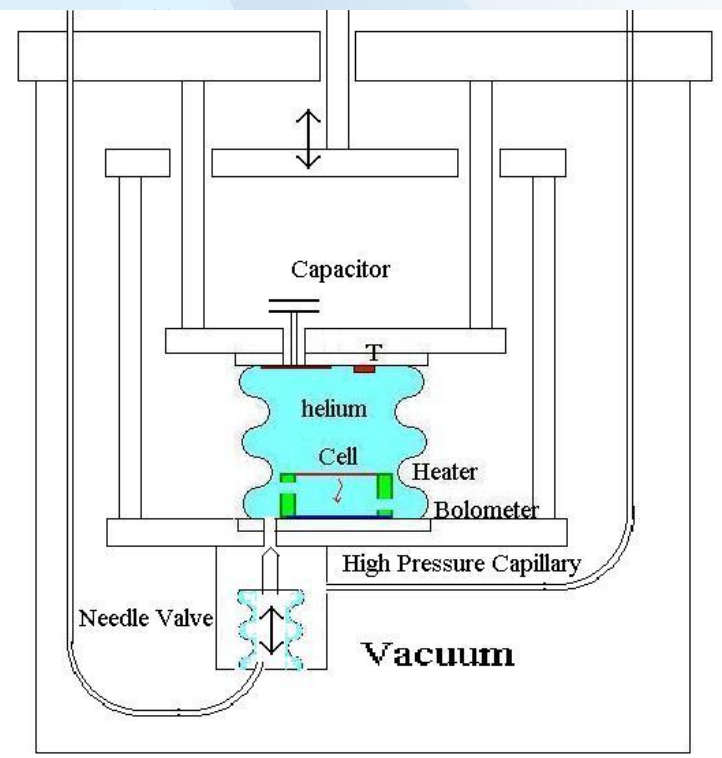
W. H. Zurek, Nature London 317, 505 1985

Изменение давления происходит со скоростью первого звука, а конфигурация ψ формируется с более



2,2

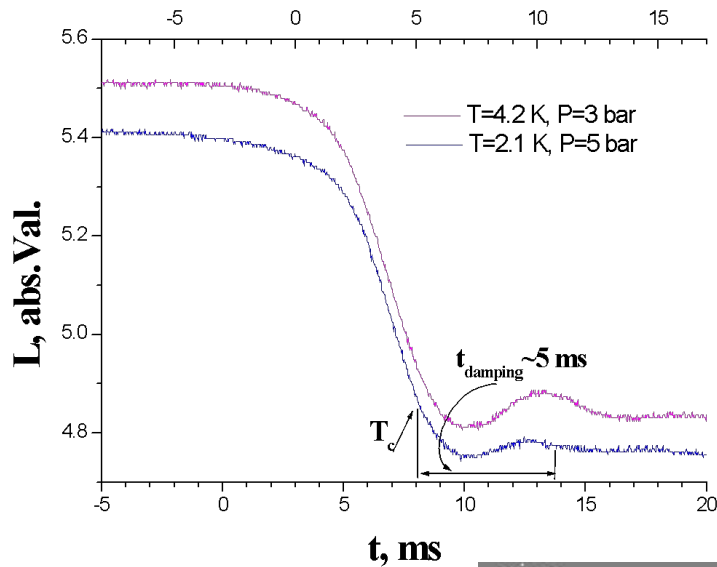
microsecond



ТСЯ

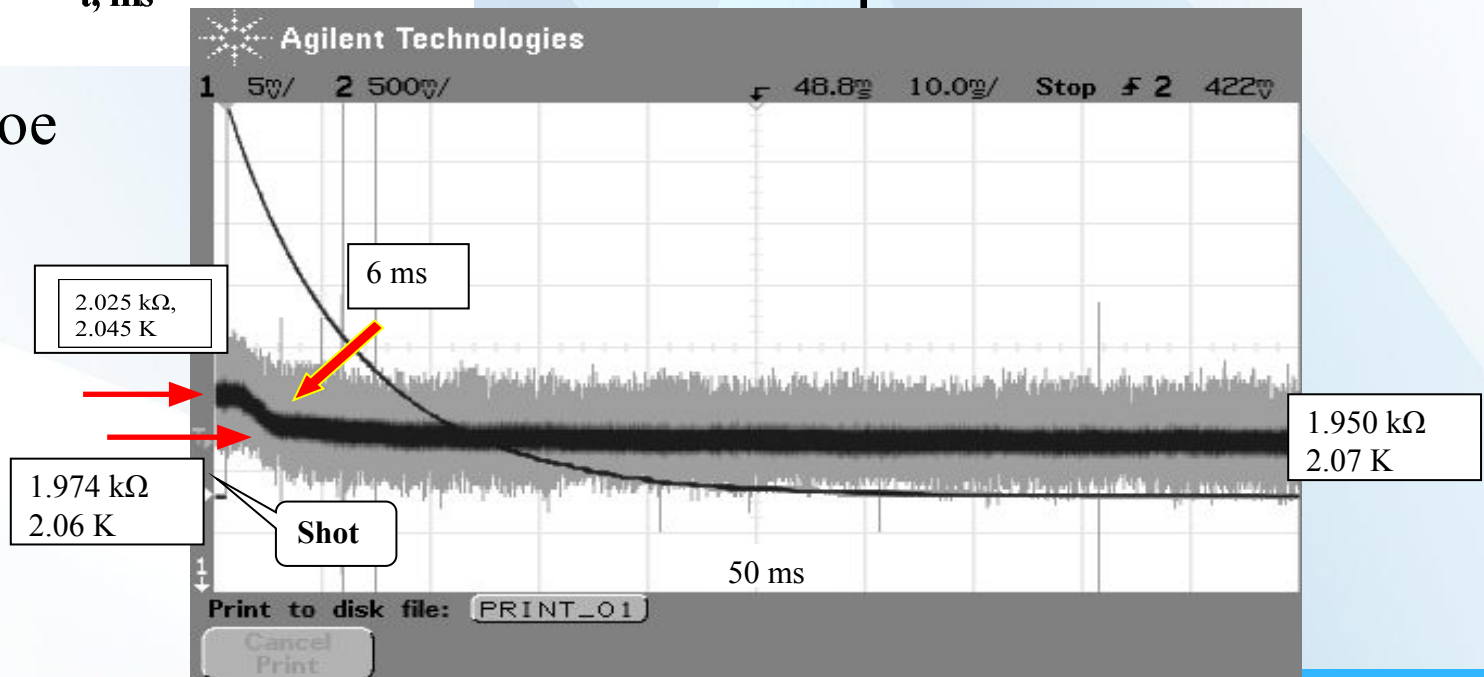
ster

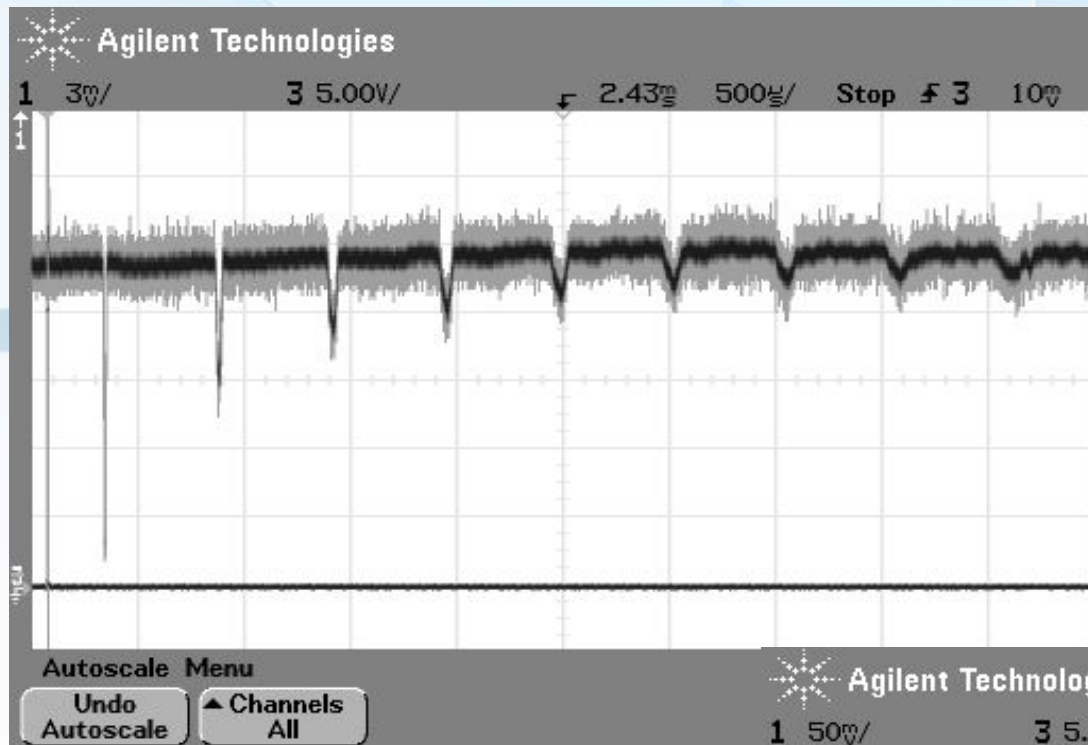
Временная зависимость расширения ячейки



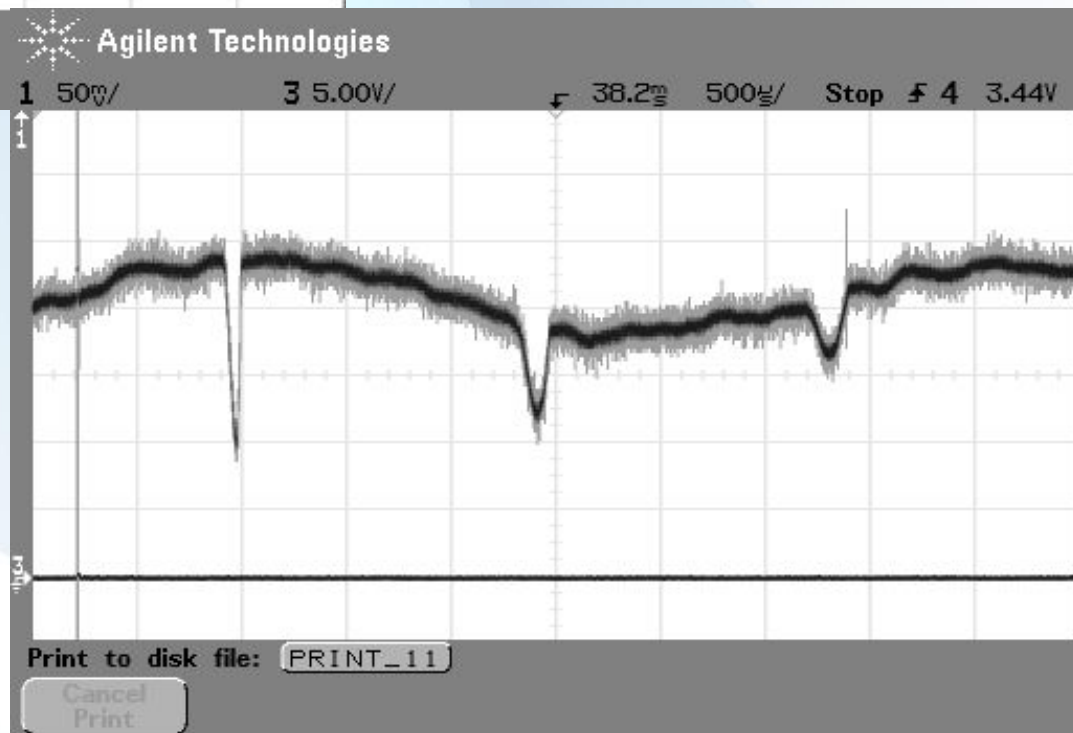
- Изменение температуры камеры

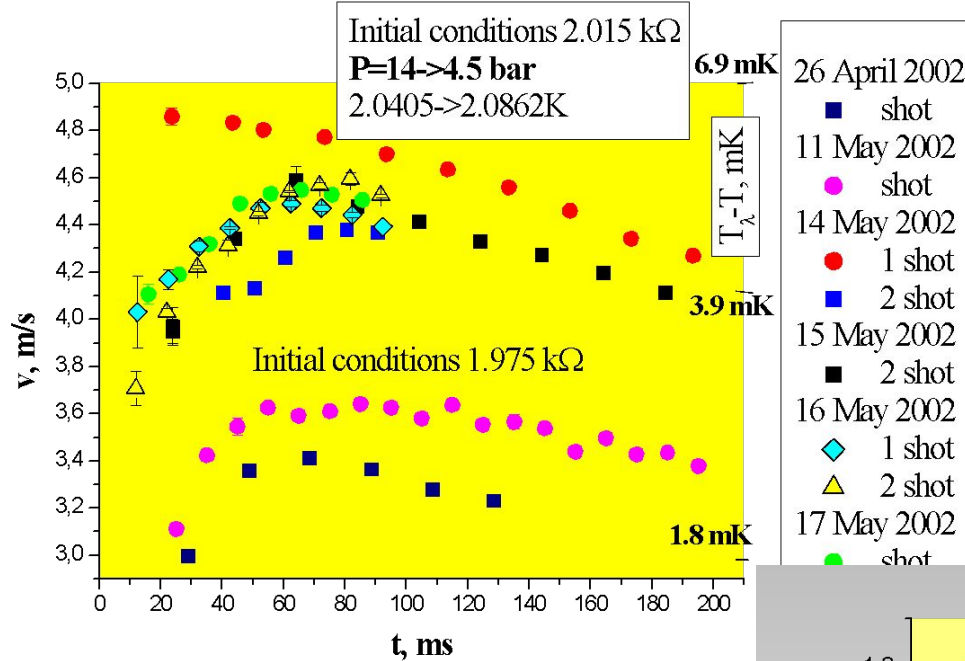
Механическое движение спускового стержня





- Сигналы второго звука в ячейке в состоянии равновесия и после одиночного запуска.
- $L=3$ мм





$$L = \frac{6u_2 \ln(Q_i/Q_{i+1})}{\kappa Bx}$$

Затухание второго звука

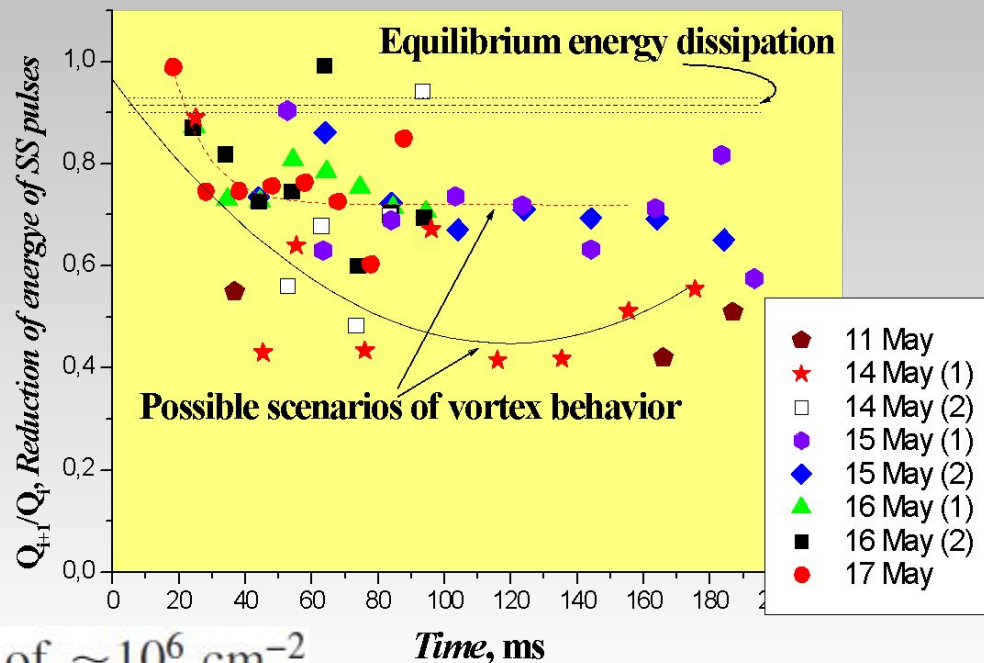
$$S = S_0 \exp(-\eta x),$$

где $\kappa = h/m_4 = 9,98 \times 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$

$B \sim 2-5$,

$Q_{i+1}/Q_i \sim 0,5$ на расстоянии 6 мм
 как 10^{10} м^{-2}

Изменение температуры после «выстрела»
 Изменение поглощения пробного импульса второго звука после «выстрела»



the first ~ 100 ms, reaching a value of $\sim 10^6 \text{ cm}^{-2}$

Сверхтекучий гелий как модельная среда

- Малая вязкость
- Квантовые вихри – квантовая турбулентность
Сильно нелинейные волны – акустическая турбулентность (УФН, 188, 10, 1025, (2018))
- Взаимодействие квантовой и акустической турбулентности (12 Ноября 2022, стендовая сессия 3, Есина Алеся, постер 16)

Благодарю за внимание!