



Динамический хаос и теория бифуркаций

д.ф.-м.н. **Сергей Владимирович Гонченко**

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, Н. Новгород

Теория динамического хаоса — междисциплинарная наука, изучающая различными методами (научными и, порой, не очень) сложные режимы, демонстрируемые физическими, биологическими, химическими и т.п. моделями естествознания и техники. Математическая теория динамического хаоса нацелена на объяснение этих явлений преимущественно математическим языком, а также на разработку всевозможных инструментов исследования хаоса. Одной из основных задач этой теории является объяснение механизмов возникновения хаоса, в частности, при переходе от простых режимов, стационарных, периодических, квазипериодических и т.п. И здесь большую роль играет теория бифуркаций — раздел качественной теории динамических систем, изучающий явления перестроек фазовых портретов динамических систем при изменении их параметров.

В этой лекции мы попытаемся дать некоторый обзор фундаментальных результатов в теории динамических систем и, в частности, в теории бифуркаций, которые, по сути, привели к открытию динамического хаоса и его трех форм, двух классических — «консервативный хаос» и «диссипативный хаос = странный аттрактор», а также третьей, совсем новой — «смешанная динамика». Этот обзор будет включать небольшую историческую часть (как А. Пуанкаре «нечаянно» открыл консервативный хаос; как Ж. Адамар, Д. Биркгофф и др. придумали символическую и топологическую динамику для объяснения хаоса; как В. Ван дер Поль и Ван дер Марк «слушали» хаос в конце 20-х годов; как А. Андронов, А. Витт и Л. Понтрягин опередили науку лет на 50 со своей теорией статистического описания динамических систем; как метеоролог Э. Лоренц открыл знаменитый странный аттрактор, о котором долго никто не знал, и который впоследствии был назван его именем...). Основная часть лекции будет посвящена вопросам современной математической теории динамического хаоса и обсуждению той роли, которую играет теория бифуркаций в этой теории. В частности, мы покажем, как с помощью теории бифуркаций были построены, в том числе в работах автора, новые сценарии возникновения странных аттракторов различных типов (в основном, это т.н. «гомоклинические аттракторы») в случае многомерных отображений и потоков, будут приведены примеры реализации этих сценариев в конкретных моделях. На взгляд автора, совершенно неожиданным оказалось открытие смешанной динамики, сделанное в процессе рутинного изучения бифуркаций гомоклинических касаний — наверное, самого непонятного и неинтересного для физиков раздела теории бифуркаций, поскольку он выискивает хотя и весьма интересные эффекты динамики, но на исключительно малых масштабах. Однако поскольку «поиск интересного приводит к тому же, что и поиск полезного», изучение гомоклинических касаний привело к открытию того типа хаоса, при котором аттрактор пересекается с репеллером. Как последнее вообще возможно, будет также объяснено в лекции.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 19-11-00280.